Н. Ф. КРАСНОВ
В. Н. КОШЕВОЙ
В. Т. КАЛУГИН

Аэродинамика отрывных течений



учебное пособие для вузов



Н. Ф. КРАСНОВ
В. Н. КОШЕВОЙ
В. Т. КАЛУГИН

Аэродинамика отрывных течений

Под редакцией
доктора технических наук
профессора Н. Ф. Краснова

*Допущено Министерством
высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов
высших технических учебных заведений*


МОСКВА
«ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1988

ББК 22.253.3
К78
УДК 533.6

Рецензенты: кафедра аэродинамики Харьковского авиационного института им. Н. Е. Жуковского (зав. кафедрой Г. И. Андренко); чл.-кор. АН СССР, проф. В. М. Ковтуненко

Краснов Н. Ф. и др.
К78 Аэродинамика отрывных течений: Учеб. пособие для втузов/Н. Ф. Краснов, В. Н. Кошевой, В. Т. Калугин; Под ред. Н. Ф. Краснова. — М.: Высш. шк., 1988. — 351 с.: ил.
ISBN 5—06—001196—8

В учебном пособии рассматриваются современные проблемы и общие закономерности отрывных течений с учетом пространственных эффектов, влияния теплопередачи, нестационарности и турбулентности; исследуются практические вопросы управления отрывными потоками, приводятся методы их расчета и моделирования.

К $\frac{1703040000(4309000000)-327}{001(01)-88}$ КБ—47—12—87 **ББК 22.253.3**
533

ISBN 5—06—001196—8

ПРЕДИСЛОВИЕ

Возникновение и развитие теории аэродинамики отрывных течений обусловлено возросшими требованиями к совершенствованию управления обтеканием летательных аппаратов для большей оптимизации их аэродинамических характеристик. В последнее десятилетие получены значительные результаты, позволившие глубже осмыслить закономерности отрывных течений, решить ряд важных практических задач.

Большой вклад в аэродинамику отрывных течений внесли советские ученые В. С. Авдуевский, О. М. Белоцерковский, С. М. Белоцерковский, В. В. Сычев, М. И. Ништ, В. Я. Нейланд, Л. В. Гогиш, Г. Ю. Степанов, И. Т. Швец, А. И. Швец, Г. И. Таганов, Р. К. Тагиров, Ю. А. Демьянов, Г. И. Столяров, А. И. Зубков, Я. П. Коробов и др., а также зарубежные ученые П. Чжен, Г. Корст, Д. Чепмен, Г. Макдональд.

Теоретические и прикладные проблемы газовых течений, сопровождающихся отрывом, стали предметом научных исследований в вузах.

Настоящая книга представляет собой учебное пособие по изучению разделов аэрогазодинамики, связанных с отрывными течениями.

В первой главе рассматриваются виды отрывных течений, исследуется их структура, дается физическое обоснование причин отрыва потока жидкости или газа от обтекаемых поверхностей.

Во второй главе на обширном экспериментальном материале раскрываются общие закономерности течений с отрывом и присоединением в широком диапазоне скоростей (от дозвуковых до гиперзвуковых), прослеживающиеся при обтекании уступов и наклонных преград, каверн (выемок), взаимодействии скачков уплотнения с пограничным слоем и т. д.

В третьей главе рассматриваются некоторые специфические особенности отрывных течений, связанные с эффектами пространственного отрыва и гистерезиса, а также с влиянием теплопередачи, нестационарности и пульсаций давления.

В четвертой главе приводятся основные уравнения аэродинамики, используемые для получения расчетных

отношений и частных решений, описывающих течения в застойных зонах. Рассматриваются некоторые наиболее распространенные гипотезы турбулентности, важные вопросы, связанные с нахождением параметров течения в области отрыва, смешения и присоединения оторвавшегося потока к обтекаемой поверхности.

В пятой главе излагаются вопросы управления отрывными течениями, сведения о процессах управления отрывными течениями, инженерные методы расчета их параметров, а также управляющих сил и моментов.

В шестой главе рассматриваются вопросы, связанные со струйными органами управления, анализ различных способов струйного вдува из носовой части тела навстречу набегающему потоку, поперечных струй из боковой части тела, а также и вдува в донную область. Излагаются важные проблемы, относящиеся к управлению отрывными течениями. Особое внимание уделяется моделированию струйных взаимодействий.

Учитывая важность расчетов параметров отрывных течений при решении практических задач, такие расчеты даются на ЭВМ.

Книга предназначена для студентов технических вузов. Она представляет интерес для широкого круга инженеров и научных работников, специализирующихся в области аэродинамики.

С рукописью книги внимательно ознакомились чл.-кор. АН СССР В. М. Ковтуненко, а также проф. Г. И. Андренко и сотрудники руководимой им кафедры. Они высказали много полезных замечаний и внесли предложения по улучшению содержания и структуры рукописи, которые были учтены при подготовке книги. Всем этим товарищам авторы выражают свою глубокую признательность.

Авторы понимают, что книга не лишена недостатков, и примут с благодарностью все замечания читателей, которые следует направлять по адресу: *101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., 29/14, издательство «Высшая школа».*

Авторы

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Обычно понятие отрывного течения противопоставляется безотрывному обтеканию твердого тела, хотя безотрывно (без учета эффектов смешения) могут обтекаться и поверхности жидкости, например спутных струй. При отрыве линия тока, совпадающая с обтекаемой поверхностью, отклоняется, отходит от нее, а к месту отрыва подходит встречное возвратное течение. Зона отрыва на обтекаемой поверхности ограничена линией отрыва (или стекания).

Сталкиваясь с явлениями отрыва потока в таких важных случаях, как обтекание крыла, лопаток турбин и пр., их рассматривали как вредные, а усилия направляли на предотвращение отрыва, или его «затягивание» на большие углы атаки. Но для этого надо было знать причины отрыва, его «механизм», найти критерии отрыва в виде комплекса параметров, характеризующих состояние жидкости в точке отрыва. По мере усложнения условий обтекания (выступы, каверны, струи), вызванных дополнительными надстройками, появлением новых видов органов управления полетом, отрывные течения получили столь широкое распространение, что стал актуальным вопрос об управлении параметрами таких течений (форма, размеры, давление, температура). При этом потребовалось изучать области отрыва и присоединения оторвавшихся потоков к обтекаемой поверхности. Целесообразно исследовать и в ряде случаев специально создавать отрывные течения как объекты управления аэродинамическими характеристиками обтекаемых тел.

К настоящему времени сформировались три основных направления в расчетах отрывных течений: 1) создание нестационарной вихревой модели невязкой жидкости с учетом некоторых гипотез, допущений и взаимодействия внешнего невязкого и внутреннего диссипативного потоков вблизи поверхности тела; 2) численные исследования путем решения уравнений Навье—Стокса или Рейнольдса; 3) приближенные расчеты с использованием метода разделяющей линии тока, интегральных, а также асимптотических методов.

Расчеты по нестационарной вихревой модели невязкой жидкости дают приемлемые результаты по структурам

течений, силам сопротивления и нестационарным характеристикам.

Численные исследования в последние годы позволили достигнуть значительных успехов в решении уравнений Навье—Стокса при расчете ламинарного отрывного потока и определении параметров течения при «вязко-невязком» взаимодействии.

При турбулентном режиме еще не удается надежно рассчитать отрывные течения, так как не найдена достаточно точная модель турбулентности в таких течениях. В большинстве случаев применяемые модели оказываются весьма приближенными и реализуются совместно с «сопрягающим» уравнением, связывающим внутреннее вязкое течение с внешним невязким. Могут отыскиваться также приближенные решения полной системы уравнений. При решении задач, связанных с отрывом потока около уступов или со струйными взаимодействиями, удобно пользоваться методом крупных частиц.

К наиболее распространенным относятся интегральные методы расчета параметров течений при отрыве, которые учитывают взаимодействие пограничного слоя с внешним потоком, проявляющееся в смешении двух течений. Интегральные методы эффективно используют для решения задачи о донном давлении, течении в ближнем следе, отрыве, вызванном падающим скачком уплотнения.

В аэродинамике отрывных течений получили развитие асимптотические методы, позволяющие определять параметры газа при ламинарном отрыве в случае больших чисел Рейнольдса. В уравнениях Навье—Стокса вводится малый параметр, по которому отыскиваемые решения разлагаются в ряд с последующим «сращиванием» их в соответствующих областях потока. Одной из важных является параметрическая задача об асимптотическом состоянии потока в замкнутой (застойной) зоне отрыва при больших числах Рейнольдса, определяемых по параметрам набегающего потока и характерному размеру каверны. Асимптотические методы применяют для решения задач, в которых малые по значению параметры граничных условий изменяются во времени или рассматривается затухание возмущений, идущих от мест с большими градиентами.

При больших числах Рейнольдса существуют способы исследования отрывных течений, заключающиеся в сочетании асимптотических или интегральных методов для отрывных течений с численным расчетом внешних течений невязкой жидкости.

В теории отрывных течений еще много неясного. Недостаточно изучен «механизм» зарождения и развития пространственного отрыва и обратного перехода к безотрывному обтеканию. Не выявлены закономерности перестройки вихревых структур в области отрыва. Чтобы получить исходную информацию для углубленного анализа явлений, сопровождающих отрывные течения, необходимо применять качественно новые бесконтактные экспериментальные средства. Перспективно дальнейшее органическое сочетание все более совершенных численного и физического экспериментов.

ГЛАВА 1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Сложность и многообразие встречающихся в практике отрывных течений требуют детального изучения структур потоков, исследования отдельных их элементов (отрыв, смешение, присоединение, возвратное течение). В этой главе приведены основные понятия, дающие представление о возникновении и развитии отрыва, схемах течений в отрывных зонах и особенностях трансформации структур потоков при изменении режимов обтекания.

§ 1.1. ВИДЫ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Отрыв потока от обтекаемой поверхности — одно из характерных явлений, сопровождающих движение жидкости или газа. При отрыве происходит перераспределение давления по поверхности летательного аппарата, вследствие чего изменяются важнейшие интегральные аэродинамические характеристики — сопротивление и подъемная сила.

В некоторых случаях отрыв приводит к вредным последствиям: уменьшению эффективности несущей способности тел, ухудшению управляемости, возрастанию тепловых потоков на отдельных участках обтекаемой поверхности. Однако отрыв потока может быть и полезен. Например, управляя отрывом, создают требуемые управляющие усилия и моменты, обеспечивают допустимый режим теплопередачи, улучшают аэродинамические характеристики летательного аппарата.

На рис. 1.1.1, *а—г* представлены часто встречающиеся отрывные течения, возникающие около различных выступов или надстроек, изломов поверхностей, различных видов каверн, падающих на обтекаемую поверхность скачков уплотнения (рис. 1.1.1, *д—ж*), и тел сложной формы (рис. 1.1.1, *и*). Отрывные течения наблюдаются также при обтекании элеронов, элевонов, интерцепторов, крыльев на закритических углах атаки (рис. 1.1.1, *к, л*).

При работе диффузоров и сопл в нерасчетных режимах скачки уплотнения взаимодействуют с пограничным слоем на стенках, что также приводит к отрыву

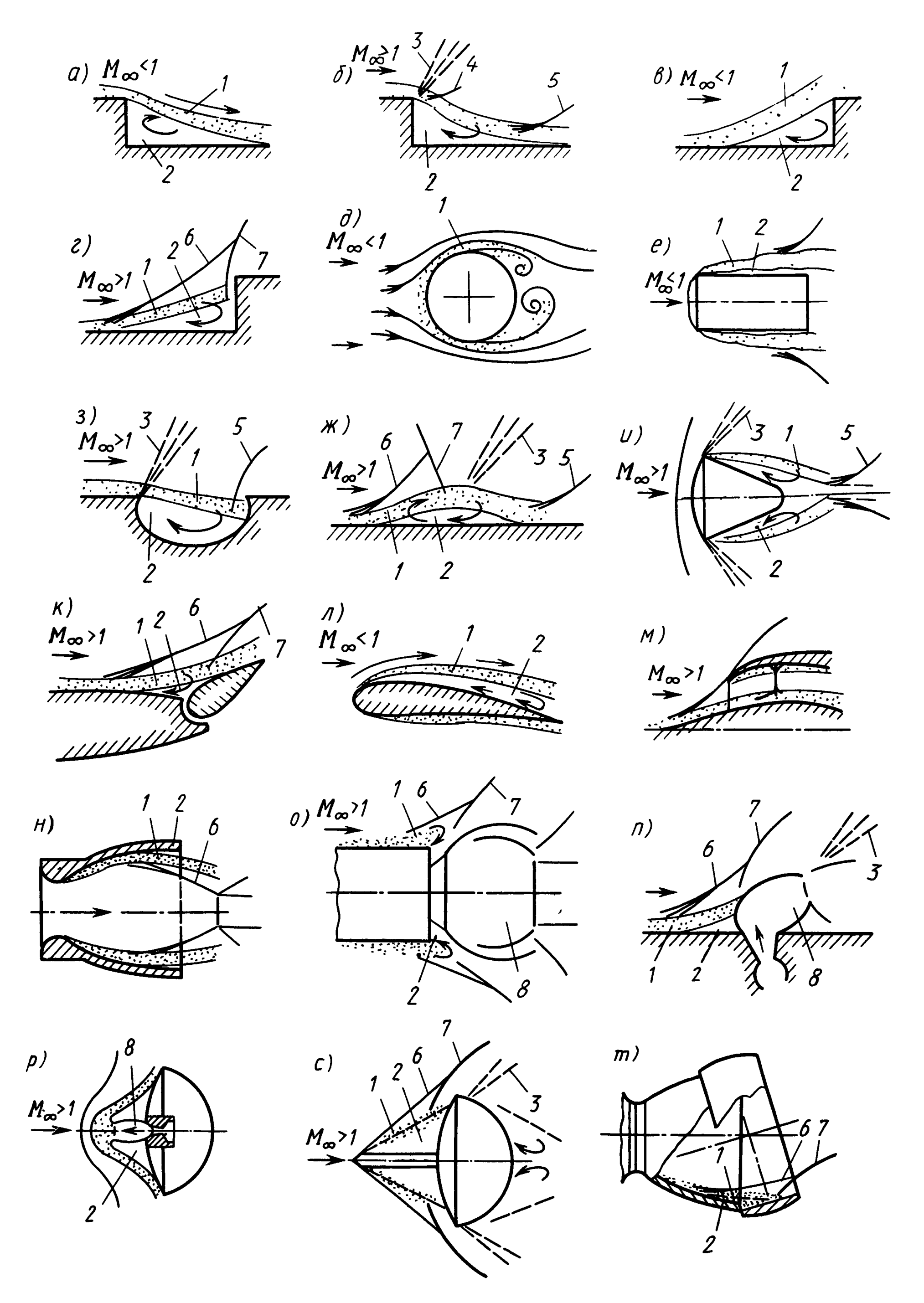


Рис. 1.1.1. Основные виды отрывных течений:

1 — оторвавшийся пограничный слой; *2* — область возвратного течения, *3* — веер волн разрежения; *4* — «висячий» скачок уплотнения; *5* — скачок уплотнения, вызванный присоединением потока, *6* — скачок уплотнения, обусловленный отрывом потока, *7* — основной скачок уплотнения, *8* — струя

потока (рис. 1.1.1, *м, н*). Отрывное течение может быть вызвано струйным взаимодействием при истечении продуктов сгорания топлива двигателей в спутный поток (рис. 1.1.1, *о*), работе управляющих или тормозных реактивных устройств (рис. 1.1.1, *п, р*), аэродинамических и газодинамических органов управления, например аэродинамических игл (рис. 1.1.1, *с*) и дефлекторов (рис. 1.1.1, *т*).

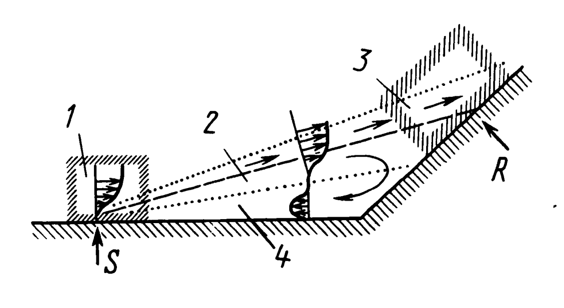


Рис. 1.1.2. Схема отрывного течения

На основании экспериментальных исследований отрывных течений можно выделить следующие характерные области (рис. 1.1.2).

Область отрыва *1*, в которой происходит переход от течения в «невозмущенном» пограничном слое к началу его отрыва.

Область смешения *2* оторвавшегося пограничного слоя с внешним потоком и возвратным течением.

Область присоединения *3* потока к обтекаемой поверхности, сопровождающегося его разделением на основное и возвратное течения.

Область возвратного течения *4*, которая в зависимости от типа отрыва и конфигурации обтекаемой поверхности может быть закрытой или открытой.

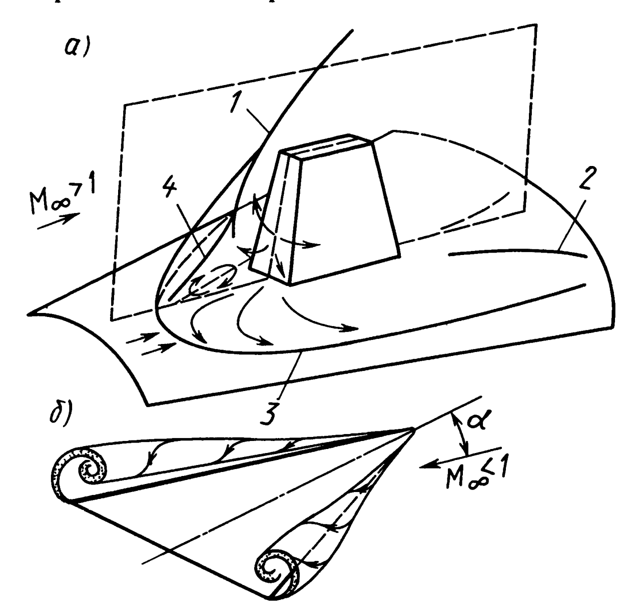


Рис. 1.1.3. Пространственные отрывные течения:

1 — головной скачок уплотнения, *2* — след «хвостового» скачка уплотнения, *3* — линия отрыва, *4* — скачок уплотнения, обусловленный отрывом

Под *закрытой областью возвратного течения* понимается такая область, в которой при установившемся режиме циркулирует постоянная масса газа, несмотря на массообмен с внешним течением, естественно происходящий в области смешения или осуществляемый специально (вдув или отсос). В *открытой области* также существуют циркуляционные течения и одновременно происходит образование спутных вихревых потоков, сопровождающееся частичным уносом массы газа.

Отрывные течения делятся на *двухмерные* (плоские или осесимметричные) и *трехмерные* (пространственные).

В общем случае (рис. 1.1.2) положение областей отрыва и присоединения заранее предсказать невозможно. Однако в частных случаях местонахождения этих зон, характеризующихся соответственно точками отрыва S и присоединения R, оказываются достаточно определенными. Отрывные течения с неизвестными координатами точек S или R называются соответственно *течениями со свободными отрывом или присоединением.*

Например, на рис. 1.1.1, *а, б* показано плоское течение с известной точкой отрыва и свободным присоединением, а на рис. 1.1.3 — пространственные отрывные течения около преграды, выступающей над обтекаемой поверхностью (рис. 1.1.3, *а*), на тонком треугольном крыле в дозвуковом потоке (рис. 1.1.3, *б*).

§ 1.2. ПРИЧИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ И ИХ СТРУКТУРА

Классическая концепция течения в области отрыва потока сформулирована для плоского и осесимметричного течений. Одним из необходимых условий отрыва потока от стенки является возрастание давления в направлении течения, т. е. *наличие положительного градиента давления.* Однако отрыв может произойти лишь при выполнении другого условия — *наличия в потоке вязкости, приводящей к появлению пограничного слоя и диссипации энергии.* Действительно, поток не отрывается от плоской пластинки, для которой характерны постоянство давления во всех сечениях пограничного слоя и, следовательно, равенство нулю продольного градиента давления.

Если рассмотреть криволинейный профиль, обтекаемый дозвуковым потоком (рис. 1.2.1), то на участке от точки полного торможения O до некоторой точки B градиент давления будет отрицательным ($\partial p/\partial x<0$), а на участке от точки B до точки C на задней кромке — положительным ($\partial p/\partial x>0$). Такой характер изменения градиента давления обусловлен особенностями обтекания профиля, при котором на переднем участке скорость в направлении от точки O к точке B возрастает и, следовательно, давление снижается; на участке, примыкающем к задней кромке, скорость, наоборот, уменьшается, а давление увеличивается.

Там, где градиент давления отрицательный, а поток ускоряется, касательные напряжения будут больше, чем при равномерном движении. Наоборот, в той зоне, где давление повышается и течение замедляется, напряжение уменьшается. На обтекаемой поверхности можно указать точку, в которой напряжение трения оказывается равным нулю, а за этой точкой становится отрицательным. Такой характер изменения напряжения трения тесно связан с распределением скорости V_x и по сечению пограничного слоя затормаживается.

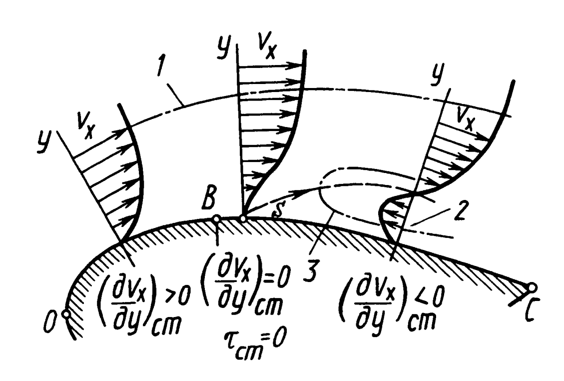


Рис. 1.2.1. Схема отрыва пограничного слоя:

1 — линия тока; *2* — вихрь; *3* — зона возвратного течения, *S* — точка отрыва

По сравнению с основным потоком течение в пограничном слое имеет меньшую скорость, а поэтому подвергается воздействию относительно большого отрицательного ускорения. Механическая энергия частиц жидкости вблизи стенки мала и их способность к движению в направлении возрастания давления оказывается ограниченной. Наступает такой момент, когда запас этой энергии ввиду необратимого перехода ее части в теплоту из-за работы сил трения может оказаться недостаточным для преодоления положительного градиента давления. Поэтому жидкость вблизи поверхности сначала претерпевает полное торможение, а затем изменяет направление движения. В результате образования возвратного течения происходит оттеснение линий тока и, как следствие, отрыв пограничного слоя от поверхности. Точка S, в которой $(\partial V_x/\partial y)_{\text{ст}}=0$, считается местом отрыва. В ней напряжение трения $\tau_{\text{ст}}=\mu_{\text{ст}}(\partial V_x/\partial y)_{\text{ст}}$ (где $\mu_{\text{ст}}$ -динамическая вязкость) обращается в 0, т. е. *вязкая сила исчезает*. Рассмотренный случай возникновения отрыва относится к *сингулярному типу*, т. е. с особой точкой, для которой $\tau_{\text{ст}}=0$ [27]. Течение за точкой отрыва характеризуется наличием двух потоков: *внешнего, имеющего направление свободного течения, и внутреннего, движущегося в обратную сторону*. Пограничный слой как бы скручивается, образуя вихри. Возникновение вихрей сопровождается накоплением за точкой отрыва заторможенной жидкости и образованием области возвратного течения.

Для пространственных трехмерных течений характерен отрыв, в каждой точке которого сходятся две различные поверхностные линии тока AO и BO (рис. 1.2.2), отходящие от обтекаемой поверхности в виде единой разделяющей линии тока OC. Совокупность этих линий образует разделяющую *поверхность тока 1*, а пересечение ее с обтекаемой поверхностью — линию отрыва *2*, называемую *линией стекания*.

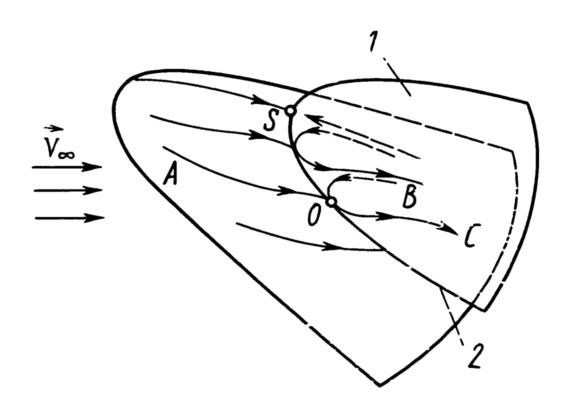


Рис. 1.2.2. Схема пространственного отрыва

Экспериментально установлено, что для линий тока AO и BO параметр $A = \lim_{y \to 0} \tau_x / \tau_z$ в любой точке стекания при пространственном отрыве одинаков. Здесь τ_x, τ_z — составляющие напряжения трения в плоскости, касательной к обтекаемой поверхности. Это означает, что линии тока в этой плоскости должны иметь общую касательную. При сингулярном же отрыве в точке S напряжения трения τ_x и τ_z одновременно обращаются в нуль; следовательно, величина A становится неопределенной, характеристики течения на поверхности тела могут претерпевать разрыв и быть неоднозначными. Если направления вихря и внешнего течения не совпадают, то оторвавшийся поток вращается с образованием спиралеобразных вихрей (рис. 1.2.3). Такие течения наблюдаются при обтекании тонких стреловидных крыльев, сужающихся хвостовых частей фюзеляжей, различного рода выступов и надстроек.

Возможность отрыва пограничного слоя зависит от механической энергии газа вблизи стенки, различной для ламинарного и турбулентного пограничного слоев. Турбулентное перемешивание увеличивает скорость газа вблизи стенки; следовательно, жидкости легче преодолеть возрастание давления и трение. Поэтому *турбулентный пограничный слой при прочих равных условиях отрывается ниже по потоку, чем ламинарный* (рис. 1.2.4). Ламинарное течение отрывается от поверхности цилиндра в области, где угол $\varphi_л \approx \approx 80...85°$ (рис. 1.2.4, *а*), в то время как при турбулентном обтекании место отрыва смещается на угол $\varphi_т \approx 110°$ (рис. 1.2.4, *б*). Область следа значительно сужается по сравнению со случаем ламинарного отрывного течения. Следует отметить, что движение жидкости в турбулентном пограничном слое является неустановившимся. За точкой отрыва S образуется вихрь, который за счет трения между слоями жидкости втягивает все большую массу в область возвратного течения. В некоторый момент времени вихрь отходит от тела и уносится потоком. Область отрывного течения сокращается, точка отрыва смещается вниз по потоку, и процесс образования нового вихря повторяется. В отрывном течении первоначально возникает пара симметричных вихрей у нижней и верхней поверхностей ци-

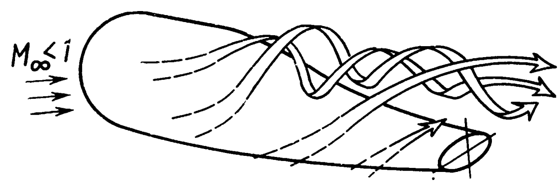


Рис. 1.2.3. Вихревой отрыв за телом сложной формы

линдра. Далее симметричность картины нарушается: как правило, начинает развиваться один из вихрей, который затем уносится потоком. На некотором расстоянии, позади обтекаемого тела, образуется правильная последовательность вихрей, вращающихся попеременно вправо и влево, называемая *вихревой дорожкой Кармана.*

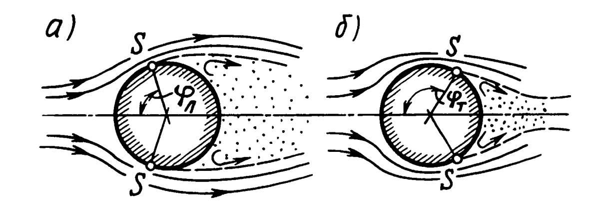


Рис. 1.2.4. Отрыв потока на цилиндре

Возникающие при сверхзвуковых скоростях скачки уплотнения, взаимодействуя с пограничным слоем, могут вызвать его отрыв. На рис. 1.2.5, *а* показан такой отрыв на плоской поверхности *1* в месте падения скачка уплотнения *4*. Этот скачок создает положительный градиент давления, достаточный, чтобы вызвать отрыв. Переход через скачок обусловливает повышение давления, которое распространяется вверх по потоку по дозвуковой части пограничного слоя, способствуя его утолщению. В результате этого сверхзвуковая часть пограничного слоя *2* отклоняется во внешнюю сторону, что в свою очередь порождает систему сходящихся волн сжатия *3*, распространяющихся во внешний поток в виде отраженного скачка уплотнения *5*. Когда градиент давления достигает своего критического значения, при котором частицы жидкости вблизи поверхности не могут его преодолеть, возникает отрыв потока (точка S). Оторвавшийся поток в области за скачком уплотнения *4* расширяется, образуя веер волн разрежения *6*, и ослабляет рост толщины пограничного слоя. Вторая серия волн сжатия *7* может формировать отраженный скачок и образуется там, где в результате присоединения к обтекаемой поверхности (точка R) течение снова становится параллельным пластинке. Звуковая линия *9* как бы огибает область отрыва *8*. Картина взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем зависит от интенсивности скачка уплотнения, режима течения в пограничном слое и формы обтекаемой поверхности.

На рис. 1.2.5, *б* приведен график распределения давления в возмущенных областях течения. Давление начинает возрастать до точки отрыва S, в которой существует необходимый для отрыва пограничного слоя критический перепад давления $\Delta p = p_S - p_\infty$. Затем градиент давления уменьшается и в области смешения давление близко к постоянной величине p_p («плато» постоянного давления). Для области присоединения характерно дальнейшее возрастание давления до величины $p_{ск}$, соответствующей значению за скачком уплотнения. Давление в точке присоединения p_R ниже $p_{ск}$.

Положительный градиент давления $\partial p/\partial x$ при сверхзвуковых скоростях может создаваться не только падающим скачком уплотнения, но и скачком от излома образующей обтекаемой поверхно-

сти *1* (рис. 1.2.6). При обтекании преграды *5* невязким потоком в окрестности угловой точки возникает скачок уплотнения *4*, за которым поток поворачивается параллельно стенке. Происходит взаимодействие скачка уплотнения *4*, достигающего звуковой линии *7*, с пограничным слоем, приводящее к появлению волн сжатия *2*, скачка *3* и к отрыву в точке *S*.

Оторвавшийся поток при достаточно большой протяженности поверхности клина присоединяется к ней в точке *R*. При этом область возвратного течения оказывается закрытой и образуется застойная зона *6*, изменяющая положение скачка *4*.

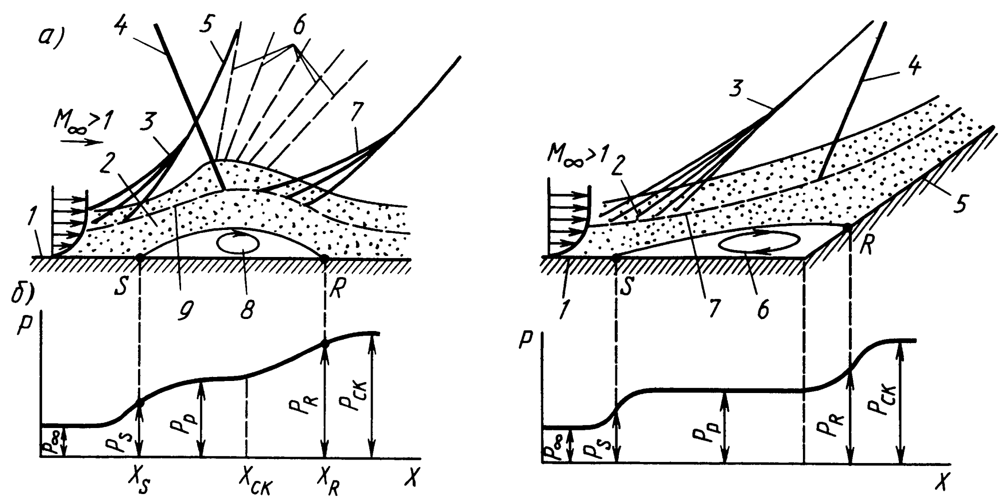


Рис. 1.2.5. Взаимодействие пограничного слоя со скачком уплотнения: *а* — структура течения, *б* — давление на обтекаемой поверхности

Рис. 1.2.6. Отрыв, вызванный клином

Более сложная структура течения возникает при трехмерном отрыве сверхзвукового потока. Обтекание выступающего элемента (см. рис. 1.1.3, *а*) сопровождается образованием перед ним пространственного скачка уплотнения, который взаимодействует с пограничным слоем и вызывает его отрыв с образованием открытой области возвратного течения («трехмерный» отрыв).

Трехмерный отрыв имеет свои особенности. Из-за воздействия на пограничный слой искривленной ударной волны перед преградой возникает градиент давления не только в продольном, но и поперечном направлениях. Это приводит к возникновению внутри зоны отрыва вторичного течения, скорость которого направлена под некоторым углом к линиям тока основного потока. Поэтому часть газа, попавшая в застойную зону из области смешения, эжектируется внешним потоком, а часть растекается в боковых направлениях с образованием спиралеобразных вихрей.

На параметры потока в зонах отрыва и их геометрические размеры оказывают влияние характеристики внешнего течения: *скорость, число* **Re**. При плоском двухмерном отрыве давление в обла-

сти отрывного течения не зависит от условий, вызывающих отрыв. Если отрыв трехмерный, то параметры отрывного течения определяются формой и размерами преград.

Несколько иная физическая картина течения в случае обтекания кормовых частей летательных аппаратов, различных уступов, расположенных по потоку, и т. д. (рис. 1.2.7, *а*). Течение характеризуется большим местным расширением около угловой точки. Эксперименты показывают, что отрыв пограничного слоя *1* происходит непосредственно за угловой точкой на донном срезе. За счет искривления линий тока за изломом поверхности возникают волны сжатия, формирующие висячий (краевой) скачок уплотнения *3*. Характер течения около угловой точки является более сложным, чем обычное течение Прандтля—Майера. Поток вначале перерасширяется в волне *2*, а затем его давление увеличивается при переходе через краевой скачок уплотнения. Обычно при расчете такого отрыва сложный характер течения вблизи угловой точки не учитывается и считается, что отрыв потока происходит в вершине угла (рис. 1.2.7, *б*).

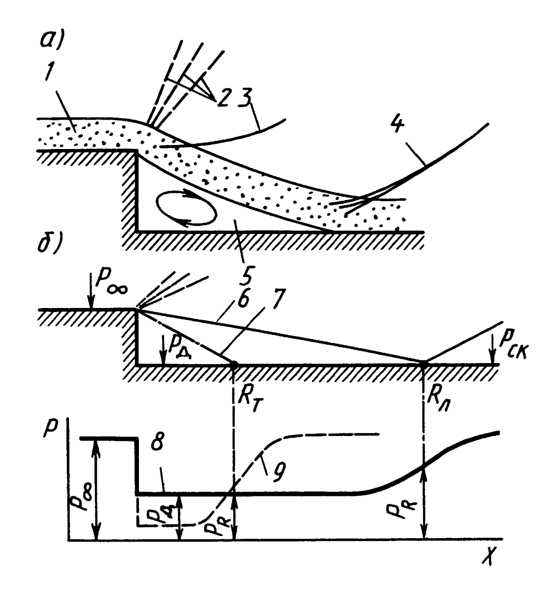


Рис. 1.2.7. Отрыв сверхзвукового потока у донного среза:

а — структура течения: *1* — пограничный слой; *2* — веер волн разрежения; *3* — краевой скачок уплотнения; *4* — «хвостовой» скачок уплотнения; *5* — область циркуляционного течения; *б* — схема отрыва и распределения давления; *6* — ламинарный отрыв; *7* — турбулентный отрыв; *8* — при ламинарном отрыве; *9* — при турбулентном отрыве

На рис. 1.2.7, *б* представлено распределение давления за донным срезом для случаев ламинарного *6* и турбулентного *7* сверхзвуко-

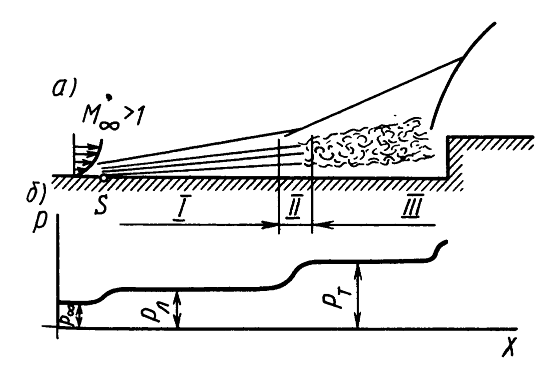


Рис. 1.2.8. Смешанное отрывное течение:
а — схема течения; *б* — распределение давления

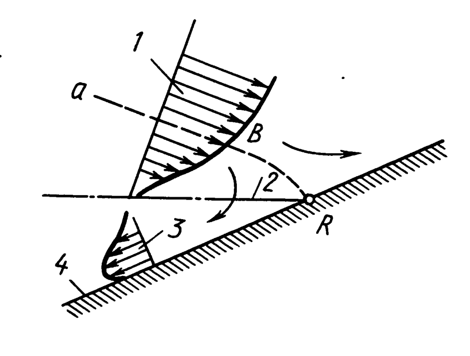


Рис. 1.2.9. Схема присоединения потока

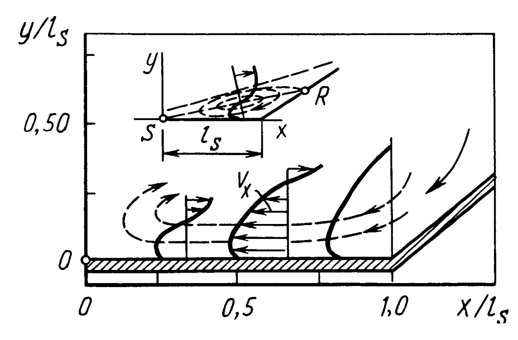


Рис. 1.2.10. Профили средней скорости возвратного течения в области отрыва сверхзвукового потока (здесь l_S — длина зоны отрыва)

вых течений. Давление в области отрыва и длина ее при турбулентном режиме меньше, чем при ламинарном обтекании донного среза.

Оторвавшийся пограничный слой дает начало *зоне смешения.* Здесь ввиду переноса массы, количества движения и энергии происходит формирование слоя смешения с существенным изменением в поперечном направлении скорости, плотности, температуры. Эксперименты показывают, что давление в области смешения остается постоянным, а другие параметры течения изменяются в ней по законам развития свободных струй.

При *турбулентном отрыве* слой смешения остается турбулентным. В условиях *ламинарного отрыва* возможны переходные типы течений, когда в области смешения ламинарный режим течения переходит в турбулентный. На рис. 1.2.8 показана структура *смешанного отрывного течения*: зона *I* соответствует ламинарному оторвавшемуся пограничному слою с давлением $p_л$, зона *III* — турбулентному с характерным давлением $p_т$. Переход режимов течения происходит в зоне *II*.

Рассмотрим течение в *области присоединения* (рис. 1.2.9).

Неравномерность параметров слоя смешения *1* приводит к тому, что энергия потока для каждой струйки газа в поперечном направлении не одинакова. Так как в окрестности области присоединения потока к поверхности *4* происходит его сжатие, то низкоэнергетические частицы газа, не способные преодолеть повышенное давление в области присоединения, поступают в область возвратного течения *3*. Высокоэнергетические частицы газа, находящиеся *выше разделяющей линии тока ab* (рлт), уходят вниз по потоку. На линии присоединения (*линии растекания*) напряжение трения $\tau_{ст} = 0$. Частицы газа, попадающие в область *возвратного течения*, имеют

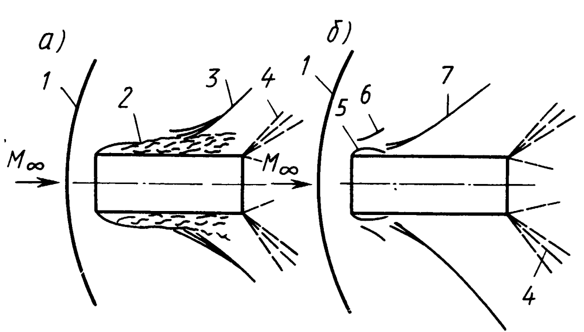


Рис. 1.2.11. Неоднозначность структур обтекания с отрывом при одинаковых значениях M_∞:

а — структура течения с развитым отрывом (тип 1); *б* — обтекание с локальными зонами отрыва (тип 2); *1* — головная ударная волна, *2* — область оторвавшегося потока; *3* — скачок уплотнения, *4* — волны разрежения, *5* — локальная закрытая зона отрыва, *6* — «висячий» скачок уплотнения, *7* — скачок уплотнения, вызванный вторичным сжатием в области присоединения

различные скорости (на линии *2* они равны нулю). На рис. 1.2.10 представлены типичные профили скоростей, характерные для этой области при сверхзвуковом отрывном течении. Скорость газового потока в застойных зонах может достигать сверхзвуковых значений.

Одной из особенностей отрывных течений является возможность существования различных структур обтекания при одинаковых внешних кинематических параметрах потока, например числах **M**, углах атаки и т. д., что приводит к неоднозначности аэродинамических характеристик летательного аппарата.

Структура обтекания определяется направлением изменения рассматриваемого кинематического параметра. На рис. 1.2.11 приведен характерный пример существования двух структур обтекания при взаимодействии трансзвукового потока с цилиндрическим телом при одинаковой скорости ($\mathbf{M}_\infty > 1$), одна из которых, полученная в процессе возрастания скорости от дозвуковой до рассматриваемой $\mathbf{M}_\infty$, соответствует полностью отрывному течению (рис. 1.2.11, *а*), а другая, полученная при уменьшении сверхзвуковой скорости до той же величины $\mathbf{M}_\infty$, — течению с локальными зонами отрыва в носовой части тела (рис. 1.2.11, *б*). Неоднозначность структур течения обусловлена различием моментов перестройки, т. е. числа $\mathbf{M}_\infty$, при прямом и обратном изменении скорости обтекания тела.

ГЛАВА 2 ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ТЕЧЕНИЙ С ОТРЫВОМ И ПРИСОЕДИНЕНИЕМ ПОТОКА

Недостаточная изученность явлений, сопровождающих отрывные течения, влияние множества параметров на отрыв потока обусловливают проведение большого количества экспериментальных исследований с целью выявления их особенностей и закономерностей.

На основе обобщения этих исследований получают корреляционные зависимости и соотношения, применяемые в расчетах.

В главе рассматриваются отрывные течения перед различными препятствиями (прямой и обратный уступы), при воздействии падающих скачков уплотнения, в кавернах, анализируются наиболее общие результаты экспериментов, полученные при сверхзвуковом, дозвуковом и гиперзвуковом обтекании частей летательных аппаратов, органов управления полетом. Основное внимание уделяется физическим процессам при отрыве, различным видам структур отрывных течений и их преобразованиям при изменении внешних условий.

§ 2.1. ОТРЫВ СВЕРХЗВУКОВЫХ ПОТОКОВ ПРИ ОБТЕКАНИИ УСТУПОВ И НАКЛОННЫХ ПРЕГРАД

Любое отрывное течение можно отнести к одному из трех видов: *ламинарному*, когда точка перехода расположена за точкой присоединения, *переходному* (ламинарному с турбулизацией потока в области между отрывом и присоединением или с точкой отрыва в переходной области пограничного слоя) и *турбулентному*.

При ламинарном отрыве статическое давление в возмущенной области практически постоянно, а величина его на 20...30% больше, чем в невозмущенном потоке, и зависит от чисел $\mathbf{M}_\infty$ и $\mathbf{Re}$. Угол отрыва сравнительно невелик и составляет несколько градусов.

Турбулизация потока в зоне отрыва приводит к резкому повышению давления в областях смешения и присоединения, которое в значительной степени зависит от условий обтекания. Для турбулентного отрыва характер-

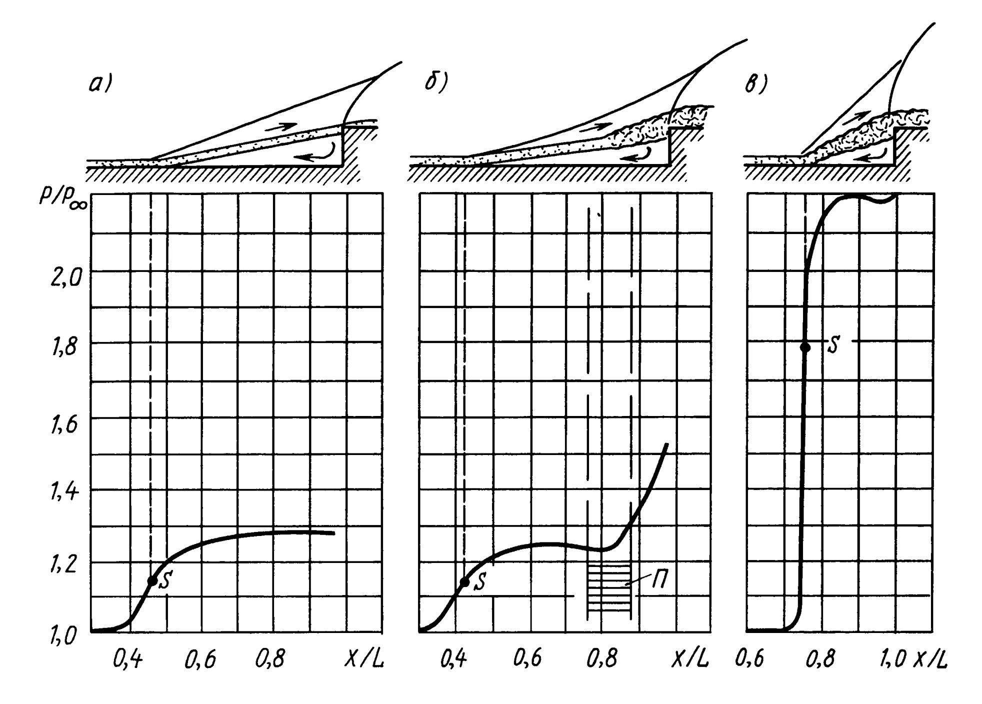


Рис. 2.1.1. Распределение давления перед уступами ($M_\infty = 2{,}3$):
а — ламинарный отрыв ($Re_L = 0{,}2 \cdot 10^6$), *б* — переходный отрыв ($Re_L = 0{,}46 \cdot 10^6$), *в* — турбулентный отрыв ($Re_L = 1{,}52 \cdot 10^6$), П — область перехода

но более резкое возрастание давления по сравнению с ламинарным, длина зоны отрыва при этом значительно меньше, а для отрыва требуется больший перепад давлений. Это объясняется существованием вихревого движения в турбулентном слое, повышающего механическую энергию газа, из-за чего отсутствует явно выраженное *плато давлений*. Число **Re** на поток этого типа оказывает слабое влияние.

Характерные структуры потоков и распределения давлений перед уступами при отрыве для каждого режима обтекания показаны на рис. 2.1.1. [49, TN 3869, 1957]. Такое же распределение давления сохраняется при отрывном обтекании наклонных преград («углов сжатия»).

Степень влияния числа **Re** на параметры отрывных течений не одинакова для различных видов обтекания. Ламинарный отрыв (рис. 2.1.2, *а*) при обтекании «угла сжатия» $\beta_{пр} = 20°$ происходит с передней кромки пластины. Давление p_p, соответствующее области смешения («плато» постоянного давления), несколько уменьшается с увеличением числа $Re_L = V_\infty L \rho_\infty / \mu_\infty$ (L — расстояние от передней кромки пластины до преграды). Наиболее существенно влияние числа **Re** в переходном режиме, когда оно изменяет положение точки отрыва и значение давления в области отрыва (рис. 2.1.2, *б*). Чем больше число **Re**, тем ближе точка перехода к точке отрыва S и тем выше поднимается ветвь кривой давления AB,

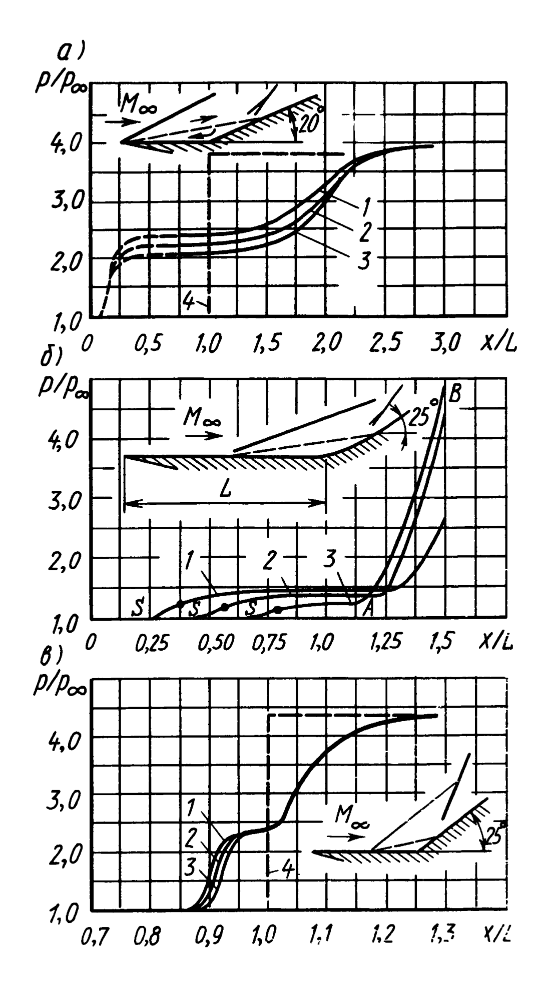


Рис. 2.1.2. Влияние числа **Re** на распределение давления различных видов отрывных течений перед наклонными преградами:

а — ламинарный при $\mathbf{M}_\infty = 3$, *1* — $\mathbf{Re}_L = 1{,}3 \cdot 10^4$; *2* — $\mathbf{Re}_L = 2{,}7 \cdot 10^4$, *3* — $\mathbf{Re}_L = 4{,}0 \cdot 10^4$, *4* — невязкий поток, *б* — переходный при $\mathbf{M}_\infty = 2{,}7$, *1* — $\mathbf{Re}_L = 0{,}16 \cdot 10^6$, *2* — $\mathbf{Re}_L = 0{,}36 \cdot 10^6$, *3* — $\mathbf{Re}_L = 0{,}81 \cdot 10$, *в* — турбулентный при $\mathbf{M}_\infty = 2{,}7$: *1* — $\mathbf{Re}_L = 1{,}4 \cdot 10^6$, *2* — $\mathbf{Re}_L = 2{.}2 \cdot 10^6$, *3* — $\mathbf{Re}_L = 4{,}1 \cdot 10^6$; *4* — невязкий поток

характерная для этого режима. В турбулентном отрывном течении параметры зоны отрыва слабо зависят от числа $\mathbf{Re}_L$ (рис. 2.1.2, *в*).

Следует отметить, что в экспериментах по определению закономерностей отрывных течений число Рейнольдса можно снижать давлением торможения невозмущенного потока $p_{0\,\infty}$ или геометрическими размерами моделей. При уменьшении числа **Re** из-за снижения давления торможения в аэродинамической трубе толщина пограничного слоя увеличивается, возрастает высота дозвукового «коридора». Через него возмущения передаются вверх по потоку и влияние возмущений усиливается. Если число **Re** изменяется путем уменьшения длины модели (L), на которой развивается пограничный слой, то уменьшается и его толщина $\delta = AL\mathbf{Re}_L^{-n}$ [8], что приводит к обратному эффекту. Необходимо поэтому при анализе влияния числа **Re** обязательно указывать, каким методом изменялось его значение.

Изменения в распределении давлений перед уступами в диапазоне чисел $\mathbf{M}_\infty = 1{,}3 \ldots 3{,}4$ представлены на рис. 2.1.3. Эти зависимости получены для чисел $\mathbf{Re} = 0{,}13 \cdot 10^6$; $0{,}6 \cdot 10^6$; $2{,}6 \cdot 10^6$, соответствующих ламинарному, переходному и турбулентному видам отрыва.

При ламинарном отрыве давление в зоне отрыва и ее протяженность зависят от числа $\mathbf{M}_\infty$ (рис. 2.1.3, *а*). С увеличением числа $\mathbf{M}_\infty$ возрастает давление и уменьшается *длина зоны отрыва*. Для переходного режима с увеличением числа $\mathbf{M}_\infty$ область начала турбулизации смещается вниз по потоку (рис. 2.1.3, *б*). При малой сверхзвуковой скорости (например, $\mathbf{M}_\infty = 1{,}3$) оторвавшийся ламинарный слой неустойчив и переход происходит вблизи точки отрыва; при

увеличении сверхзвуковой скорости ($\mathbf{M}_\infty = 3{,}3$) пограничный слой более устойчив, а поэтому турбулизация начинается у точки присоединения. Влияние числа $\mathbf{M}_\infty$ на распределение давления перед уступом для турбулентного потока показано на рис. 2.1.3, *в*. Протяженность области взаимодействия почти постоянна, изменяется лишь максимальное значение давления в области отрыва, являющееся функцией $\mathbf{M}_\infty$.

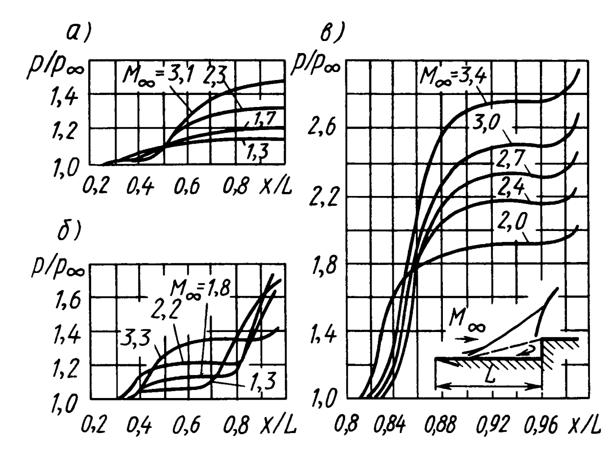


Рис. 2.1.3. Влияние числа $\mathbf{M}_\infty$ на распределение давления при отрыве

Рассмотрим изменение параметров потока при отрыве около «углов сжатия». Основные характеристики течений — относительные давление p/p_∞, длина зоны отрыва l_S/δ_1 (индексом 1 обозначены параметры и характеристики течения невозмущенного потока перед точкой отрыва), профили статического давления в поперечных сечениях и местный коэффициент поверхностного трения c_{fx} — показаны на рис. 2.1.4...2.1.7 [33, 1976, № 1; 1976, № 12].

Распространение возмущений вверх по потоку и их величина связаны с интенсивностью скачка уплотнения, возникающего в невязком потоке перед преградой, имеющей форму клина с углом $\beta_{пр}$. С увеличением $\beta_{пр}$ интенсивность этого скачка растет, что приводит к возрастанию размеров возмущенной области, а следовательно, и зоны отрыва l_S/δ_1 (рис. 2.1.4).

Для $\mathbf{M}_\infty = 2{,}84$ отрыв начинает зарождаться при $\beta_{пр} = 10°$ (рис. 2.1.5). Его развитие по мере увеличения $\beta_{пр}$ представляет, по существу, постепенный процесс перехода от присоединенного течения к отрывному. На графике показаны точки отрыва S и присоединения R для случая обтекания, соответствующего углу $\beta_{пр} = 24°$ (развитый отрыв). Начало отрыва в эксперименте определяется одним из следующих способов: а) по осевой координате первой точки перегиба на кривой распределения статического давления; б) по положению линии стекания сажемасляного покрытия; в) путем экстраполяции ли-

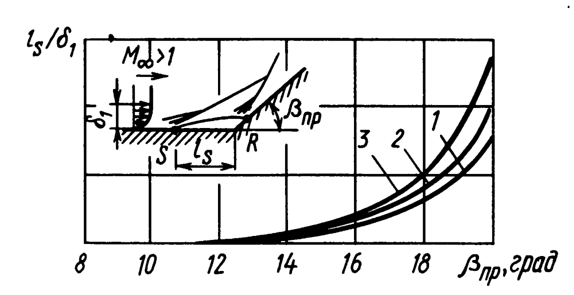


Рис. 2.1.4. Зависимость длины зоны отрыва от угла преграды при $\mathbf{M}_\infty = 2{,}84$:

1 — $\mathrm{Re}_{\delta_1} = 6{,}31 \cdot 10^6$, *2* — $\mathrm{Re}_{\delta_1} = 4{,}90 \cdot 10^6$; *3* — $\mathrm{Re}_{\delta_1} = 1{,}82 \cdot 10^6$

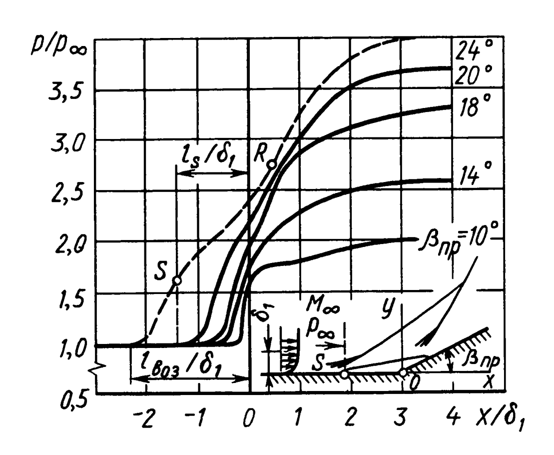


Рис. 2.1.5. Распределение статического давления вдоль поверхности «угла сжатия» при $\mathbf{M}_\infty = 2{,}84$:
—— $\mathrm{Re}_{\delta_1} = 6{,}31\cdot10^6$; — — — $\mathrm{Re}_{\delta_1} = 1{,}33\cdot10^6$

нии скачка уплотнения, вызванного отрывом, до обтекаемой поверхности. Каждый из названных методов с достаточной степенью точности определяет начало отрыва. При зонах отрыва, превосходящих толщину пограничного слоя, они хорошо согласуются между собой.

Для области отрывного течения практически отсутствует градиент давления по нормали к обтекаемой поверхности (сечения *I*, *II*, *III* на рис. 2.1.6). Небольшой поперечный градиент появляется лишь за точкой присоединения потока (сечение *IV*). Коэффициент поверхностного трения $c_{fx} = \tau_{\text{ст}}/(\rho_\infty V_\infty^2/2)$ в точках отрыва *S* и присоединения *R* достигает нулевых значений (рис. 2.1.7). В предотрывной области, где начинает повышаться давление, коэффициент трения быстро падает от своего начального значения, соответствующего пограничному слою на плоской пластине, до нуля на линии отрыва. За точкой присоединения потока, в которой он также равен нулю, коэффициент c_{fx} возрастает и снова приближается к значению на плоской пластине.

Измерения параметров потока в зоне отрывного течения перед «углом сжатия» $\beta_{\text{пр}} = 24°$ позволили вычислить профили скоростей

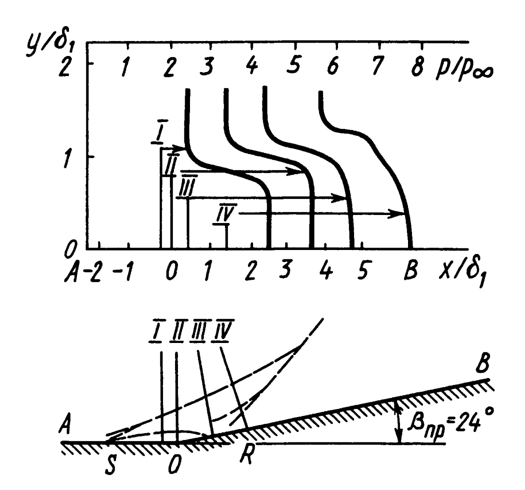


Рис. 2.1.6. Профили статического давления в поперечных сечениях области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем

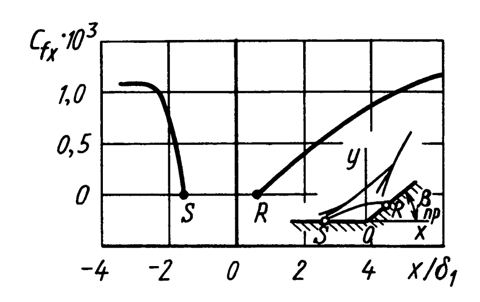


Рис. 2.1.7. Местный коэффициент поверхностного трения в области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем

и числа **M** в возмущенных областях. Линии равных чисел **M** вблизи обтекаемых поверхностей показаны на рис. 2.1.8. Перед точкой отрыва S линия, на которой $\mathbf{M}=1$, находится вблизи обтекаемой поверхности. При отрыве потока наклон ее превышает угол направления движения невязкого потока, а за точкой присоединения она вновь приближается к обтекаемой поверхности.

Линия «нулевых скоростей» ($\mathbf{M}=0$) криволинейная в областях отрыва и присоединения и почти прямая в области смешения. Она имеет слегка вогнутую форму у точки S и выпуклую — вблизи точки R.

Деформации профилей средней скорости для областей отрывного течения иллюстрируются на рис. 2.1.9. Начальный профиль скорости в сечении *I* представляет собой профиль равновесного турбулентного пограничного слоя. Профили скорости между сечениями *II—V* характеризуют оторвавшийся пограничный слой с возвратным течением у стенки. Профиль скорости в точке присоединения (сечение *VI*) указывает на существование сильно заторможенного течения. Далее скорость постепенно увеличивается и профиль становится таким же, как в турбулентном потоке перед точкой отрыва.

Введем понятие относительной длины зоны распространения возмущений (зоны взаимодействия) $l_{воз}/\delta_1$ (где δ_1 — толщина пограничного слоя в невозмущенном потоке, $l_{воз}$ — расстояние от точки начала повышения давлений до источника возникновения возмущений — «угла сжатия», уступа и т. д.). Ее можно найти с помощью эпюр распределения давления (см. рис. 2.1.5).

На рис. 2.1.10 приведены графики зависимости $l_{воз}/\delta_1$ от числа $\mathbf{Re}_{\delta_1}=V_\infty\delta_1/\nu_\infty$ для турбулентного обтекания «угла сжатия». С увеличением числа $\mathbf{Re}_{\delta_1}$ область распространения повышенного давления монотонно уменьшается. Это объясняется возрастанием сопротивления со стороны невозмущенного потока проникновению возмущений вверх по течению по дозвуковой части пограничного слоя.

Характер распределения давления в «угле сжатия» не меняется по сравнению с плоским случаем, если этот угол образован цилиндрической и конической («юбкой») поверхностями (рис. 2.1.11) [33, 1976, № 7]. С увеличением угла $\beta_{пр}$ возрастает длина области отрыва потока. Явно выраженное «плато» давлений появляется лишь при углах $\beta_{пр}>30°$ и соответствует величине $p_p/p_\infty=3{,}12$. К этому значению стремятся все кривые распределения давления, соответствующие условиям развитого отрывного течения. Значения давлений в области «плато» близки к значениям для плоских наклонных преград. Для тел вращения с «юбкой» длина области взаимодействия уменьшается с увеличением числа $\mathbf{Re}_{\delta_1}$.

Результаты экспериментов показали, что если построить зависимость длины зоны взаимодействия от местного коэффициента поверхностного трения c_{fx1}, рассчитанного по параметрам течения перед ней, то для каждого «угла сжатия» как при осесимметричном, так и при плоском обтекании все данные описываются одина-

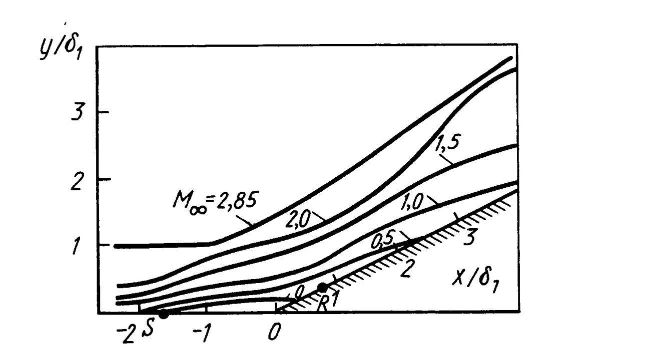


Рис. 2.1.8. Линии одинаковых чисел **M** в области возмущенного течения при отрыве ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}85$)

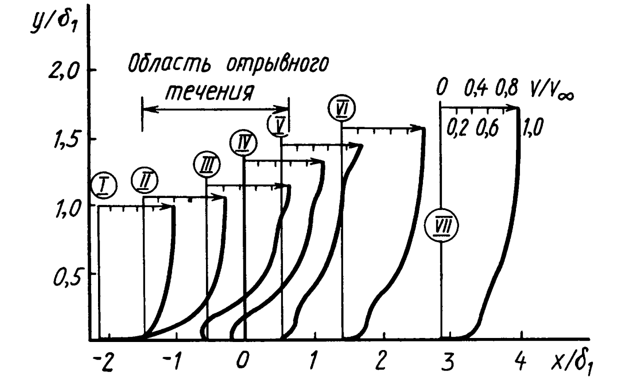


Рис. 2.1.9. Профили продольной составляющей средней скорости в области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем ($\mathbf{Re}_{\delta_1} = 1{,}33 \cdot 10^6$; $\mathbf{M}_\infty = 2{,}65$; $\beta_{пр} = 24°$)

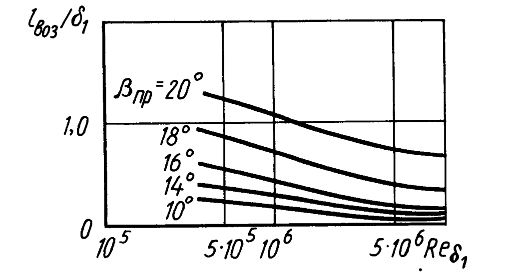


Рис. 2.1.10. Зависимость относительной длины зоны распространения возмущения от числа **Re** ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}9$)

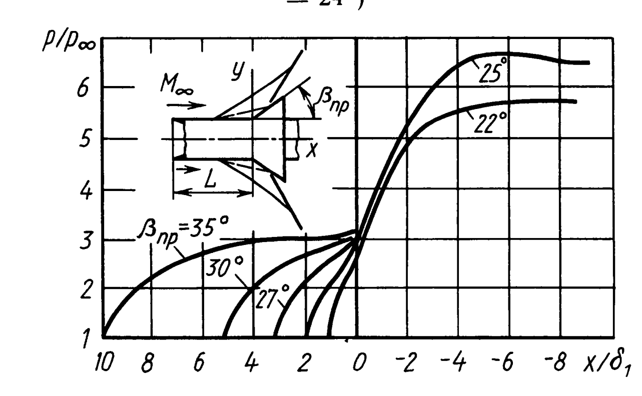


Рис. 2.1.11. Распределение давления при отрыве в угле сжатия на теле вращения при $\mathbf{M}_\infty = 3{,}96$ и $\mathbf{Re}_L = 30 \cdot 10^6$

ковыми зависимостями при любых числах M_∞. Полученные зависимости близки к линейным (рис. 2.1.12). Обозначим тангенс угла наклона этих прямых через α, а значение местного коэффициента трения в точке пересечения их с осью абсцисс через c_{fx}^*, тогда

$$l_{воз}/\delta_1 = \alpha(c_{fx1} - c_{fx}^*). \qquad (2.1.1)$$

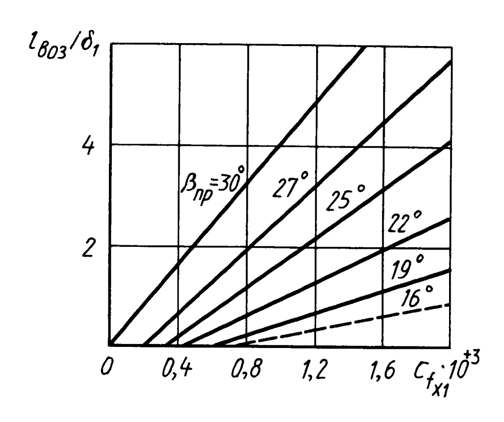


Рис. 2.1.12. Зависимость длины области распространения возмущений от значения местного коэффициента трения:
——— осесимметричное обтекание цилиндра с «юбкой», — — — «угол сжатия».

Согласно экспериментальным данным, величины α и c_{fx}^* есть функции угла $\beta_{пр}$. Для теплоизолированной стенки они могут быть представлены эмпирическими уравнениями $\alpha = 0{,}2829\beta_{пр}^{2,81}$; $c_{fx}^* = 10^{-3}(1 - 0{,}001189\ \beta_{пр}^2)$. Здесь $\beta_{пр}$ дается в градусах. Уравнение (2.1.1) приводится к виду

$$l_{воз}/\delta_1 = 0{,}2839\beta_{пр}^{2,81}[c_{fx1} - 10^{-3}(1 - 0{,}001189\beta_{пр}^2)]. \qquad (2.1.2)$$

Так как с увеличением числа **Re** коэффициент поверхностного трения уменьшается, то при неограниченном росте $\mathbf{Re}_x$ длина зоны распространения возмущений стремится к нулю.

Зависимость (2.1.2) позволяет установить связь между «углом сжатия» и местным коэффициентом трения (рис. 2.1.13). В качестве параметра используется величина $l_{воз}/\delta_1$. Совокупность значений $\beta_{пр}$ и c_{fx1}, принадлежащих области правее кривой AB ($l_{воз}/\delta_1 = 0$), соответствует условиям зарождающегося и развитого отрывного течений.

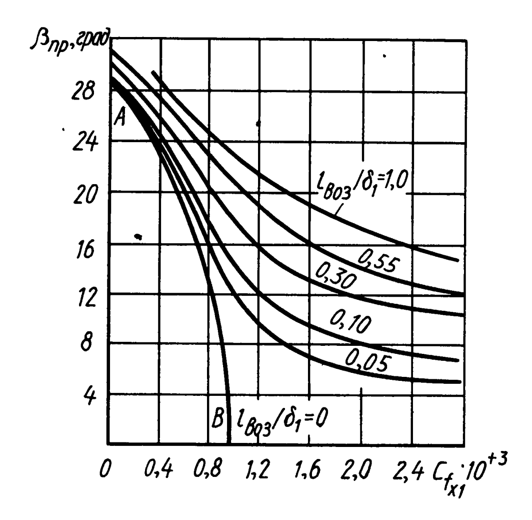


Рис. 2.1.13. Коэффициент трения для условий зарождающегося и развитого отрыва

При зарождающемся («малом») отрыве, наблюдающемся при небольших $\beta_{пр}$, длина области взаимодействия растет достаточно медленно с увеличением «угла сжатия». На графике эта область находится в интервале $l_{воз}/\delta_1 = 0...0{,}1$. При больших $\beta_{пр}$, когда $l_{воз}/\delta_1 > 0{,}3$, в циркуляционное течение интенсивно вовлекается внешняя область пограничного слоя, что приводит к образованию развитой зоны отрывного течения («большой отрыв»). В этом случае скорость увеличения

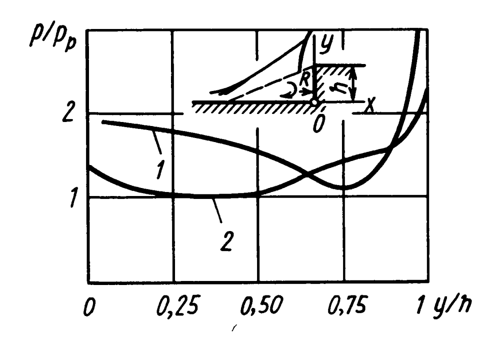


Рис. 2.1.14. Распределение давления по торцевой поверхности уступа:

1 — ламинарный отрыв ($Re_L = 5 \cdot 10^5$, $M_\infty = 9{,}7$, $T_{ст}/T_{0\infty} = 0{,}29$); *2* — турбулентный отрыв ($Re_L = 1{,}1 \cdot 10^6$, $M_\infty = 1{,}72$, $T_{ст}/T_{0\infty} = 1$)

размеров области, занятой отрывным течением, больше, чем при «малом» отрыве.

При турбулентном обтекании преград, имеющих угол наклона $\beta_{пр} = 90°$ (уступы), область взаимодействия от точки отрыва S вверх по потоку распространяется на расстояние, равное примерно $2{,}5\delta_1$. За точкой отрыва давление достигает значения, соответствующего области смешения. Непосредственно перед уступом оно резко возрастает. Для широкого диапазона чисел M_∞ средний угол отрыва $\beta_p \approx 13°$. Незначительная чувствительность угла отрыва к изменению чисел M_∞ и Re_x приводит к тому, что относительная длина зоны отрыва $\bar{l}_S = l_S/h \approx 4{,}2$ при условии, что высота уступа $h > \delta_1$. Распределение давления в зоне отрыва по торцевой стороне уступа сложное (рис. 2.1.14). В средней части торцевой поверхности давление близко к значению, соответствующему области смешения. У верхней части уступа оно резко возрастает, что обусловлено торможением и присоединением оторвавшегося потока. Вблизи основания давление возрастает за счет торможения возвратного течения. Так же как и для области возмущенного течения перед уступом, распределение давления по торцевой поверхности зависит от режима течения, чисел M_∞ и Re_x [33, 1968, № 11].

§ 2.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

Воздействие скачка уплотнения на пограничный слой приводит к его утолщению и оттеснению внешнего потока от стенки, что вызывает волны сжатия в сверхзвуковом потоке. Пограничный слой сглаживает скачок давления, создавая у поверхности градиент давления конечного значения. Линии тока во внешнем течении отклоняются от стенки, что в свою очередь несколько деформирует падающий скачок уплотнения.

Структуры потока в области взаимодействия существенно зависят от режима течения в пограничном слое (ламинарный или турбулентный), интенсивности скачка уплотнения и угла его падения. Если интенсивность мала (рис. 2.2.1, *а*), то пограничный слой *4* не отрывается от стенки и падающий скачок уплотнения *1* отражается от звуковой линии *3* скачком уплотнения *5*. При большой интенсивности скачка уплотнения поток у обтекаемой стенки испытывает большее торможение, что может привести к его

отрыву. Это вызывает дальнейшее отклонение внешнего потока и образование характерной системы скачков уплотнения *1, 2, 7* и волн разрежения *6* (рис. 2.2.1, *б*). В некоторых случаях, характеризующихся малой сверхзвуковой скоростью и большим углом падения скачка уплотнения, когда угол одного из отраженных скачков больше «критического», вблизи пограничного слоя возникает «мостообразный» скачок уплотнения с участком прямого скачка K_1K_2 (рис. 2.2.1, *в*).

Для каждого числа $\mathbf{M}_\infty$ существует свой угол наклона падающего скачка уплотнения, при котором происходит зарождение отрывного течения. На рис. 2.2.2 показано влияние числа **M** и угла наклона скачка уплотнения θ_c на отрыв двухмерного потока [49, RM E51 L26, 1956].

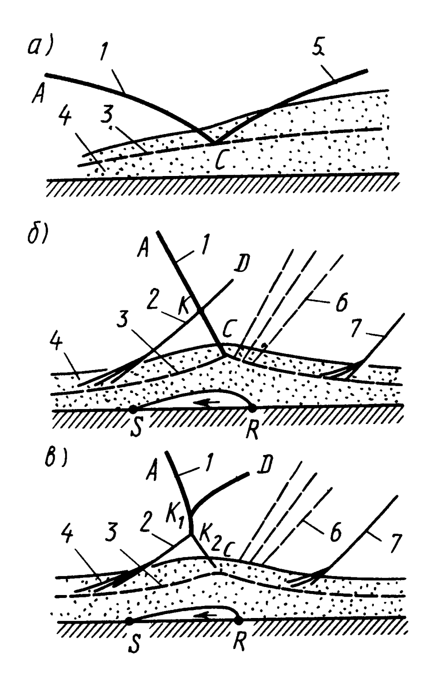
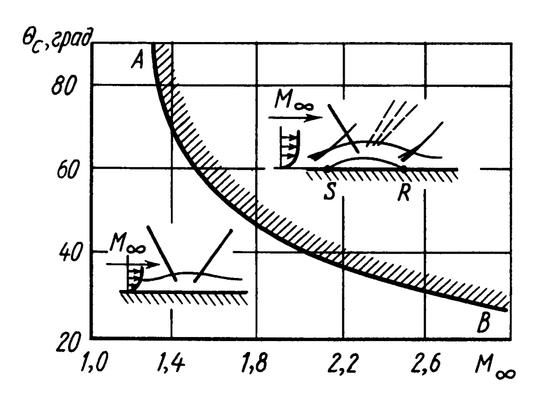


Рис. 2.2.1. Схемы течения при взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем

Рис. 2.2.2. Условия возникновения отрыва потока от падающего скачка уплотнения



Область выше кривой *AB* соответствует условиям появления отрывного течения, ниже кривой *AB* скачок уплотнения не способен создать достаточно большой положительный градиент давления, приводящий к отрыву. Чем меньше число $\mathbf{M}_\infty$, тем более высокой интенсивности (с бóльшим углом θ_c) требуется скачок уплотнения, необходимый для отрыва. Согласно этим результатам, при $\mathbf{M}_\infty = 1{,}3$ скачок уплотнения, вызывающий отрыв потока, должен быть прямым. Это подтверждается результатами исследований взаимодействия скачков уплотнения с пограничным слоем в сверхзвуковых диффузорах [49, RM E51 L26, 1956].

Возможны три вида взаимодействия прямого скачка уплотнения с пограничным слоем, приводящего к различным структурам тече-

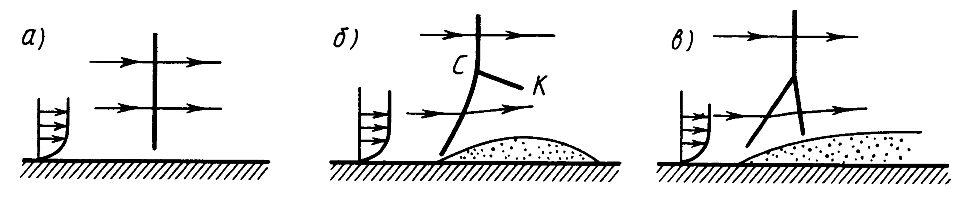


Рис. 2.2.3. Взаимодействие прямых скачков уплотнения с пограничным слоем

ний: с прямым, искривленным и λ-образным скачками уплотнения. Так, если прямой скачок возникает при числах $M_\infty < 1{,}3$, то из-за малой его интенсивности отрыва не происходит (рис. 2.2.3, *а*). С ростом интенсивности падающего скачка у обтекаемой поверхности образуются последовательно искривленный скачок со слабой волной сжатия *СК* (рис. 2.2.3, *б*) и λ-образный (рис. 2.2.3, *в*), способные оторвать пограничный слой. За λ-образным скачком оторвавшийся поток может присоединиться на значительном расстоянии.

Возмущения от скачка уплотнения распространяются вверх по потоку на расстояние, соответствующее нескольким толщинам пограничного слоя. На рис. 2.2.4 приведены зависимости длины зоны отрыва, вызванного падением скачка уплотнения, генерируемого плоским клином, имеющим переменный угол $\beta_{кл}$ [33, 1976, № 6]. Скачок уплотнения взаимодействует с турбулентным пограничным слоем. Длина зоны отрыва приведена к безразмерному виду $\tilde{l}_S = (x_C - x_S)/\delta_1$ (где x_S, x_C — соответственно расстояние от передней кромки пластины до точек отрыва и места пересечения продолжения скачка уплотнения с обтекаемой поверхностью, δ_1 — толщина пограничного слоя перед точкой отрыва). С увеличением угла $\beta_{кл}$ возрастает интенсивность скачка уплотнения и возмущения распространяются на большее расстояние, а точка отрыва смещается вверх по потоку. Размеры зоны отрыва также зависят от числа **Re**.

Распределение относительного давления $p/p_{0\infty}$ ($p_{0\infty}$ — давление торможения в невозмущенном потоке) в зоне возмущенного течения при взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем приведено на рис. 2.2.5. Отрыв при $M_\infty = 2{,}9$ и $Re_{\delta_1} = 9{,}73 \cdot 10^5$ возникает, если угол $\beta_{кл} \geqslant 5°$ [43, 1970, № 1]. В условиях развитого отрывного течения давление в точке отрыва не зависит от интенсивности скачка уплотнения, вызывающего отрыв. Увеличение $\beta_{кл}$ приводит лишь к росту длины области отрыва и давления в ней.

При сравнительно низких числах **Re** угол $\beta_{кл}$, соответствующий началу зарождения отрыва, уменьшается с увеличением числа Re_δ при всех значениях M_∞ [28]. Противоположная тенденция, т. е. возрастание угла наклона скачка уплотнения, вызывающего отрыв с увеличением числа **Re**, наблюдается при больших числах $Re_\delta > 2 \cdot 10^5$ (рис. 2.2.6) [33, 1976, № 6]. Однако это требует дополнительной проверки и постановки новых экспериментов.

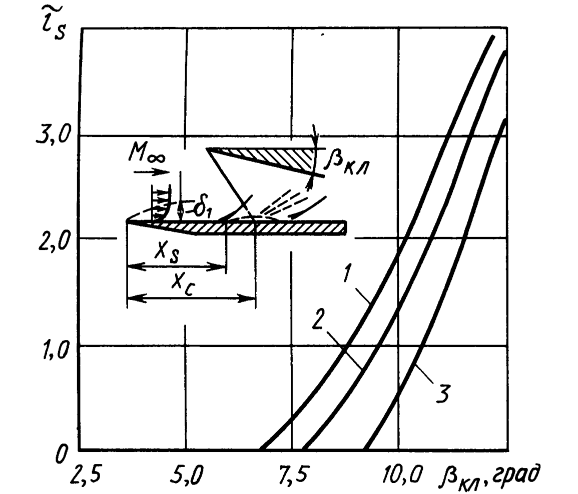


Рис. 2.2.4. Зависимость относительной длины зоны отрыва от угла клина (генератора падающего скачка уплотнения) при $\mathbf{M}_\infty = 2{,}96$:
1 — $\mathbf{Re}_{\delta_1} = 1{,}5 \cdot 10^5$; 2 — $\mathbf{Re}_{\delta_1} = 2{,}8 \cdot 10^5$; 3 — $\mathbf{Re}_{\delta_1} = 6{,}0 \cdot 10^5$

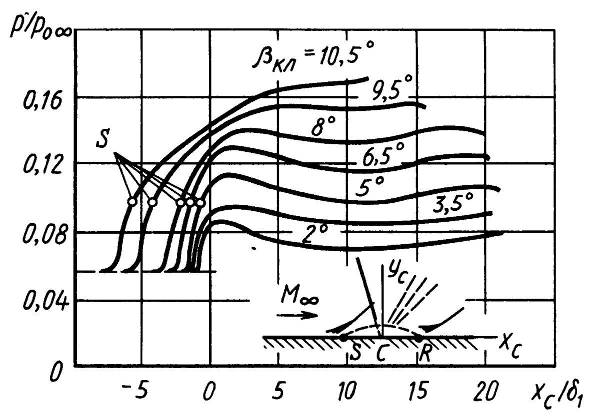


Рис. 2.2.5. Распределение давления при отрыве турбулентного пограничного слоя

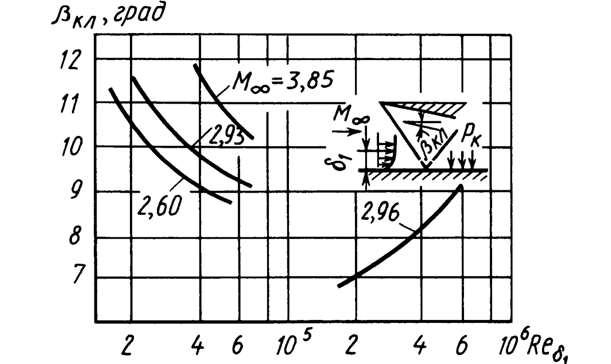


Рис. 2.2.6. Соотношение между $\beta_{кл}$ и $\mathbf{Re}_{\delta_1}$ для условий возникновения отрыва при различных числах $\mathbf{M}_\infty$

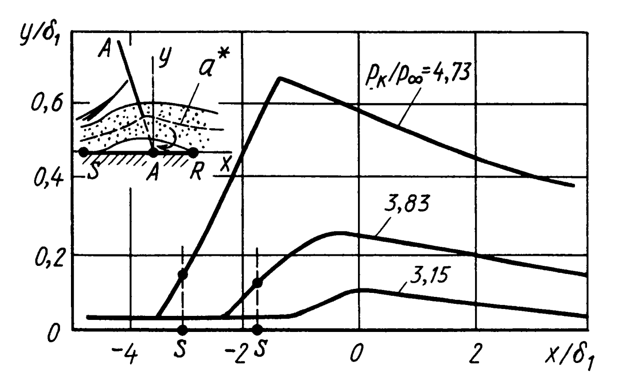


Рис. 2.2.7. Положение звуковой линии в области отрыва

В результате измерений в зоне отрывного течения определены положения линий, соответствующих звуковой скорости a^*, и характер их поведения (рис. 2.2.7) [35, 1972, № 72—715]. Это позволяет установить границу проникновения скачков уплотнения в пограничный слой. Вблизи точки отрыва S (в области возрастания давления) звуковая линия резко отходит от стенки, достигая максимального отклонения в месте ее пересечения с падающим скачком уплотнения. За ним звуковая линия опять приближается к стенке, угол ее наклона существенно уменьшается. В области присоединения потока и за ней звуковая линия расположена дальше от стенки, чем в невозмущенном потоке.

§ 2.3. «СВОБОДНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ» ПРИ ОТРЫВЕ

Экспериментально установлено, что на параметры течения при отрыве не оказывают прямого влияния геометрия обтекаемых тел ниже по потоку и все эффекты, вызывающие возникновение отрыва. Для характеристики такого явления используют термин «свободное взаимодействие». При «свободном взаимодействии» давление в возмущенной зоне должно быть самоиндуцированным, а параметры течения за областью отрыва меняют лишь условия присоединения потока и ее геометрические размеры. На рис. 2.3.1 этот факт подтверждается распределением давления, полученным для различных условий течений, приводящих к отрыву. Начало эпюр давлений для всех рассмотренных случаев совмещено в одной точке. Независимость в распределении давления до точки отрыва S сохраняется при отрыве как ламинарного, так и турбулентного сверхзвуковых потоков. Этот отрыв может быть вызван либо «углом сжатия», уступом, либо падающим скачком уплотнения. Для ламинарного отрыва характер «свободного взаимодействия» распространяется на область за точкой отрыва S (рис. 2.3.1, a). При турбулентном отрывном течении профили давле-

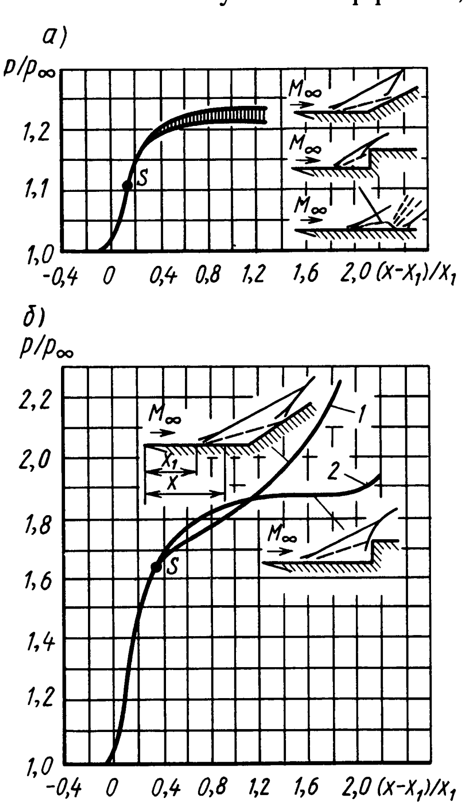


Рис. 2.3.1. Распределение давления при свободном взаимодействии:

a — ламинарный отрыв ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}3$, $\mathbf{Re}_{x1} = V_\infty x_1/\nu \approx 0{,}20 \cdot 10^6$); $б$ — турбулентный отрыв ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}0$, $\mathbf{Re}_{x1} = 3{,}1 \cdot 10^6$); 1 — отрыв перед «углом сжатия»; 2 — отрыв перед уступом

ния подобны до точки отрыва, а за ней давление зависит от формы и размеров обтекаемого тела (рис. 2.3.1, *б*).

Рассмотренное свойство отрывных течений позволяет устанавливать единые зависимости характерных параметров течений для различных условий отрыва. Рис. 2.3.2 иллюстрирует отклонение оторвавшегося потока β_p при $M_\infty = 3$ для диапазона чисел $Re_{\delta_1} = 5 \cdot 10^4 \ldots 5 \cdot 10^6$, когда отрыв вызван падающим на пограничный слой скачком уплотнения и обтеканием «угла сжатия».

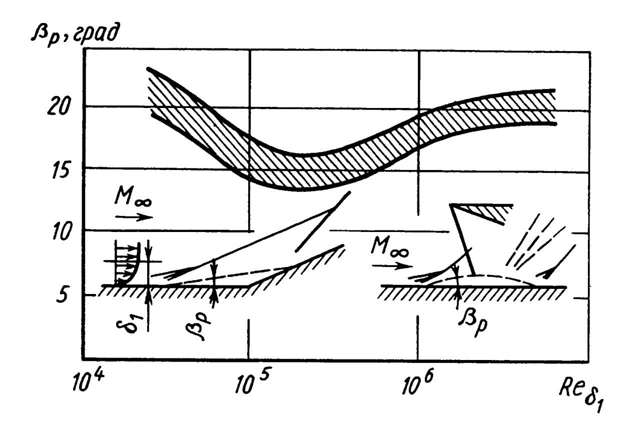


Рис. 2.3.2. Зависимость угла отрыва потока β_p от числа $Re_{\delta_1} = V_\infty \delta_1 / \nu$ при $M_\infty = 3$

§ 2.4. ТЕЧЕНИЕ С ОТРЫВОМ В ДОЗВУКОВОМ И ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКАХ

Для дозвукового отрыва потока, так же как и при сверхзвуковом обтекании, давление перед препятствием возрастает во всей области распространения возмущений (рис. 2.4.1). Ее размеры и характер распределения давления определяются режимом течения. При ламинарном дозвуковом отрыве (рис. 2.4.2, *а*) возмущения распространяются вверх против течения на бóльшие расстояния, чем при турбулентном (рис. 2.4.2, *в*). В случае переходного режима характерен всплеск давления за точкой перехода (рис. 2.4.2, *б*) [49, TN 3869, 1957].

При дозвуковом отрыве ламинарного пограничного слоя перед наклонной преградой число Re меньше влияет на распределение давления (рис. 2.4.3, *а*), чем при сверхзвуковом (рис. 2.4.3, *б*).

Увеличение скорости обтекания до гиперзвуковой приводит к появлению некоторых особенностей в отрывных течениях. Сравнивая схемы таких течений при сверхзвуковом и гиперзвуковом обте-

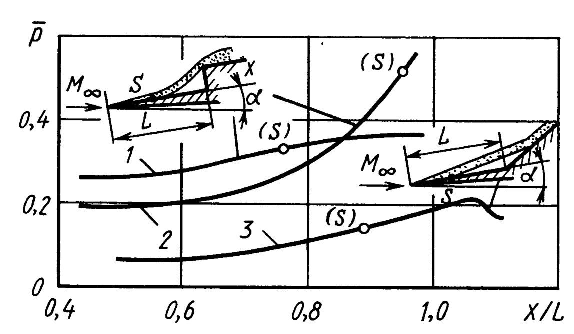


Рис. 2.4.1. Распределение давления при отрыве дозвукового потока:

ламинарный отрыв: *1* — $M_\infty = 0{,}61$, $\alpha = -4{,}5°$; $Re_L = 0{,}106 \cdot 10^6$; *2* — $M_\infty = 0{,}5$, $\alpha = -4{,}5°$, $Re_L = 0{,}17 \cdot 10^6$; турбулентный отрыв: *3* — $M_\infty = 0{,}61$, $\alpha = -4{,}5°$, $Re_L = 0{,}407 \cdot 10^6$

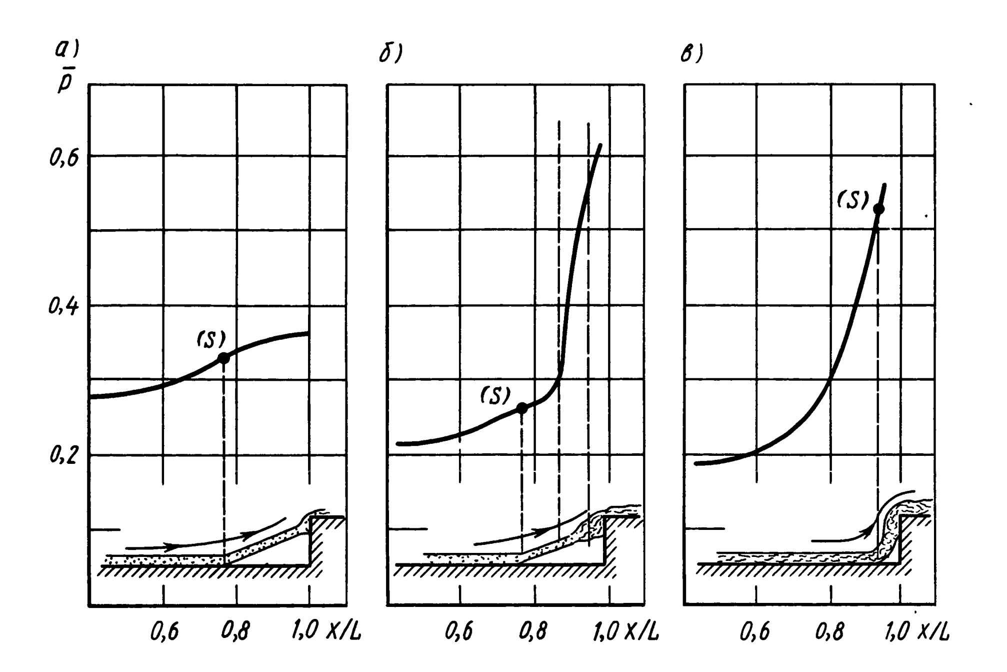


Рис. 2.4.2. Распределение давлений при дозвуковом отрыве ($M_\infty = 0{,}61$): *а* — $\mathrm{Re}_L = 0{,}106 \cdot 10^6$ — ламинарный отрыв, *б* — $\mathrm{Re}_L = 0{,}358 \cdot 10^6$ — переходный отрыв, *в* — $\mathrm{Re}_L = 0{,}407 \cdot 10^6$ — турбулентный отрыв, (S) — давление в точке отрыва

кании «угла сжатия» (рис. 2.4.4), видим, что при гиперзвуковых скоростях (рис. 2.4.4, *б*) точка отрыва S расположена ближе, а точка присоединения оторвавшегося потока R — дальше от вершины «угла сжатия».

В обоих случаях обтекание сопровождается увеличением толщины пограничного слоя, что порождает веер волн сжатия *1*. Но при сверхзвуковом обтекании взаимодействие перед зоной возмущения сравнительно слабое и разворот основного потока в веере волн сжатия *1* происходит почти изэнтропически. При гиперзвуковом же обтекании сжатие перед областью отрыва происходит более резко и на границе вязкого слоя образуется сильный скачок *2*, который располагается почти параллельно внешней границе пограничного слоя. Развитие оторвавшегося пограничного слоя осуществляется практически при постоянном давлении. В области присоединения формирование скачка уплотнения *3* на внешней границе пограничного слоя при гиперзвуковой скорости заканчивается ближе к точке присоединения R. Следует отметить, что при больших M_∞ и малых Re_x интенсивность взаимодействия между нарастающим пограничным слоем и невязким потоком перед углом сжатия может быть примерно такой же, как при условии обтекания клина с тем же углом $\beta_{пр}$ невязким потоком.

На рис. 2.4.5 представлены результаты экспериментальных исследований в виде зависимостей для безразмерного давления

$p/(\rho V^2)$ и местного коэффициента поверхностного трения

$$c_{fx} = 0{,}664\sqrt{\mu_\delta/(\rho_\delta V_\delta x)} \times \left[0{,}45 + 0{,}55(T_{\text{ст}}/T_0)/\tau(\mathbf{M}_\delta) + 0{,}09(k-1)\mathbf{M}_\delta^2\sqrt{\mathbf{Pr}}\right]^{(n-1)/2} \quad (2.4.1)$$

(где μ_δ, ρ_δ, V_δ — соответственно динамическая вязкость, плотность и скорость на внешней границе пограничного слоя; $T_{\text{ст}}$, T_0 — температуры стенки и торможения потока; $\tau(\mathbf{M})$ — газодинамическая функция; $k = c_p/c_v$; $\mathbf{Pr}$ — число Прандтля; $n = 0{,}76$ при $T < 1000$ K и $n \approx 0{,}9$ при $T > 1000$ K) от координаты x, полученные при обтекании «угла сжатия» (плоский случай) ламинарным потоком с гиперзвуковой скоростью ($\mathbf{M}_\infty = 19{,}8$) для условий, соответствующих безотрывному течению ($\beta_{\text{пр}} = 17{,}8°$) (*а*), началу зарождения отрыва ($\beta_{\text{пр}} = 21{,}6°$) (*б*) и развитому отрывному течению ($\beta_{\text{пр}} = 25{,}7°$) [33, 1971, № 11].

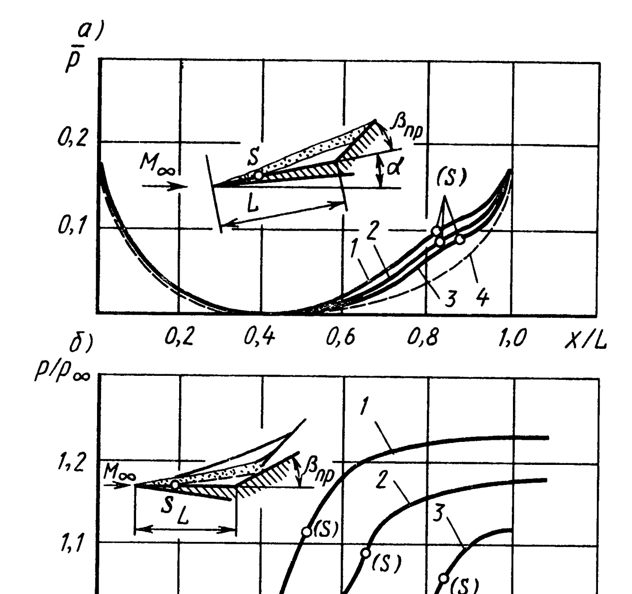


Рис. 2.4.3. Распределение давления при дозвуковом и сверхзвуковом обтекании наклонной преграды ($\beta_{\text{пр}} = 10°$):

а — $0{,}4 < \mathbf{M}_\infty < 0{,}8$; *1* — $\mathbf{Re}_L = 0{,}38 \cdot 10^6$, *2* — $\mathbf{Re}_L = 0{,}74 \cdot 10^6$, *3* — $\mathbf{Re}_L = 0{,}12 \cdot 10^6$, *4* — $\mathbf{Re}_L$ — невязкое обтекание; *б* — $\mathbf{M}_\infty = 2{,}0$: *1* — $\mathbf{Re}_L = 0{,}18 \cdot 10^6$; *2* — $\mathbf{Re}_L = 0{,}42 \cdot 10^6$; *3* — $\mathbf{Re}_L = 1{,}26 \cdot 10^6$; (*S*) — давление в точке отрыва *S*

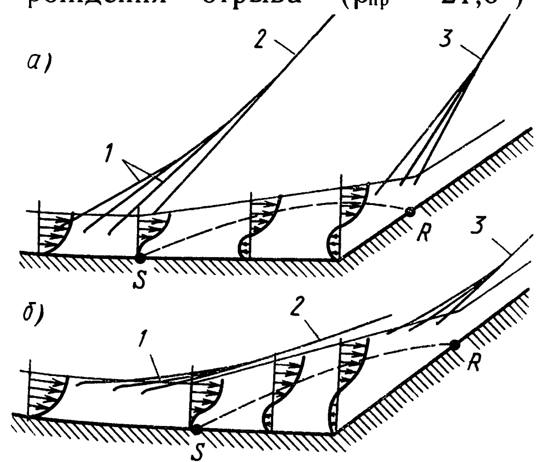


Рис. 2.4.4. Схемы отрывного течения при сверхзвуковом (*а*) и гиперзвуковом (*б*) обтекании «угла сжатия»

Если течение безотрывное, то перераспределение параметров газа происходит только на поверхности преграды. За угловой точкой *A* давление и трение возрастают. При зарождении отрыва (рис. 2.4.5, *б*) напряжение трения в точке *A* принимает нулевое значение. В случае развитого отрывного течения (рис. 2.4.5, *в*) наблюдается отклонение относительного давления и коэффициента трения от соответствующих значений на плоской пластине.

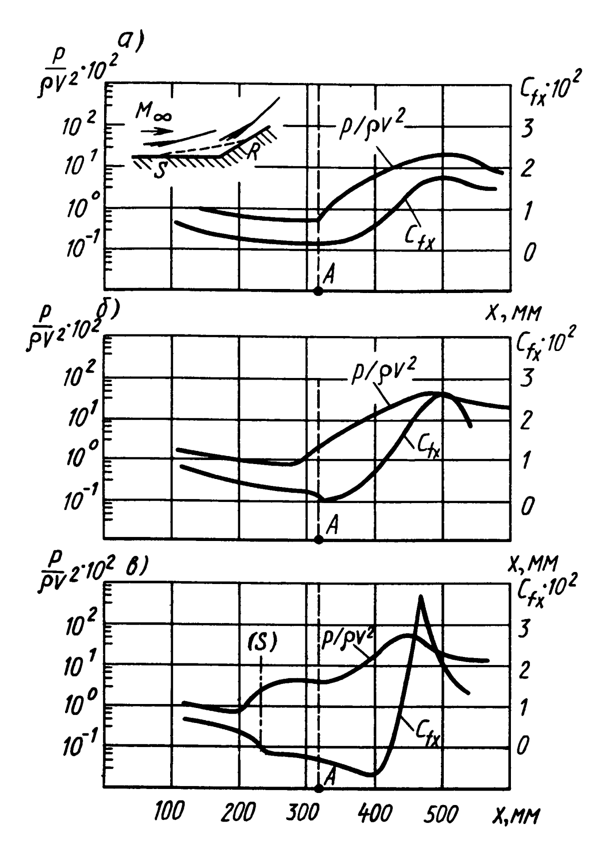


Рис. 2.4.5. Распределение давления и поверхностного трения при обтекании «угла сжатия» гиперзвуковым потоком ($\mathbf{M}_\infty = 19{,}8$; $\mathbf{Re} = 3{,}43\cdot 10^5$ 1/м)

Так же как и при умеренных сверхзвуковых скоростях, в начале зоны взаимодействия давление резко возрастает, а затем достигает приблизительно постоянного уровня («плато» давления). В предотрывной зоне напряжение трения резко уменьшается, достигая нуля в точке отрыва S, затем становится отрицательным в области «плато» (изобарной зоне). На поверхности наклонной преграды напряжение трения увеличивается до значения коэффициента $c_{fx} = 0$ в точке присоединения и затем достигает максимума в конце области повышения давления.

Таким образом, с увеличением угла $\beta_{пр}$, приводящего к возрастанию интенсивности взаимодействия, давление изменяется не только по поверхности преграды, но и перед ней. Зона отрыва продвигается вверх по потоку, при этом если $\mathbf{M}_\infty = \mathrm{const}$, то давление в области «плато» (p_p) остается примерно постоянным. Экспериментальные данные показывают, что оно зависит от чисел $\mathbf{M}_\infty$ и $\mathbf{Re}$. Коэффициент давления $\bar{p}_p = (p_p - p)/(\rho V_\infty^2/2)$ для изобарной области в диапазоне чисел $\mathbf{M}_\infty = 2...16$ хорошо согласуется с корреляционной зависимостью [35, 1969, № 66—455].

$$\bar{p}_p = 3c_{fx1}^{1/2}\mathbf{M}_\infty^{-3/4}, \qquad (2.4.2)$$

где c_{fx1} — коэффициент трения в невозмущенном потоке перед областью взаимодействия.

На рис. 2.4.6 в логарифмическом масштабе построена зависимость параметра $\bar{p}_p/c_{fx1}^{1/2}$ от числа $\mathbf{M}_\infty$. Влияние теплообмена учтено через температурный фактор $T_{ст}/T_0$, входящий в (2.4.1). С увеличением числа $\mathbf{M}_\infty$ коэффициент давления $\bar{p}_p$ непрерывно уменьшается. Для гиперзвукового потока характеристики отрывного течения зависят от параметра «вязкого взаимодействия» [33, 1971, № 1]

$$\chi = \frac{k-1}{k+1}\left(0{,}664 + 1{,}73\frac{T_{\text{ст}}}{T_0}\right)\mathbf{M}_\infty^3\left(\frac{c^*}{\mathbf{Re}_L}\right)^{1/2},$$

где c^* — постоянная Чепмена—Рубезена (для воздуха $c^* \approx 0{,}9$); L — характерная длина.

На рис. 2.4.7 представлена близкая к линейной зависимость произведения $\beta^*_{\text{пр}}\mathbf{M}_\infty$ от параметра χ для случая зарождения ламинарного отрыва в диапазоне чисел $\mathbf{M}_\infty = 14...20$. Видно, что с возрастанием параметра χ происходит увеличение угла преграды, необходимого для отрыва пограничного слоя. На этом же графике представлена функциональная связь отношения p_p/p_0 (p_0 — давление торможения в набегающем потоке) с параметром χ, позволяющая определить давление в изобарной области (p_p) для условий развитого отрывного гиперзвукового течения.

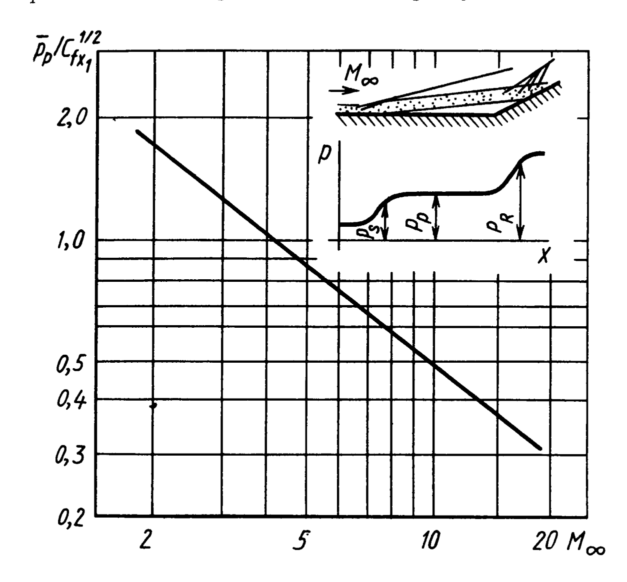


Рис. 2.4.6. Корреляционная зависимость коэффициентов давления и трения в изобарной области от числа $\mathbf{M}_\infty$

Рис. 2.4.7. Корреляционные зависимости для давления в области «плато» и для угла $\beta_{\text{пр}}$ в гиперзвуковом потоке

В расчетах отрывных течений одним из основных параметров является длина области отрыва, которая в существенной степени зависит от условий присоединения потока. Как показали эксперименты, на длину зоны отрыва оказывает влияние состояние потока в оторвавшемся пограничном слое. В гиперзвуковом ламинарном потоке с ростом числа $\mathbf{Re}$ зона отрыва увеличивается. В турбулентном потоке число $\mathbf{Re}$ влияет меньше. В случае переходного пограничного слоя зависимость длины отрывной зоны L_S как функции числа $\mathbf{Re}_{x_1} = V_\infty x_1/\nu_\infty$ (где x_1 — расстояние от передней кромки обтекаемой поверхности до начала области взаимодействия) явля-

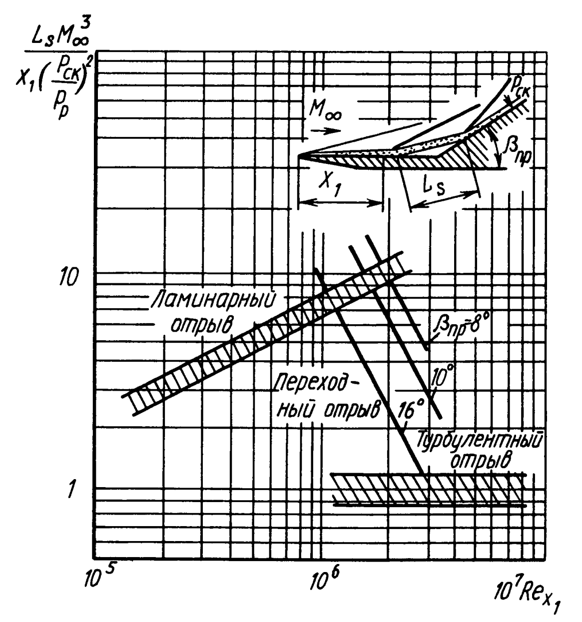


Рис. 2.4.8. Зависимость параметра $L_S M_\infty^3/[x_1(p_{ск}/p_р)^2]$ от числа Re_{x1}

ется более сложной. Если переход происходит до точки присоединения, то с ростом Re_{x1} длина отрывной зоны уменьшается до значения, соответствующего турбулентному течению, когда точка перехода достигает точки отрыва потока.

На основе экспериментальных данных построена корреляционная зависимость безразмерного параметра $\frac{L_S M_\infty^3}{x_1(p_{ск}/p_p)^2}$ от числа Re_{x1} (рис. 2.4.8) [35, 1966, № 66—455], пригодная в диапазоне чисел $M_\infty = 2...14,5$. Значительный разброс данных для переходного режима обусловлен зависимостью точки перехода от числа Re_{x1}, угла $\beta_{пр}$ и температурного фактора $T_{ст}/T_0$.

Число Re влияет и на величину критического угла преграды $\beta_{пр}^*$, вызывающего отрыв гиперзвукового потока [35, 1966, № 66—455]. В условиях ламинарного течения число Re_{x_1} более существенно изменяет величину $\beta_{пр}^*$ (рис. 2.4.9).

§ 2.5. ОТРЫВНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЗА УСТУПАМИ

Если сверхзвуковой поток обтекает уступ, как показано на рис. 2.5.1 (обратный уступ), он разворачивается в волне разрежения *1*, отрывается с его кромки и присоединяется к обтекаемой поверхности в точке *R*, в окрестности которой формируется скачок уплотнения *2*. Давление в области отрыва *3* сначала остается примерно постоянным, а затем по мере приближения к точке присоединения возрастает. Участок с постоянным давлением имеет место для любого режима течения: ламинарного (кривая *III*), переходного (кривая *II*) и турбулентного (кривая *I*) (рис. 2.5.1). Значения давления и размеры зоны отрыва для каждого режима течения раз-

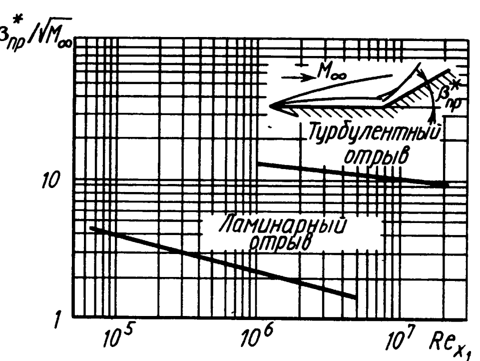


Рис. 2.4.9. Влияние параметров $\beta_{пр}$, M_∞ и Re_{x1} на зарождение отрыва перед клином

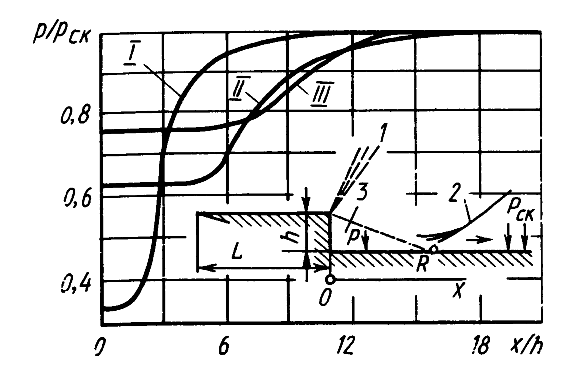


Рис. 2.5.1. Распределение давления за уступом при ламинарном и турбулентном обтекании ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}0$):
I — $\mathbf{Re}_L = 0{,}15\cdot10^6$; II — $\mathbf{Re}_L = 0{,}30\cdot10^6$; III — $\mathbf{Re}_L = 1{,}05\cdot10^6$

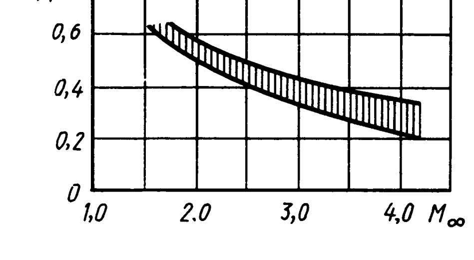


Рис. 2.5.2. Зависимость донного давления от числа $\mathbf{M}_\infty$ при турбулентном обтекании обратных уступов

личны. *Для ламинарного отрыва давление в донной области за уступом выше и длина зоны отрыва больше, чем для турбулентного* [49, TN 3869, 1957]. Это объясняется наличием значительной части малоскоростного потока в ламинарном пограничном слое, что делает его более инертным к повороту в волне разрежения. Уменьшение угла поворота приводит к росту как донного давления, так и длины области отрыва.

Исследования выявили слабое влияние формы торцевой поверхности уступов на донное давление, которое зависит от скорости обтекания, формы и размеров верхней кромки уступа, от соотношения его высоты с толщиной пограничного слоя.

Как для плоских, так и для уступов на осесимметричных телах *с ростом числа* $\mathbf{M}_\infty$ в диапазоне умеренных сверхзвуковых скоростей происходит *уменьшение донного давления* $p_д$ (рис. 2.5.2), что связано с возрастанием эжекционных свойств внешнего потока. Тенденция роста относительного донного давления $p_д/p_\infty$ проявляется с увеличением толщины пограничного слоя перед точкой отрыва, что также связано с влиянием малоскоростной его части (рис. 2.5.3).

По результатам экспериментов [34, 1971, № 7] найден обобщенный корреляционный параметр

$$F = (h/\delta)^{n+2m-2}(L/h)^{-1}, \qquad (2.5.1)$$

где $m = m(\mathbf{Re}_L,\ L,\ \mathbf{M}_\infty)$ — некоторая функция указанных параметров; h — высота уступа; L — характерный размер; n — показатель степени, характеризующий вид пограничного слоя в набегающем потоке ($n = 2$ для ламинарного и $n = 5$ для турбулентного потоков).

В условиях ламинарного обтекания обратных уступов с возможной точкой перехода в зонах отрыва для диапазона чисел $\mathbf{M}_\infty =$

$=2...3{,}55$, $\mathbf{Re}_L=0{,}05\cdot10^6$ и $1{,}8\cdot10^6$, относительных высот $h/L=$ $=0{,}032...0{,}188$ экспериментальные данные хорошо аппроксимируются зависимостью

$$\ln\left(\frac{p_д/p_\infty}{F}\right)=-6{,}97+0{,}745\ln F-0{,}1136\ln^2 F$$

при условии, что в формуле (2.5.1) $n=2$ и $m=0{,}9$.

Результаты расчета с использованием полученной зависимости приведены на рис. 2.5.4.

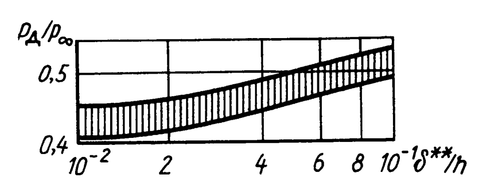
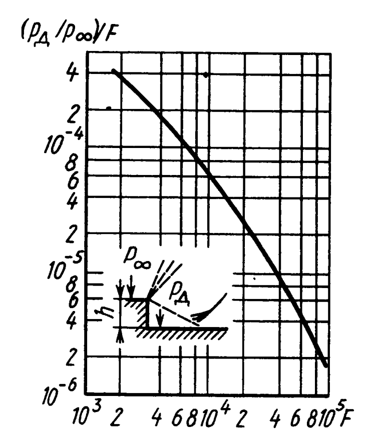


Рис. 2.5.3. Зависимость донного давления от толщины потери импульса пограничного слоя при $\mathbf{M}_\infty=1{,}5$



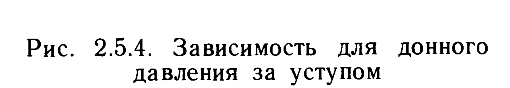


Рис. 2.5.4. Зависимость для донного давления за уступом

§ 2.6. ОБТЕКАНИЕ КАВЕРН

Практический интерес представляет сверхзвуковое течение вблизи выемок (каверн). В зависимости от глубины H и длины L каверны существуют две структуры течения: *замкнутая и открытая*. Для замкнутой (рис. 2.6.1, *а*) характерно наличие у передней и задней стенок каверны отдельных замкнутых зон циркуляционного течения *2* и *5*. Поток отрывается в точке S_1 с образованием веера волн разрежения *1*, разворачивается и движется в направлении дна каверны. В точке R_1 происходит присоединение потока, при этом появляется скачок уплотнения *3*, за которым поток течет параллельно дну каверны. Задняя стенка каверны в этом случае представляет уступ, обтекание которого сопровождается вторичным отрывом в точке S_2, появлением скачков уплотнения *4* и *6*. В соответствии со структурой течения меняется и давление по дну каверны (рис. 2.6.1, *а*).

Если поток, отрываясь в точке S_1, присоединяется непосредственно к задней стенке каверны, то такая каверна называется открытой (рис. 2.6.1, *б*).

Давление за точкой S_1 резко падает, что является следствием расширения потока в волне *1*. При движении газа к задней стенке происходит постепенное торможение потока с образованием во внешней его части скачка уплотнения *6*. Часть газа попадает в цир-

куляционное течение *7* и возвращается к передней стенке каверны. Когда высота задней стенки каверны H_2 больше передней H_1 (рис. 2.6.1, *в*), интенсивность скачка уплотнения достаточно большая и повышенное давление передается вверх по каверне к точке S_1. При этом вместо волн разрежения могут возникать волны сжатия и даже скачок уплотнения *8*.

Критерием существования одной из двух структур течения служит относительная длина каверны $\bar{L}=L/H_1$. Когда она превышает некоторое критическое значение $(L/H_1)_{кр}$, поток присоединяется к поверхности дна каверны, т. е. образуется замкнутая структура; если $\bar{L}<(L/H_1)_{кр}$ — каверна открытая. На рис. 2.6.2 показан график изменения относительной критической длины $(L/H_1)_{кр}$ каверны от отношений H_2/H_1 в диапазонах чисел $\mathbf{M}_\infty=2{,}07...3{,}43$ и отношений $\delta/H_1=0{,}44...1{,}91$ (δ — толщина пограничного слоя перед каверной) при турбулентном режиме течения [42, 1961, № 6]. Каверна становится открытой, когда совмещаются точки R_1 и S_2 и образуется единая зона с циркуляционным течением.

Рис. 2.6.1. Структура обтекания и распределение давления в кавернах

Давление в открытой каверне определяется отклонением внешней границы течения. Если скорость в циркуляционной зоне каверны мала, то давление близко к постоянному и определяется разностью высот задней и передней стенок каверны. На рис. 2.6.3 приведено распределение давления по дну каверны с одинаковыми высотами уступов $H_1=H_2=H$. Эксперименты показывают, что давление вдоль дна для глубоких выемок ($L/H<4$) почти не изменяется. Если же пограничный слой перед каверной достаточно толстый, то давление несколько превосходит статическое давление в невозмущенном потоке. Это происходит потому, что рост толщины пограничного слоя и его повторное присоединение вызывают отклонение свободного потока от стенки. Когда отношение длины к высоте выемки увеличи-

вается, в распределении давления появляется минимум (примерно на $^1/_5$ длины вниз по потоку от передней стенки).

Изменение давления вдоль границы зоны отрыва в выемке зависит одновременно и от структуры внутреннего течения, и от параметров свободного потока. Влияние относительной длины каверны и числа $\mathbf{M}_\infty$ на давление в характерных ее областях за передней ($x/L = 0$) и перед задней ($x/L = 1$) стенками можно проследить с помощью графиков (рис. 2.6.4). Видно, что с увеличением числа $\mathbf{M}_\infty$ давление по дну каверны возрастает.

На задней торцевой стенке выемок изменение давления носит

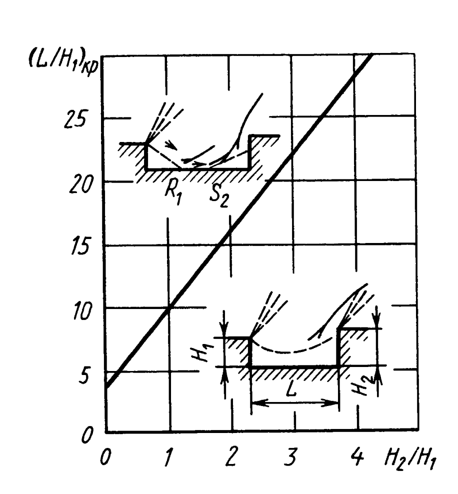


Рис. 2.6.2. Критическая длина каверны

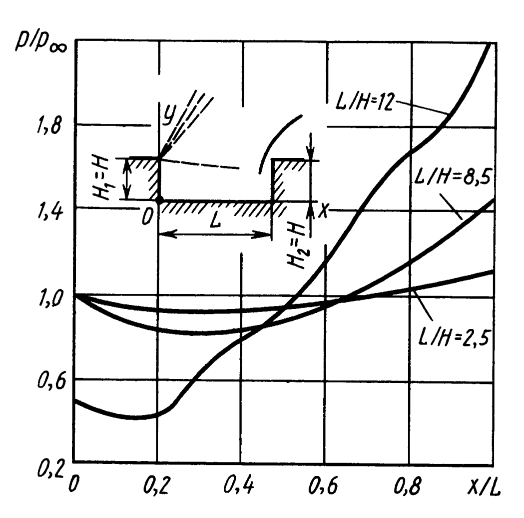


Рис. 2.6.3. Распределение давления по дну каверны ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}78$, $\mathbf{Re}_x = 1{,}5 \cdot 10^6$)

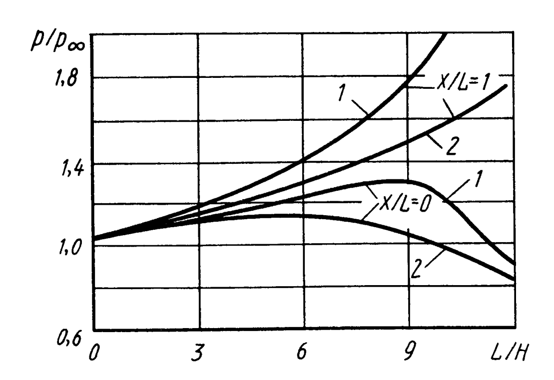
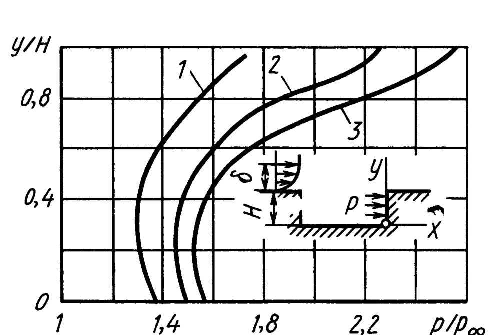
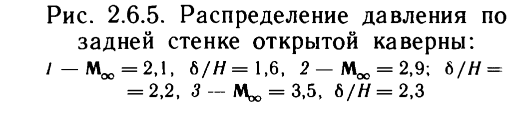


Рис. 2.6.4. Влияние относительной длины каверны и числа $\mathbf{M}_\infty$ на давление в характерных ее областях:
1 — $\mathbf{M}_\infty = 3{,}5$, $\delta/H = 2{,}3$, 2 — $\mathbf{M}_\infty = 2{,}1$, $\delta/H = 1{,}7$




Рис. 2.6.5. Распределение давления по задней стенке открытой каверны:
1 — $\mathbf{M}_\infty = 2{,}1$, $\delta/H = 1{,}6$, 2 — $\mathbf{M}_\infty = 2{,}9$; $\delta/H = 2{,}2$, 3 — $\mathbf{M}_\infty = 3{,}5$, $\delta/H = 2{,}3$

сложный характер (рис. 2.6.5). Начиная от дна оно изменяется мало, но ближе к кромке уступа появляется значительный положительный градиент давления, связанный с присоединением потока на задней стенке.

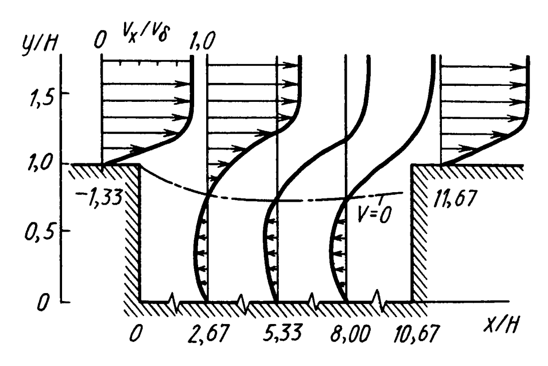


Рис. 2.6.6. Профили скорости в различных сечениях каверны ($L/H = 10{,}67$; $\mathbf{M}_\infty = 6{,}3$; $\mathbf{Re}_x = 0{,}23 \cdot 10^6$)

Внутри открытых каверн у задней стенки образуется мощный вихрь, диаметр которого приблизительно равен высоте уступа. С противоположной стороны каверны в ее углу располагается несколько более слабых вихрей с обратным направлением вращения. В центральной части возвратного течения у дна каверны образуется пограничный слой, переходящий с приближением к внешней части потока в слой смешения. На рис. 2.6.6 приведены эпюры распределения скорости в различных сечениях каверны, а также линия нулевых скоростей. Толщина оторвавшегося пограничного слоя в первой четверти длины выемки увеличивается быстрее, чем у ее конца. Слой смешения расширяется сильнее в сторону выемки, чем в сторону внешнего потока.

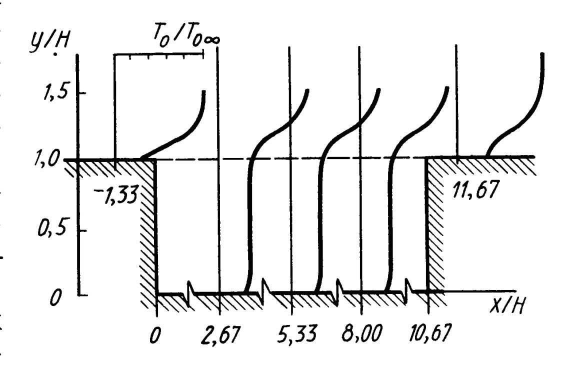


Рис. 2.6.7. Температура торможения в каверне $\mathbf{M}_\infty = 6{,}3$ ($L/H = 10{,}67$; $\mathbf{Re}_x = 0{,}23 \cdot 10^6$)

Изменение скорости вблизи выемки приводит к перераспределению температуры. Характерные профили температуры в условиях ламинарного режима течения показаны на рис. 2.6.7. Наибольшее снижение местной температуры наблюдается в слое смешения, а в зоне возвратного течения она практически постоянна, составляет менее 40% температуры торможения внешнего потока $T_{0\infty}$ и несколько превышает температуру стенки выемки. Так как числа

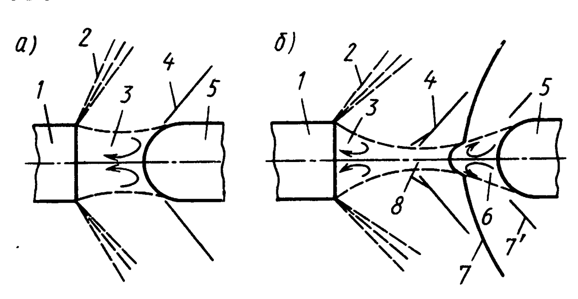
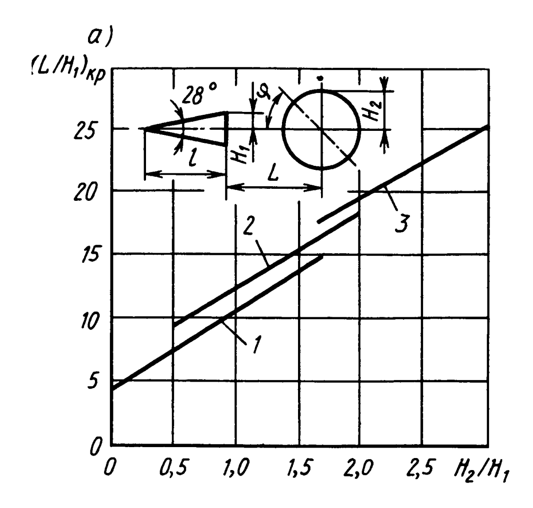


Рис. 2.6.8. Свободные каверны:

а — открытая, *б* — замкнутая, *1,5* — обтекаемые тела, *2* — волны разрежения, *3,6* — зоны отрывного течения, *4, 7, 7'* — скачки уплотнения, *8* — область горловины следа

Маха в возвратном течении малы, то местная температура торможения почти не отличается от местной статической температуры.

Если в след тела внести другое тело, соизмеримое с размерами первого, то, считая плоскость симметрии за условную поверхность дна, поток между телами можно рассматривать как течение в каверне. Такие каверны, называемые *свободными*, могут быть *открытыми* (рис. 2.6.8, *а*) и *замкнутыми* (рис. 2.6.8, *б*). Если тела *1* и *5* расположены достаточно близко, так что второе тело *5* попадает в область ближнего следа, то между ними от волны разрежения *2* до скачка уплотнения *4* образуется единая зона отрывного течения *3*. При увеличении этого расстояния второе тело попадает в область дальнего следа. Течение за донным срезом первого тела представляет замкнутую отрывную зону, а второе тело обтекается неравномерным потоком. Часть его поверхности попадает в область высокоскоростного внешнего течения, а часть — в область низкоэнергетического потока вблизи оси симметрии, прошедшего через горловину следа *8*. Это приводит к перетеканию газа от периферии к центральной части тела, образованию симметричных вихрей, области отрывного течения *6* и системы скачков уплотнения *4, 7, 7′*. Графики относительной критической длины $(L/H_1)_{кр}$, соответствующей режиму перестройки различных типов свободных каверн, образованных между системой тел клин — цилиндр, и распределения давления на поверхности цилиндра приведены на рис. 2.6.9. Аналогично каверне с твердыми стенками величина $(L/H_1)_{кр}$ практически не зависит от числа M_∞.



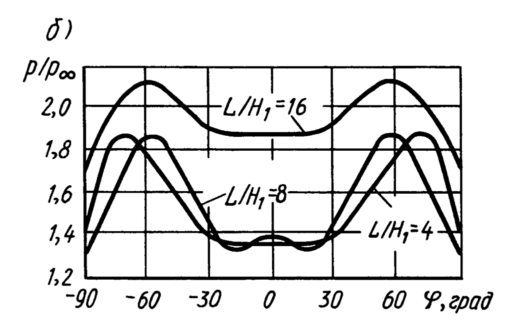


Рис. 2.6.9. Условие перестройки течения в свободной каверне (*а*) и распределение давления в следе на теле (*б*):

1 — $\mathbf{Re}_l = (3...4)\cdot 10^5$; $\mathbf{M}_\infty = 1{,}86,\ 2{,}78$; *2* — $\mathbf{Re}_l = 1{,}60\cdot 10^5$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}78$; *3* — $\mathbf{Re}_l = 0{,}70 \times 10^5$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}78$

ГЛАВА 3
ОСОБЕННОСТИ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Отрывным течениям свойственны общие закономерности, характерные для всех их видов. Рассмотрим наиболее существенные особенности течений, возникающие при обтекании малых преград, передних кромок крыла, хвостовых суживающихся частей летательных аппаратов, в трехмерных и нестационарных потоках, из-за нагрева или охлаждения обтекаемой поверхности, а также такие их проявления, как аэродинамический гистерезис и пульсации давления.

§ 3.1. ОТРЫВНОЕ ОБТЕКАНИЕ МАЛЫХ ПРЕГРАД

Почти все летательные аппараты на практике имеют небольшие надстройки, преграды, выступы и т. п., являющиеся источником возмущений. Будем считать преграду *малой*, если ее размеры соизмеримы с толщиной пограничного слоя. Результаты исследования обтекания таких преград применяются не только в расчетах сопротивления летательных аппаратов, связанного с переходом ламинарного пограничного слоя в турбулентный, но и для определения эффективности тормозных и управляющих устройств, в частности щиткового типа, в диапазоне небольших изменений управляющих усилий.

На течение около малой преграды влияют такие параметры, как *скорость* у ее верхней кромки, число $\mathbf{Re}$ в невозмущенном потоке, *профиль скорости* в пограничном слое, его *толщина, форма* и *размеры выступа*. В условиях ламинарного обтекания малых преград ($\mathbf{Re}_x = 2 \cdot 10^5 ... 2{,}84 \cdot 10^5$) с небольшой дозвуковой скоростью возмущения распространяются на значительные расстояния как вниз, так и вверх по потоку. Так, если на плоской поверхности установлена стержневая цилиндрическая преграда, высота которой $h = (0{,}71...0{,}85)\delta^*$ (δ^* — толщина вытеснения), то поток перед ней возмущен на расстоянии примерно $30h$, а за преградой параметры потока восстанавливаются лишь на расстоянии порядка $70h$ [47, 1972, № 7]. Присутствие таких малых преград, как

правило, способствует переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный.

В низкоскоростном течении плоская преграда является более эффективным турбулизатором, чем трехмерный элемент при том же значении высоты h.

Структуры пространственных течений вблизи выступающих элементов малой высоты сохраняют особенности, свойственные отрывным течениям. При дозвуковом обтекании выступа, например цилиндрической формы (рис. 3.1.1), высота которого не превосходит толщину пограничного слоя, за счет неравномерности профиля скорости поперек потока вдоль образующей цилиндра появляется градиент давления. Вследствие этого возникает течение от вершины уступа к обтекаемой поверхности и обратное течение навстречу потоку. Циркуляционное течение сворачивается в подковообразные вихри, охватывающие цилиндр и распространяющиеся вниз по потоку.

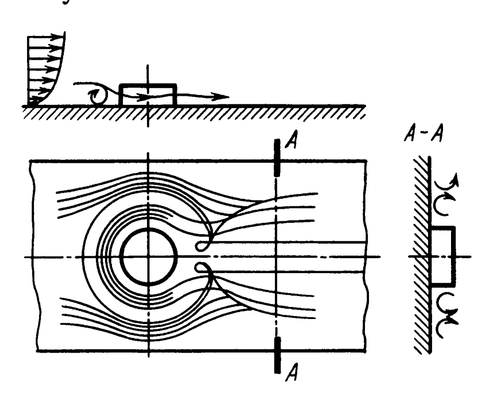


Рис. 3.1.1. Схема обтекания малого уступа дозвуковым ламинарным потоком

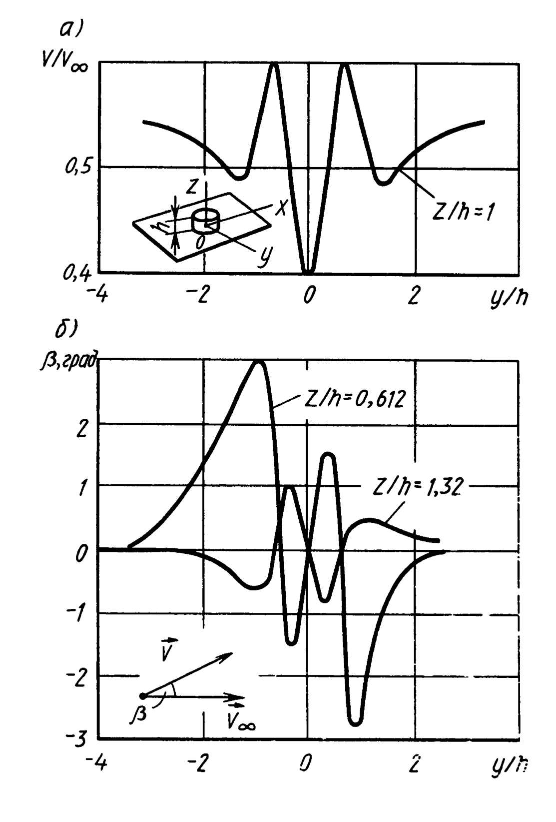


Рис. 3.1.2. Изменение средней скорости (*а*) и угла поворота потока (*б*) в окрестности цилиндрической малой преграды при $V_\infty = 5{,}2$ м/с и $\bar{x} = 10$ ($\delta^* = 2{,}3$ мм, $h = 2{,}5$ мм)

Визуальные наблюдения выявили структуру потока в следе за телом: два ряда вихрей, сносимых вниз по течению [52], что подтверждается распределением скоростей за выступающим элементом (рис. 3.1.2, *а*). Информация о характере течений за телом дополняется диаграммой направлений вектора скорости в плоскости xOy для разных промежуточных сечений z (рис. 3.1.2, *б*). Видно, что

максимальный угол отклонения вектора скорости β в поперечном направлении достигает 3° и изменяет свой знак с увеличением координаты z.

При турбулентном обтекании небольших преград низкоскоростным потоком возникают те же явления, что при ламинарном пограничном слое. В диапазоне околозвуковых и сверхзвуковых скоростей небольшие выступающие элементы могут существенно изменять состояние пограничного слоя (турбулентного или ламинарного) и, следовательно, перераспределять давление по поверхности.

Рассмотрим некоторые результаты исследований обтекания двухмерных малых преград-ступенек сверхзвуковым турбулентным потоком [33, 1974, № 1; 1975, № 12].

Распределение давления в возмущенной области течения перед уступом в первую очередь зависит от чисел $\mathbf{M}_\infty$, $\mathbf{Re}_x$, а также высоты обтекаемого уступа. Влияние числа $\mathbf{M}_\infty$ на давление в области отрывного течения показано на рис. 3.1.3. В некоторой близости от уступа наблюдается минимум давлений, т. е. образование так называемой «ложки» кривой давления. Это обусловлено наличием поперечного вихря в зоне отрывного течения, причем интенсивность его зависит от перепада давлений на скачке уплотнения

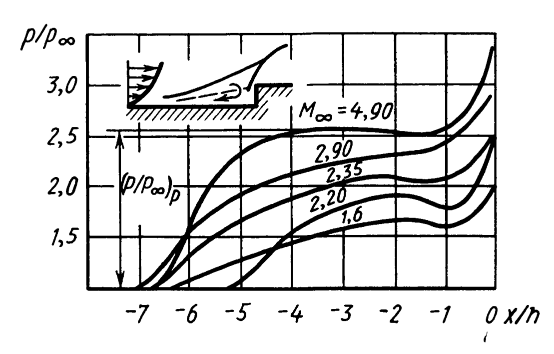
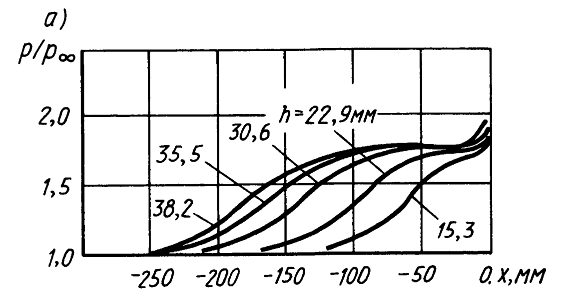


Рис. 3.1.3. Влияние числа $\mathbf{M}_\infty$ на распределение давления перед уступом малой высоты при $\mathbf{Re}_{\delta^*} = V_\infty \delta^*/\nu_\infty = (1{,}82...2{,}87)\cdot 10^5$



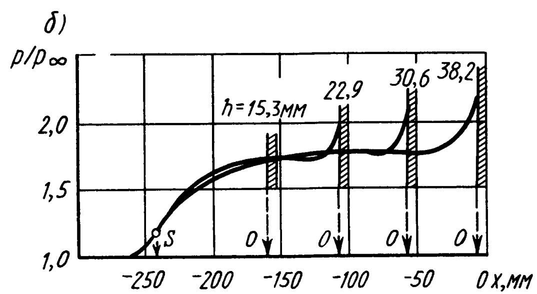


Рис. 3.1.4. Распределение давлений перед преградами различной высоты ($\mathbf{M}_\infty = 4{,}9$): *а* — при $\mathbf{Re}' = 2{,}64\cdot 10^6$ 1/м; *б* — при $\mathbf{Re}' = 1{,}32 \times 10^6$ 1/м

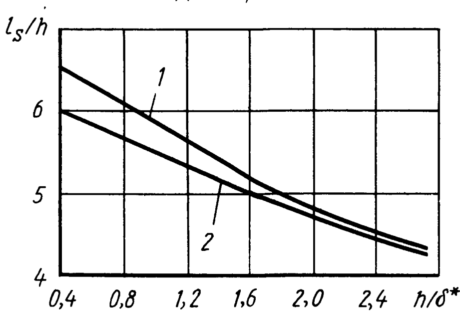


Рис. 3.1.5. Длина зоны отрыва перед малыми уступами:
1 — при $\mathbf{Re}_{\delta^*} = 0{,}33\cdot 10^5$, *2* — при $\mathbf{Re}_{\delta^*} = 2{,}54\cdot 10^5$

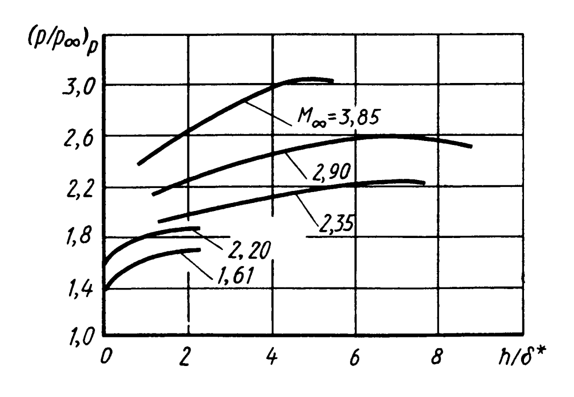


Рис. 3.1.6. Влияние h/δ^* на давление в зоне отрыва ($\mathbf{Re}_{\delta^*} = 1{,}82 \cdot 10^5$)

в точке отрыва. С увеличением числа $\mathbf{M}_\infty$ уровень давления в зоне отрыва возрастает, и «ложка» постепенно исчезает, что объясняется уменьшением трения в зоне смешения [33, 1975, № 12].

Влияние высоты уступа на распределение давлений перед ним при числах $\mathbf{Re}$, рассчитанных на единицу длины: $\mathbf{Re}' = V_\infty/\nu_\infty$, видно из рис. 3.1.4, *а*. Толщина пограничного слоя в экспериментах составляла соответственно 76,2 и 63,5 мм, т. е. была больше высоты преграды. На рис. 3.1.4, *б* графики распределения давления сдвинуты и привязаны к точке отрыва потока S (O — место расположения преграды). Оказалось, что высота уступа определяет как протяженность зоны отрыва, так и значение давления в ней, а число $\mathbf{Re}$ изменяет кривизну профиля давления. При одинаковых $\mathbf{Re}$ профили давления подобны.

Для малых уступов длина зоны отрыва является нелинейной функцией от h. При рассмотрении экспериментальной зависимости изменения относительной длины l_S/h зоны отрыва от относительной высоты преграды h/δ^* при $\mathbf{M}_\infty = 1{,}61$ (рис. 3.1.5) [33, 1975, № 12] наблюдается стремление длины зоны отрыва к предельной величине $\sim 4h$, характерной для преград с $h \gg \delta$. То же происходит и при других числах $\mathbf{M}_\infty > 1$ [33, 1974, № 1].

С увеличением относительной высоты уступа возрастает и давление $(p/p_\infty)_p$ в области отрывного течения, причем характер возрастания зависит от числа $\mathbf{M}_\infty$ (рис. 3.1.6).

Исследованы геометрические характеристики зон отрыва $\Delta l_S/L$ и l_S/L (где Δl_S — протяженность области возрастания давления до точки отрыва, L — расстояние от начала уступа до места пересечения скачка уплотнения, вызванного отрывом, с обтекаемой поверхностью) (рис. 3.1.7). Из графи-

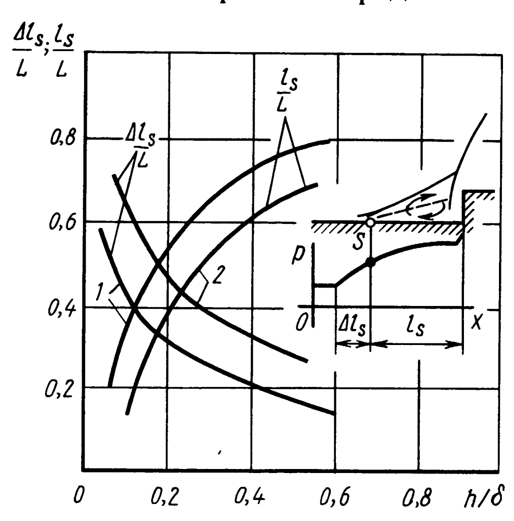


Рис. 3.1.7. Зависимость геометрических параметров зоны отрыва от высоты уступа ($\mathbf{M}_\infty = 4{,}9$):
1 — $\mathbf{Re}' = 13{,}2 \cdot 10^6$ 1/м; *2* — $\mathbf{Re}' = 2{,}64 \cdot 10^6$ 1/м

ка зависимостей этих параметров от отношения h/δ видно, что в определенном диапазоне изменения h/δ характерные длины $\Delta l_S/L$ и l_S/L соизмеримы и также зависят от числа **Re**.

§ 3.2. ОТРЫВНЫЕ ПУЗЫРИ

Отрыв потока, обтекающего крыло с профилем большой толщины, происходит как с задней, так и с передней кромок, а также с носовой части профиля с последующим присоединением и образованием внутреннего циркуляционного течения, называемого *отрывным пузырем* (рис. 3.2.1).

Возможно существование двух видов отрывных пузырей: *коротких* и *длинных*. Размер коротких пузырей не превышает 1% от длины хорды, а поэтому они не оказывают существенного влияния на

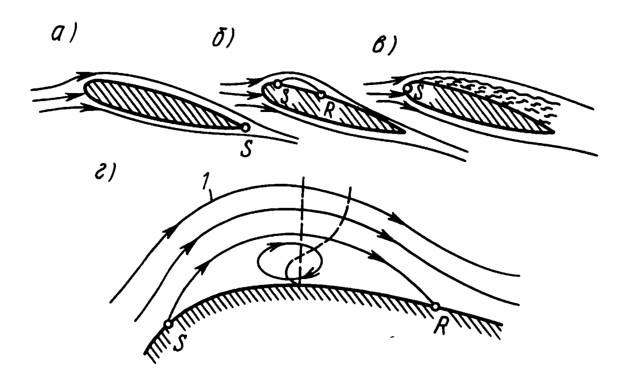


Рис. 3.2.1. Вязкое обтекание профиля: отрыв с задней (*а*) и с передней (*в*) кромки; течение с отрывным пузырем (*б*) и (*г*):
1 — линия тока; *S* — точка отрыва; *R* — точка присоединения

распределение давления по профилю. Длинный пузырь превосходит короткий по своим размерам в два-три раза. Образование того или иного вида пузыря зависит от таких факторов, как число **Re**, *кривизна* и *шероховатость поверхности, степень турбулентности и скорость потока*. При увеличении угла атаки профиля происходит разрушение отрывных пузырей, приводящее или к полному срыву потока с подветренной поверхности, или к отрыву потока с последующим присоединением у задней кромки.

Критерием образования длинных или коротких отрывных пузырей является число $\mathbf{Re}_{\delta^*} = V_\delta \delta_1^*/\nu_1$ (V_δ — скорость в невязкой области и δ_1^* — толщина вытеснения пограничного слоя перед точкой отрыва). Если $\mathbf{Re}_{\delta^*} > \mathbf{Re}_{кр} = 400...500$ [28], то появляется короткий пузырь, если $\mathbf{Re}_{\delta^*} < \mathbf{Re}_{кр}$ — длинный.

Однако этот критерий не может быть использован для определения момента разрушения отрывного пузыря [49, TN 3505, 1955]. Экспериментально установлено, что короткий пузырь разрушается, если коэффициент давления, определяемый соотношением $\bar{p} = (p_R - p_S)/(\rho V_\delta^2/2)$, достигнет значения 0,35. Следовательно, короткий пузырь существует, если $\mathbf{Re}_{\delta^*} > 500$ и $\bar{p} < 0{,}35$. Первый критерий связан с переходом к турбулентному течению в области отрыва, в то время как второй — с максимально возможным значением

напряжения трения в области турбулентного смешения, противодействующего перепаду давления.

При разрушении отрывного пузыря происходит резкая перестройка структуры обтекания на профиле, что находит отражение в характере изменения аэродинамических коэффициентов и возникновения гистерезисных явлений (см. § 3.8).

§ 3.3. ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ И ПЛОСКИЕ ОТРЫВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Экспериментальные исследования [33, 1974, № 1; 1969, № 7] отрывных осесимметричных и плоских течений позволили установить общие закономерности и различия в условиях зарождения и развития отрыва потока. На рис. 3.3.1 представлены графики распределения давления в возмущенных областях перед плоским клином и осесимметричной «юбкой», установленной на цилиндрической поверхности, при скорости, соответствующей числу $\mathbf{M}_\infty = 9{,}22$ [33, 1974, № 1]. Характер зависимостей относительного давления p/p_∞ от координаты x, отсчитываемой от места излома образующей контура, одинаков для плоского и осесимметричного течений. Для обоих случаев в условиях развитого отрыва давления в области смешения достигают примерно одного и того же значения.

Установлено, что для осесимметричного течения угол отклонения преграды $\beta_{пр}$ (рис. 3.3.2), при котором возникает отрыв пограничного слоя, несколько больше, чем для плоского течения, а одинаковая интенсивность скачков уплотнения $p_{ск}/p_\infty$ перед преградой для плоского и осесимметричного случаев наблюдается при меньшем угле отклонения плоского потока. В этом проявляется пространственный характер осесимметричного потока.

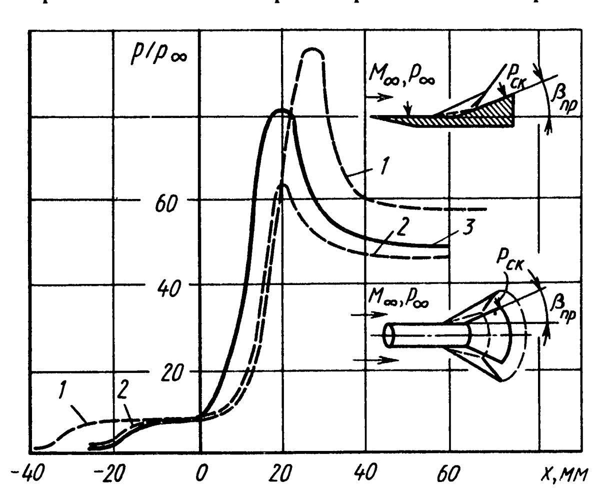


Рис. 3.3.1. Распределение давления при: — — — плоском течении ($\mathbf{Re}_\delta = 3{,}4\cdot10^5$): 1 — $\beta_{пр} = 38°$, 2 — $\beta_{пр} = 34°$, ——— осесимметричном течении ($\mathbf{Re}_\delta = 2{,}14\cdot10^5$); 3 — $\beta_{пр} = 40°$

Вопрос о возможности использования критериальных зависимостей, полученных из большого числа имеющихся данных для плоского отрыва, для осесимметричных течений остается пока окончательно не решенным, так как при осесимметричном переходном или турбулентном отрыве обнаружено существование циркуляционных течений в продольных и поперечных плоскостях, нормальных к поверхности тела.

На рис. 3.3.3 показана структура потока при об-

текании осесимметричного тела с «юбкой» под нулевым углом атаки при сверхзвуковых скоростях [33, 1969, № 7]. В области смешения дополнительно образуются пары вихрей с противоположным направлением вращения, что приводит к возникновению в зонах отрыва продольных линий растекания и стекания. Линия отрыва представляет собой сложную линию отрыва на поверхности цилиндрического тела.

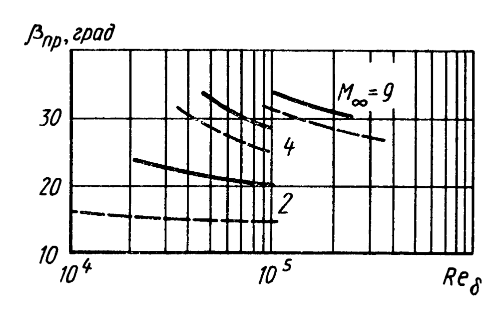
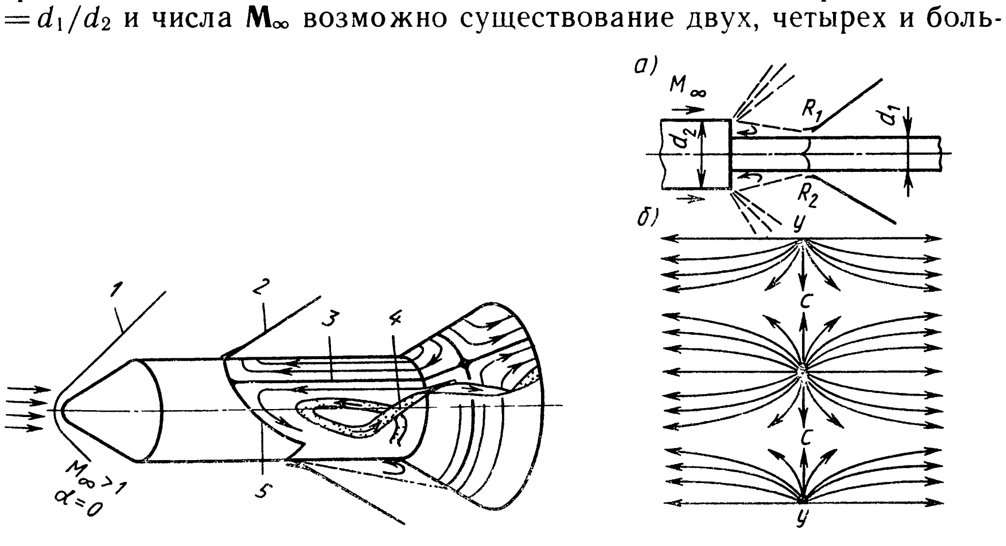


Рис. 3.3.2. Угол зарождения отрыва ($\mathbf{Re}_\delta = V_\infty \delta / \nu_\infty$):

— — — — в плоском течении, ——— в осесимметричном течении

Наличие трехмерных эффектов в отрывных течениях проявляется также при осесимметричном обтекании обратных уступов на цилиндрических телах [33, 1971, № 4; 22, 1974, т. 5, № 2]. Экспериментально доказано, что в этом случае не наблюдается двухмерного присоединения потока, поэтому линия присоединения является извилистой и имеет характерные для трехмерных течений особые точки, так называемые седловые (с) и узловые (у) (рис. 3.3.4). Отрывное течение представляется в виде совокупности четного числа локальных отрывов с внутренними циркуляционными течениями, что вызывает периодическое изменение газодинамических параметров по периметру тела в области присоединения. В зависимости от соотношения диаметров тел $\bar{d} = d_1/d_2$ и числа $\mathbf{M}_\infty$ возможно существование двух, четырех и боль-



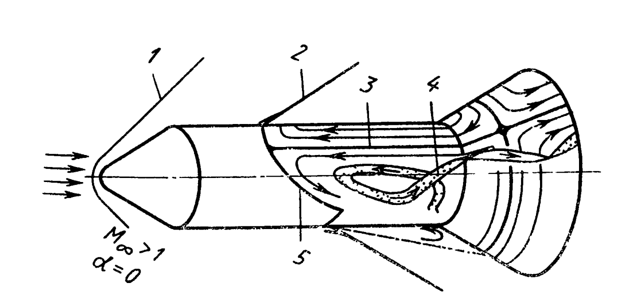


Рис. 3.3.3. Несимметричный отрыв при осесимметричном обтекании тела вращения:

1 — головной скачок уплотнения, *2* — скачок уплотнения, вызванный отрывом потока, *3* — линия растекания, *4* — струйка тока в оторвавшемся потоке, *5* — линия отрыва

Рис. 3.3.4. Визуализация течения на поверхности обратного осесимметричного уступа:

а — осесимметричный обратный уступ, *б* — растекание визуализирующего состава по центральному телу в области присоединения

шего числа пар вихрей. Например, в диапазоне околозвуковых скоростей при $\bar{d} < 0{,}2$ оно равно двум, а при $\bar{d} = 0{,}4$ — четырем. Увеличение числа вихрей приводит к спрямлению линии присоединения R_1R_2 в поперечной плоскости.

§ 3.4. ОТРЫВ ПОТОКА НА СУЖИВАЮЩИХСЯ ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ

Рассмотрим отрыв турбулентного пограничного слоя с суживающихся хвостовых участков тел вращения.

На рис. 3.4.1 показана зависимость угла $\theta_{отр}$ между касательной к профилю суживающейся части в точке отрыва и осью симметрии корпуса от числа $\mathbf{M}_\infty$ невозмущенного потока [45, 1971, № 4].

С ростом числа $\mathbf{M}_\infty$ в области дозвуковых скоростей $\theta_{отр}$ уменьшается, а в сверхзвуковой — увеличивается. Это объясняется тем, что сверхзвуковой отрыв связан с образованием скачка уплотнения. Так как с увеличением относительной площади поперечного сечения тела $S/S_{мид}$ при неизменном числе $\mathbf{M}_\infty$ угол $\theta_{отр}$ возрастает, то можно предполагать, что для конических суживающихся хвостовых частей имеется аналогичная зависимость и для угла конусности $\theta_к$, при котором отрыв потока произойдет в точке излома образующей (пунктирная линия на рис. 3.4.1).

Для определения точки отрыва при дозвуковых скоростях применяют полуэмпирическую зависимость [17, 1954, № 2]

$$\frac{dp}{dx}\frac{\delta^*}{\rho_\infty V_\infty^2} = 0{,}015 - 0{,}0016\mathbf{M}_\infty. \quad (3.4.1)$$

Зная параметры набегающего потока ρ_∞, V_∞, $\mathbf{M}_\infty$, по (3.4.1) подсчитывают значение $(dp/dx)\delta^*$. Затем проводят расчет пограничного слоя по всей обтекаемой поверхности и отыскивают то его сечение, в котором произведение $(dp/dx)\delta^*$ будет совпадать с $\rho_\infty V_\infty^2 \cdot (0{,}015 - 0{,}0016\mathbf{M}_\infty)$. В этом сечении и произойдет отрыв. Угол отрыва потока β_S может быть найден из графика, построенного по экспериментальным данным (рис. 3.4.2) [35, 1975, № 75—65]. Если скорости набегающего потока сверхзвуковые, то угол отрыва потока рассчитывается по теории скачков уплотнения для известного числа $\mathbf{M}_\infty$ и критического перепада дав-

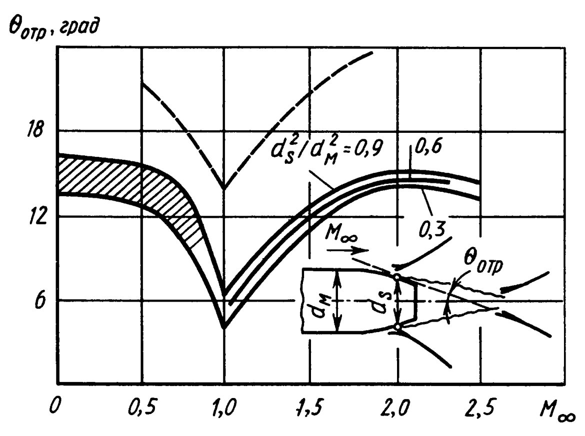


Рис. 3.4.1. Зависимость угла наклона поверхности тела вращения в точке отрыва на суживающейся оживальной части от числа **M**

лений p_p/p_i (p_i — давление перед точкой отрыва). В качестве замыкающего условия может быть выбрано равенство давлений за системой скачков уплотнения в следе за телом и статического p_∞. Перепад давлений при отрыве вычисляется по формуле (4.2.22). Подобным образом построен на рис. 3.4.2 сверхзвуковой участок зависимости $\beta_S(\mathbf{M}_\infty)$.

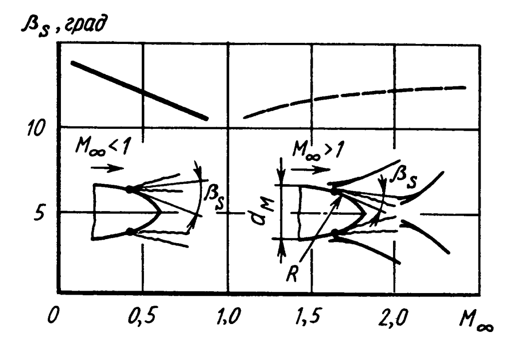


Рис. 3.4.2. Зависимость угла отрыва потока с поверхности оживальной хвостовой части в зависимости от числа $\mathbf{M}_\infty$ ($R/d_м = 1$): ——— — эксперимент, — — — — расчет

Наличие в донной части летательного аппарата центральной струи двигательной установки может существенно изменить параметры отрывного течения, причиной чего является взаимодействие потока, обтекающего летательный аппарат, с этой струей. Перерасширенные струи после выхода из сопла суживаются и оказывают на поток у хвостовой части летательного аппарата эжектирующее воздействие, снижая давление в области отрыва. Вследствие этого точка отрыва перемещается вниз по потоку и протяженность зоны отрыва уменьшается до ее исчезновения. В результате сопротивление хвостовой части возрастает.

С ростом степени нерасчетности струи начиная с определенных значений относительного давления торможения в струе

$$\tilde{p}_{0j} = p_{0j}/p_{0\infty} = n[\pi(\mathbf{M}_\infty)]/\pi(\mathbf{M}_{aj}), \qquad (3.4.2)$$

где $p_{0\infty}$ — давление торможения в набегающем потоке; $n = p_a/p_\infty$ — коэффициент нерасчетности струи; p_a, $\mathbf{M}_{aj}$ — давление струи и число $\mathbf{M}$ в выходном сечении сопла; $\pi(\mathbf{M})$ — газодинамическая функция; струя, расширяясь, начинает заметно тормозить воздушный поток. Торможение сопровождается отрывом, ростом давления, перемещением точки отрыва вверх по потоку, увеличением протяженности зоны отрыва и, как следствие, уменьшением сопротивления хвостовой части летательного аппарата.

Значение $\tilde{p}^*_{0j}$, с которого начинает заметно проявляться эффект торможения струи, зависит от угла конусности хвостовой части. Если он невелик (~4...10°), то $\tilde{p}^*_{0j} \approx 1$, а для углов ~14...24° величина $\tilde{p}^*_{0j}$ достигает 4,5.

§ 3.5. ТРЕХМЕРНЫЕ ОТРЫВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Обтекание летательных аппаратов носит пространственный характер. Параметры возникающих отрывных зон существенно отличаются от аналогичных характеристик в случае двухмерного отрыва.

Простейший случай трехмерного отрыва потока возможен при

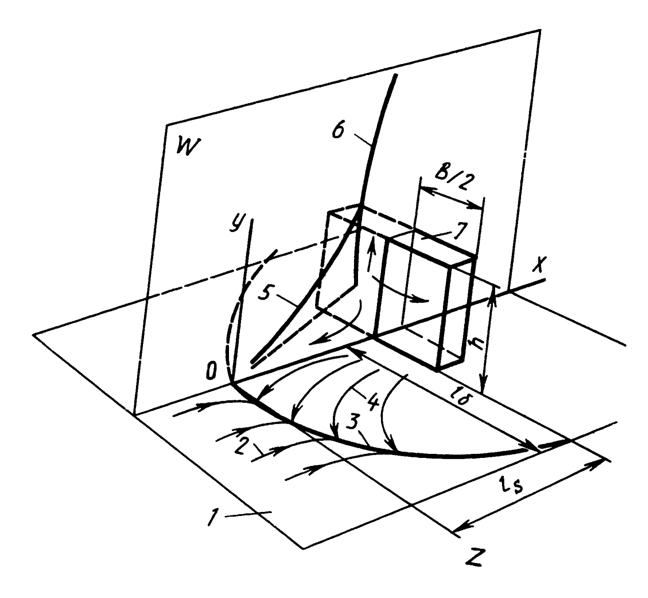


Рис. 3.5.1. Схема течения около выступающей плоской преграды

сверхзвуковом обтекании преград или надстроечных элементов в виде цилиндров, полусфер, параллелепипедов, пластин, расположенных на плоской поверхности.

На рис. 3.5.1 показана типичная схема течения при отрыве около преграды в виде прямоугольной пластины 7. Перед преградой образуются системы пространственных скачков уплотнения: основной (*6* — след скачка уплотнения на вертикальной плоскости симметрии течения *W*) и скачок, вызванный отрывом потока на линии *3* (*5* — его след на плоскости *W*). За ним течение трехмерное. Механизм возникновения отрыва потока при таком взаимодействии очень похож на случай двухмерного отрыва. Однако имеются и свои особенности.

Во-первых, трехмерная отрывная зона нестационарна. Это было обнаружено при помощи искровой скоростной киносъемки. При турбулентном отрывном течении колебания линейных размеров зон отрыва и изменение параметров в них достигают 20% [16, 1967, № 11]. Во-вторых, неодинаковая интенсивность пространственного скачка уплотнения, возникающего перед преградой во внешнем потоке и взаимодействующего с пограничным слоем на обтекаемой поверхности *1*, приводит к появлению поперечного (вдоль оси OZ) градиента давления. Вследствие этого появляется боковое растекание, приводящее к спиралеобразным циркуляционным течениям внутри области отрыва, а также искривлению линий тока возвратного течения *4* и *2* перед линией отрыва потока *3*, начинающееся в области повышенного давления (рис. 3.5.1). При турбулентном режиме обтекания возмущения от основного скачка уплотнения в области отрыва распространяются более интенсивно в направлении оси Z, чем против потока (оси x). Этот факт иллюстрируют характерные изобары давления на плоскости перед сегментально-сферическим телом (рис. 3.5.2). Экспериментально установлено, что при обтекании пространственных преград, для которых высота h превосходит ширину b, отношение геометрических параметров зоны отрыва l_δ/l_S (см. рис. 3.5.1) в широком диапазоне чисел $\mathbf{M}_\infty = 1{,}5...5{,}5$ при турбулентном отрыве колеблется в сравнительно узких пределах 1,7...2.1.

Проследим, как изменяется давление при уменьшении ширины преграды, выполненной в виде торцевой прямоугольной пластины, обтекаемой сверхзвуковым турбулентным потоком газа (см. рис. 3.5.1). Введем параметр $\bar{b} = b/h$, характеризующий «степень пространственности». При «бесконечном» размахе преграды ($\bar{b} = \infty$), т. е. в случае плоского обтекания, наблюдается явно выраженное «плато» кривой давления, а по мере уменьшения b/h в зависимостях $p/p_\infty = f(x/h)$ появляются *максимумы* и *минимумы*. Значение давления в зоне отрыва при этом становится несколько ниже, чем при двухмерном отрывном течении, из-за уменьшения интенсивности скачка уплотнения, вызываемого отрывом трехмерного пограничного слоя. Появление вблизи преграды минимума давления, обусловленного поперечным перетеканием, для рассматриваемых режимов и конфигураций происходит при относительной ширине $\bar{b} \leqslant 4$ (рис. 3.5.3). Значения градиентов давления в точках отрыва S для преград, имеющих различную ширину $\bar{b}$, одинаковы, а размеры области отрыва меньше, чем в случае двухмерного отрыва. Для торцевых преград конечной ширины при числах $M_\infty = 2{,}8...3{,}3$ установлено, что уменьшение длины $l_{S,\text{т}}$ по сравнению с $l_{S,\text{пл}}$ в случае двухмерного обтекания подчиняется зависимости, показанной на рис. 3.5.4 (заштрихованная область определяет разброс экспериментальных данных). Наибольшее изменение величины $l_{S,\text{т}}/l_{S.\text{пл}}$ имеет место при возрастании параметра $1/\bar{b}$ до 1, дальнейшее уменьшение ширины преграды не приводит к существенным трансформациям характеристик отрывного течения.

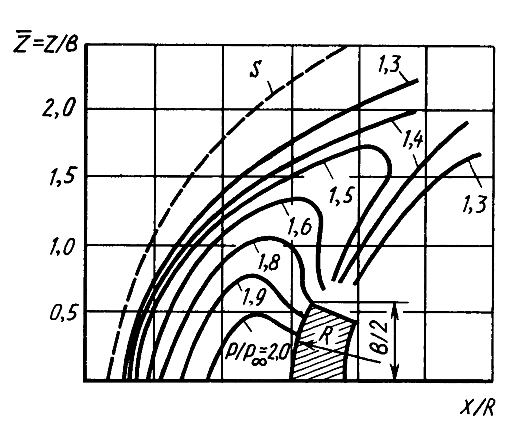


Рис. 3.5.2. Изобары на поверхности перед телом сегментально-сферической формы при $M_\infty = 3{,}4$ (S — линия отрыва)

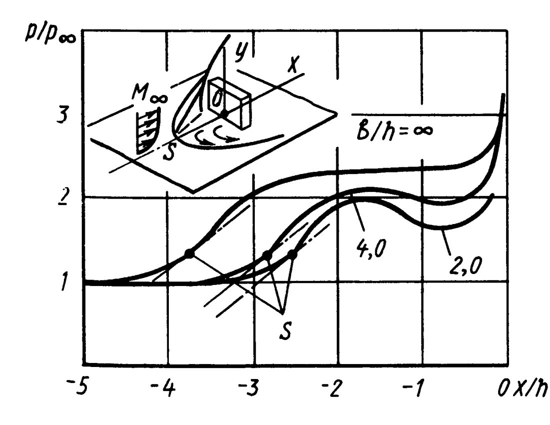


Рис. 3.5.3. Распределение давления в плоскости симметрии течения перед преградой при пространственном отрыве ($M_\infty = 2{,}68$)

Третьей особенностью пространственного отрыва является зависимость параметров отрывного течения от формы препятствия, в то время как при двухмерном отрыве его характеристики

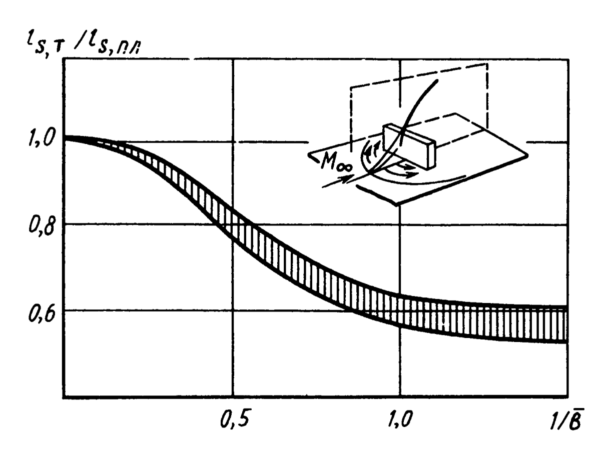


Рис. 3.5.4. Зависимость относительной длины отрыва от параметра $1/\bar{в}$

определяются только параметрами невозмущенного потока (принцип «свободного взаимодействия»). Это объясняется неодинаковой интенсивностью поперечной составляющей скорости потока (в направлении оси z), вызываемой различием формы преград в плане.

Рассмотрим влияние формы лобовой части пространственных преград на изменение конфигураций линий отрыва. На рис. 3.5.5 приведены картины поверхностных линий тока и линий отрыва, полученные нанесением масляных покрытий на обтекаемую поверхность перед препятствиями торцевой, цилиндрической и заостренной форм с различными углами стреловидности. Точка A каждой из рассматриваемых разновидностей преград совмещена с началом координат xOz. Видно, что если выступающий элемент обладает достаточно сильным затуплением (варианты $1'$ и $2'$, рис. 3.5.5, *в*), то происходит отрыв пограничного слоя с образованием развитой зоны отрывного течения, ограниченной линией S (линии *1* и *2* на рис. 3.5.5, *б*). В этом случае наблюдается сильное взаимодействие вязкого и невязкого потоков. Если же у преграды большой угол стреловидности или острая передняя кромка (варианты $4'$ и $5'$), то возможны либо отсутствие отрывного течения, либо зарождающийся отрыв со слабым вязким взаимодействием (линии отрыва *4, 5*).

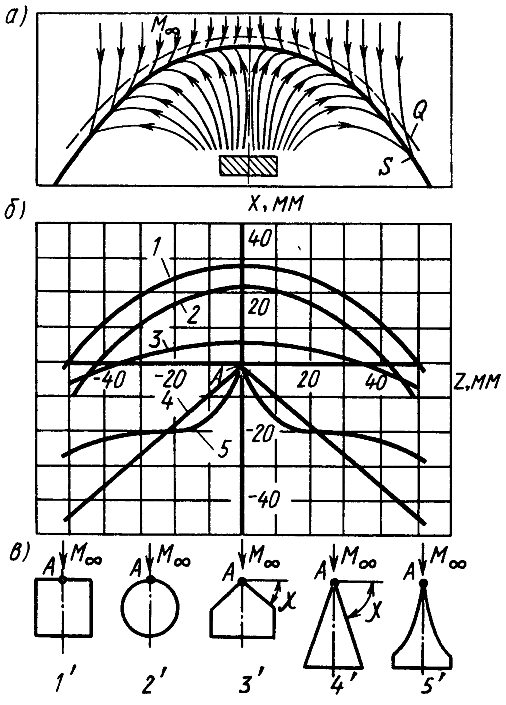


Рис. 3.5.5. Линии тока (*а*) и отрыва (*б*) при $\mathbf{M}_\infty = 3{,}3$ перед различными преградами (*в*) одинаковой ширины:

торцевой — $1'$, цилиндрической — $2'$, клиновой — $3'$ ($\chi = 45°$) и $4'$ ($\chi = 70°$), вогнутой — $5'$, S, Q — соответственно линии отрыва потока и начала повышения давления. Линии отрыва *1, 2, 3, 4, 5* соответствуют преградам $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$

Интересные закономерности пространственных турбулентных отрывных течений были

выявлены при сверхзвуковом обтекании клиновидной преграды *3*, расположенной на пластине *1* с углом стреловидности χ к направлению невозмущенного набегающего потока (рис. 3.5.6, *а*) [30, 1984, № 9]. Для предотвращения краевых эффектов в окрестности точки *А* была установлена параллельно потоку боковая шайба *2*. В зависимости от соотношения углов стреловидности χ и заострения клина β_{s1}, измеряемого в вертикальной плоскости, параллельной невозмущенному потоку, наблюдалось два вида отрывных течений: «цилиндрическое» (рис. 3.5.6, *б*), для которого характерно параллельное (за исключением окрестности точки *А*) расположение передней кромки клина *АВ*, линий отрыва *S* и начала повышения давления *Q*, и «коническое» (рис. 3.5.6, *в*), когда эти линии начиная с некоторого расстояния от точки *А* идут так, как если бы они исходили из полюса *А'*. В отличие от «цилиндрического» «коническое» течение имело кривую давления на пластине перед клином с ярко выраженным минимумом. Предсказать наличие «цилиндрического» (область *I*) или «конического» (область *II*) отрывного течения можно с помощью графиков (рис. 3.5.6, *г*), построенных в безразмерных координатах $\beta_{s1}/\beta_{кр}$ и $\chi/(90° - \mu_\infty)$ для различных чисел $\mathbf{M}_\infty$, где $\mu_\infty = \arcsin(1/\mathbf{M}_\infty)$, $\beta_{кр}$ — критическое для данного числа $\mathbf{M}_\infty$, значение угла заострения клина β_{s1}, при котором косой скачок уплотнения при невязком обтекании начинает искривляться и отходить от передней кромки клина.

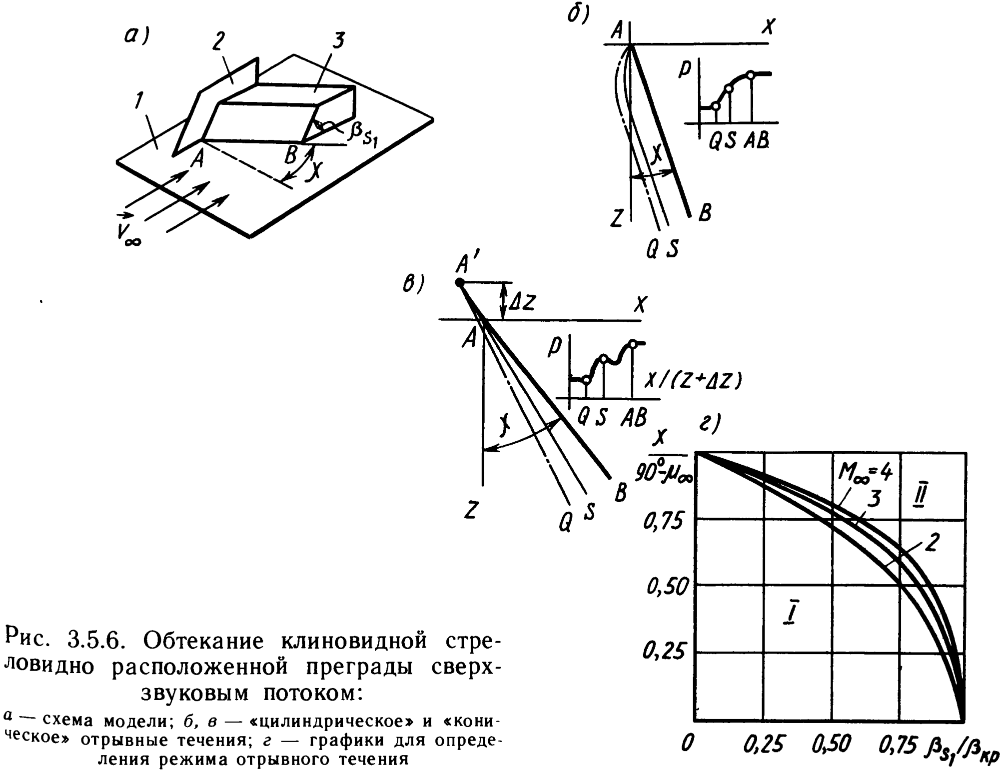


Рис. 3.5.6. Обтекание клиновидной стреловидно расположенной преграды сверхзвуковым потоком:

а — схема модели; *б*, *в* — «цилиндрическое» и «коническое» отрывные течения; *г* — графики для определения режима отрывного течения

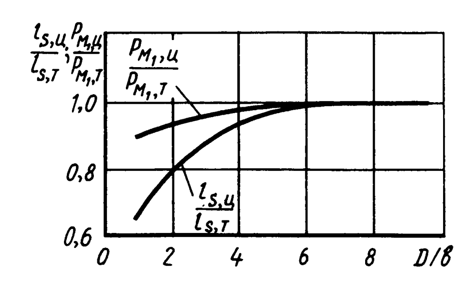


Рис. 3.5.7. Параметры отрывного течения перед преградами с цилиндрической и торцевой лобовой поверхностью ($M_\infty = 2{,}8$)

Следует отметить автомодельность формы линий отрыва развитого отрывного течения перед трехмерными препятствиями. В координатах $\bar{z} = z/l_\delta$ и $\bar{x} = x/l_S$ линии отрыва перед преградами различной формы достаточно хорошо группируются относительно линии, описывающейся степенной зависимостью $\bar{z} = \bar{x}^n$. При этом геометрические характеристики l_S и l_δ, определяющие размеры отрывной зоны и параметры потока в ней, необходимые для расчета аэродинамических коэффициентов, находятся в прямой зависимости от формы лобовой поверхности обтекаемой преграды. На рис. 3.5.7 приведены экспериментальные данные, позволяющие сравнить величины l_S и p_{M1} (p_{M1} соответствует первому максимуму давления в зоне отрыва) перед торцевой плоской (индекс «т») и цилиндрическими поверхностями (индекс «ц») с различными радиусами кривизны. Согласно результатам экспериментов, уменьшение радиуса кривизны ($R = D/2$) приводит к уменьшению l_S и p_{M1}. Предельный случай соответствует $D/b = 1$, когда обтекается цилиндр.

Характерные эпюры распределения давления перед цилиндром «бесконечной» высоты h показаны на рис. 3.5.8 [16, 1966, № 4]. Начало координат расположено в центре основания цилиндра, угол φ отсчитывается от линии симметрии, относительная величина $\bar{r} = (r - 0{,}5D)/D$. На основании экспериментальных данных получено распределение отношения давлений $p_S(\varphi)/p_S(0)$ вдоль линии отрыва, которое представляется универсальной зависимостью в интервале $0° \leqslant \varphi \leqslant 90°$: $p_S(\varphi)/p_S(0) = -1{,}650 \cdot 10^{-5}(\varphi + 35°)^2 + 1{,}02$.

Длина зоны отрыва перед цилиндрами при сверхзвуковых скоростях зависит от D, h, δ, скорости, кинематической вязкости, скорости звука, плотности, уровня турбулентного трения и в безразмерной форме выражается зависимостью

$$l_S/D = f(h/D,\ D/\delta,\ \mathbf{Re}_D,\ \mathbf{M}_\infty), \quad (3.5.1)$$

где $\mathbf{Re}_D$ рассчитано по скорости набегающего потока и характерному размеру D.

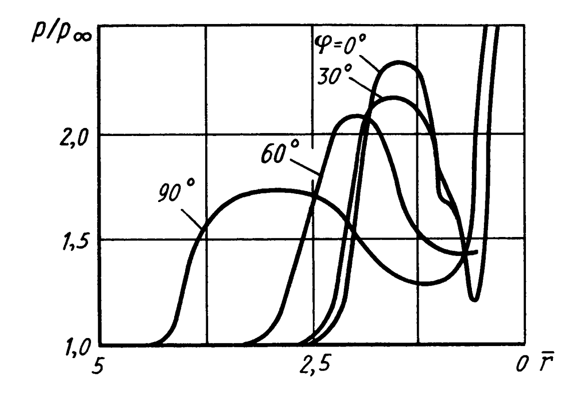
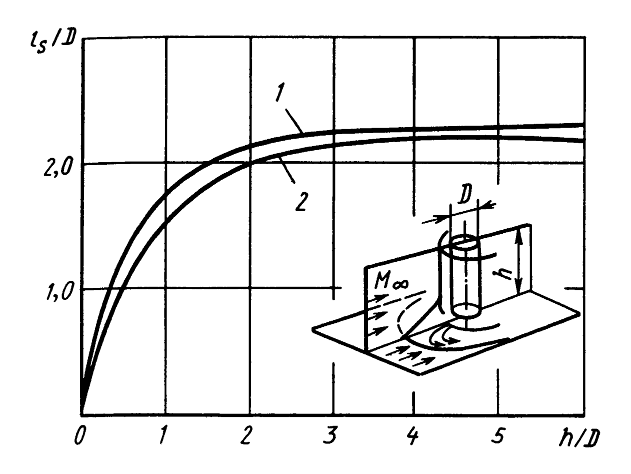
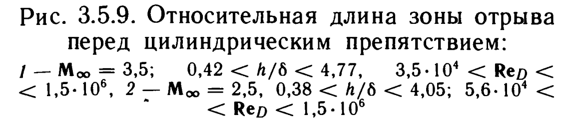


Рис. 3.5.8. Распределение давления перед цилиндром с $h \to \infty$ при $M_\infty = 3{,}11$

Можно предположить, что зависимость (3.5.1) пригодна и для преград отличной от цилиндрической формы. Эксперименты показывают, что для цилиндрических пре-




Рис. 3.5.9. Относительная длина зоны отрыва перед цилиндрическим препятствием:
1 — $M_\infty = 3{,}5$; $0{,}42 < h/\delta < 4{,}77$, $3{,}5 \cdot 10^4 < Re_D < 1{,}5 \cdot 10^6$, 2 — $M_\infty = 2{,}5$, $0{,}38 < h/\delta < 4{,}05$; $5{,}6 \cdot 10^4 < Re_D < 1{,}5 \cdot 10^6$

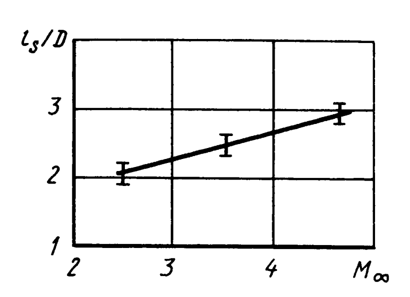


Рис. 3.5.10. Зависимость относительной длины зоны отрыва перед цилиндром от числа $M_\infty (h/D > 2{,}5)$

пятствий большой высоты, когда $h \gg D$ и $h > \delta$, величина l_S/D не зависит от отношения h/D; также определено, что на длину зон отрыва оказывают незначительное влияние число Re_D и отношение D/δ (рис. 3.5.9). Поэтому считается, что $l_S/D = f(M_\infty)$. С возрастанием числа M_∞ происходит практически линейное увеличение относительной длины зоны отрыва (рис. 3.5.10).

Отметим еще одну особенность отрывных течений, характерную для обтекания цилиндрических препятствий. В области возвратных течений перед цилиндрической поверхностью могут возникнуть сверхзвуковые скорости, о чем свидетельствует наличие вблизи основания цилиндра λ-образных скачков уплотнения [16, 1967, № 1].

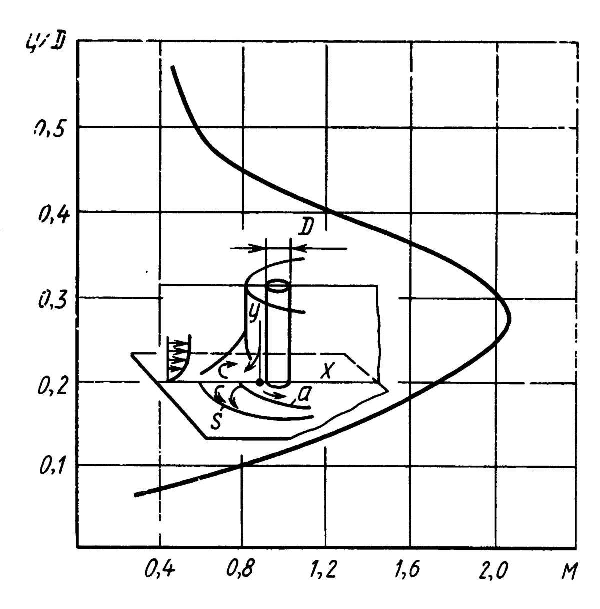


Рис. 3.5.11. Изменение числа M вдоль поверхности цилиндра в зоне отрыва

На рис. 3.5.11 приведены значения чисел M, измеренные вдоль образующей цилиндра при $M_\infty = 6$. Максимальная скорость достигается на расстоянии ~(0,25... 0,3)D от основания цилиндра. При воздействии возвратно-

го течения на поверхности, где установлен цилиндр, образуется линия растекания *a*. На ней часть заторможенного потока разворачивается и движется к цилиндру, а другая часть направляется к линии отрыва *S*, образуя в отрывной зоне основную область возвратных течений. Такая особенность течения в трехмерных зонах отрыва обусловлена боковым перетеканием газа и существованием больших градиентов давления в продольном и поперечном направлениях.

§ 3.6. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ОБТЕКАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ОТРЫВ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Изменение температуры стенки, с которой происходит отрыв потока, влечет за собой изменение параметров отрывных течений. Вблизи поверхности из-за охлаждения стенки температура уменьшается, что вызывает некоторое возрастание плотности. Вместе с этим увеличивается кинетическая энергия частиц газа в пограничном слое. Поэтому для отрыва потока требуются большие возмущения, чем при обтекании теплоизолированной стенки. Кроме того, за счет возросшей кинетической энергии в пристеночном слое точка отрыва смещается ближе к месту расположения возмущающего фактора (преграды, уступа, падения скачка уплотнения).

Рассмотрим некоторые особенности в распределении давлений и изменении геометрических параметров зон отрыва при принудительном охлаждении поверхности. Экспериментально установлено, что при обтекании двухмерного уступа, перед которым образуется турбулентная отрывная зона, *уменьшение температуры стенки* $T_{ст}$ *приводит к возрастанию давления в зоне отрыва и уменьшению ее протяженности.* Сравнение эпюр распределения давления при таком взаимодействии потока с преградой для теплоизолированной *1* и охлаждаемой *2* стенок показано на рис. 3.6.1 [33, 1972, № 7].

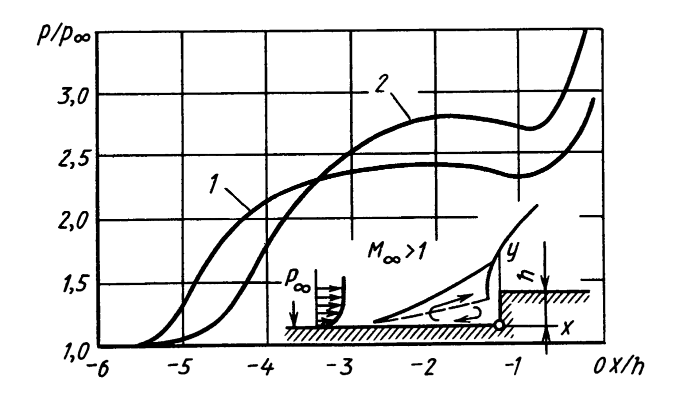


Рис. 3.6.1. Распределение давления перед уступом при охлаждении обтекаемой поверхности:

1 — $M_\infty = 2{,}9$; $T_{ст}/T_r = 1{,}0$; $Re_\delta = V_\infty \delta/\nu = 5{,}59 \cdot 10^4$; *2* — $M_\infty = 2{,}89$; $T_{ст}/T_r = 0{,}581$; $Re_\delta = 2{,}90 \cdot 10^4$ (T_r — температура восстановления)

Эффект уменьшения влияния возмущений, передающихся вверх по потоку, характерный для холодной стенки, проявляется и при обтекании как турбулентным, так и ламинарным потоками газа наклонных поверхностей с углом преграды $\beta_{пр}$. На рис. 3.6.2 представлены графики распределения статического давления в ламинарной зоне отрыва для двух случаев обтекания [33, 1968, № 1]. Один из них соответствует теплоизолированной стенке (кривая *1*), другой — стенке, охлаждаемой жидким азотом (кривая *2*). Согласно полученным результатам, при охлаждении обтекаемой поверхности начало повышения давления в зоне отрыва смещается вниз по потоку к вершине угла, т. е. область влияния наклонной преграды значительно сокращается. В то же время градиенты давления вблизи угла возрастают (точки O' и O'').

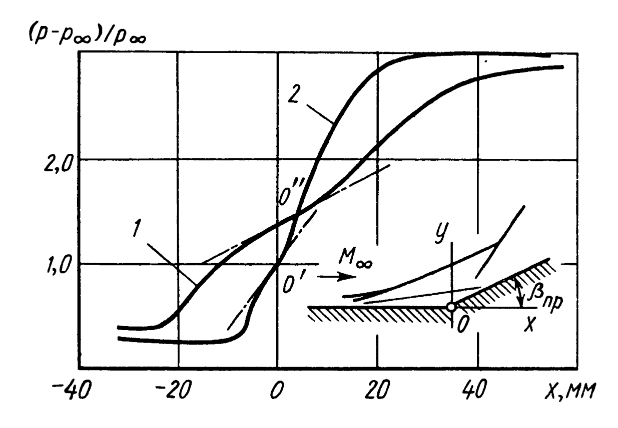


Рис. 3.6.2. Влияние охлаждения обтекаемой поверхности на отрыв ламинарного пограничного слоя ($\beta_{пр} = 10°$, $\mathbf{M}_\infty = 6{,}06$):

1 — теплоизолированная поверхность, *2* — $T_{ст}/T_r = 0{,}238$

Уменьшение размеров области взаимодействия при охлаждении обтекаемой поверхности происходит и при турбулентном отрыве перед наклонными препятствиями. Экспериментально найдены зависимости изменения относительной длины зоны отрыва $\tilde{l}_S = l_S/\delta_1$ (δ_1 — толщина пограничного слоя в невозмущенном потоке перед областью отрыва) от угла отклонения преграды $\beta_{пр}$ [33, 1972, № 7].

Увеличение угла $\beta_{пр}$ приводит к монотонному возрастанию $\tilde{l}_S$ (рис. 3.6.3), интенсивность которого существенно зависит от параметра $T_{ст}/T_r$. Охлаждение стенки не только уменьшает $\operatorname{grad}\tilde{l}_S$, но и оказывает влияние на условие зарождения отрыва потока. Так,

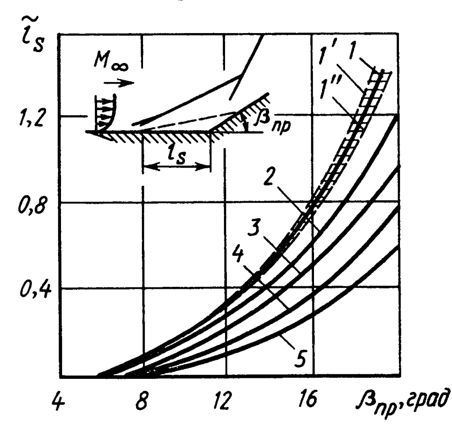


Рис. 3.6.3. Зависимость относительной длины зоны отрыва от угла наклона преграды:

1 — $T_{ст}/T_r = 1{,}05$, $\mathbf{Re}_\delta = 4{,}87\cdot10^4$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}90$, *1'* — $T_{ст}/T_r = 1{,}05$, $\mathbf{Re}_\delta = 5{,}92\cdot10^4$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}90$; *1''* — $T_{ст}T_r = 1{,}05$, $\mathbf{Re}_\delta = 3{,}53\cdot10^4$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}93$, *2* — $T_{ст}/T_r = 0{,}936$, $\mathbf{Re}_\delta = 5{,}09\cdot10^4$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}87$, *3* — $T_{ст}/T_r = 0{,}775$, $\mathbf{Re}_\delta = 4{,}10\cdot10^4$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}89$; *4* — $T_{ст}/T_r = 0{,}604$, $\mathbf{Re}_\delta = 3{,}04\cdot10^4$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}93$, *5* — $T_{ст}/T_r = 0{,}474$, $\mathbf{Re}_\delta = 2{,}18\cdot10^4$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}97$

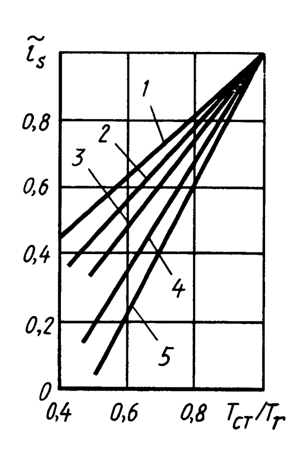


Рис. 3.6.4. Влияние охлаждения обтекаемой поверхности на длину зоны отрыва перед наклонной стенкой при $M_\infty = 2{,}9$

1 — $\beta_{пр} = 19{,}7°$, *2* — $\beta_{пр} = 13{,}7°$, *3* — $\beta_{пр} = 9{,}8°$, *4* — $\beta_{пр} = 8{,}1°$, *5* — $\beta_{пр} = 7{,}5°$

при охлаждении обтекаемой поверхности до $T_{ст}/T_r = 0{,}474$ угол $\beta_{пр}$, приводящий к возникновению отрыва, увеличивается от 6,5°, что соответствует обтеканию теплоизолированной поверхности, до 7,5° (зависимость изменения угла от $T_{ст}/T_r$ — линейная). Кривые *1...5* на рис. 3.6.3 соответствуют испытаниям, при которых варьировались значения $T_{ст}/T_r$ и числа $\mathbf{Re}_\delta$. Влияние числа $\mathbf{Re}_\delta$ при постоянном значении $T_{ст}/T_r = 1{,}05$ видно по заштрихованной области между кривыми *1′* и *1″*, соответствующими большему и меньшему числам $\mathbf{Re}_\delta$.

Представленные на рис. 3.6.4 графики выражают явную зависимость безразмерной длины зоны отрыва $\tilde{l}_S$ от относительной температуры стенки $T_{ст}/T_r$ при ее охлаждении. Для заданного $\beta_{пр}$ величина $\tilde{l}_S$ является почти линейной функцией отношения температур.

§ 3.7. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

Теоретический и практический интерес представляет теплопередача в отрывных течениях, особенно с точки зрения теплозащиты от интенсивного нагрева, имеющего место при гиперзвуковых скоростях движения, возвращаемых в плотные слои атмосферы космических аппаратов.

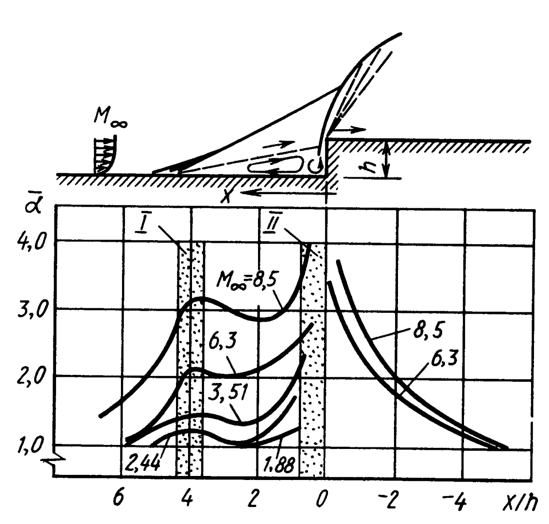


Рис. 3.7.1. Относительный коэффициент теплоотдачи при отрыве потока перед плоской ступенькой

Имеющиеся экспериментальные данные позволяют оценить коэффициенты теплопередачи в простейших случаях отрыва потока, возникающего перед плоскими ступеньками и каверной [34, 1969, № 7; 53], характерными элементами надстроек на поверхности летательных аппаратов. На рис. 3.7.1 представлены графики распределения безразмерного коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha} = \alpha/\alpha_0$ (где α — местный коэффициент теплоотдачи, α_0 — соответствующие значения α при отсутствии пре-

грады, вызывающей отрыв потока) в окрестности плоского уступа. обтекаемого невозмущенным потоком со сверхзвуковой и гиперзвуковой скоростями. Местоположение отрыва потока соответствует координате $x/h = 4$ (область отрыва потока *I*), где h — высота ступеньки. Результаты экспериментов показывают, что *характерным для отрыва турбулентного потока является существование двух максимумов коэффициента теплоотдачи.* Первый максимум находится в пределах области *I*. Положение его практически не изменяется с ростом числа $\mathbf{M}_\infty$, значение же коэффициента $\bar{\alpha}$ значительно возрастает. При $\mathbf{M}_\infty = 8{,}5$ коэффициент теплоотдачи в области отрыва превосходит более чем в три раза соответствующее его значение при обтекании пластинки.

Второй максимум теплового потока наблюдается вблизи уступа в области присоединения *II* и объясняется наличием критической точки на поверхности. Он превосходит по своему значению первый максимум.

За областью присоединения после разворота потока до горизонтального направления происходит резкое уменьшение коэффициента теплоотдачи, что обусловлено переходом параметров течения к невозмущенному состоянию.

Наибольшего значения коэффициент теплоотдачи достигает в области присоединения оторвавшегося потока, т. е. в районе угловой точки. На рис. 3.7.2 представлены зависимости относительного коэффициента теплоотдачи от числа $\mathbf{M}_\infty$ для этой области *A*. Пунктирной линией показан коэффициент α на лобовой поверхности

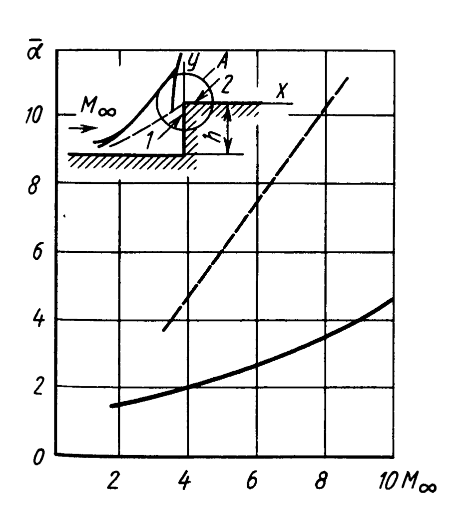


Рис. 3.7.2. Коэффициент теплоотдачи в области присоединения потока

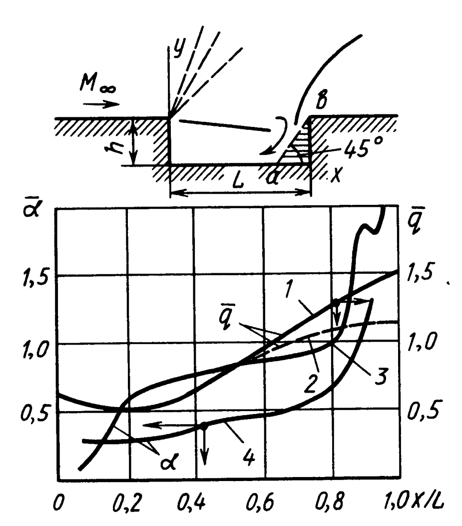


Рис. 3.7.3. Распределение безразмерных теплового потока и коэффициента теплоотдачи вдоль нижней стенки каверны: *1* — $\mathbf{M}_\infty = 2{,}9$, $L/h = 5$, *2* — $\mathbf{M}_\infty = 2{,}9$, $L/h = 5$ (при наличии наклонной стенки *ав*), *3* — $\mathbf{M}_\infty = 6{,}3$, $L/h = 30$ (замкнутая каверна), *4* — $\mathbf{M}_\infty = 6{,}3$, $L/h = 5$

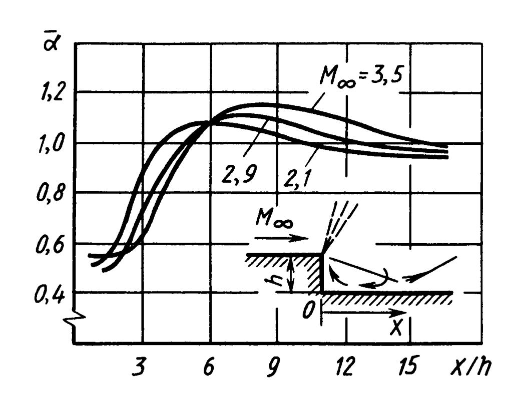


Рис. 3.7.4. Относительный коэффициент теплоотдачи при турбулентном отрыве плоского потока

(точка *1*), сплошной — на горизонтальной поверхности после разворота потока (точка *2*). Из графиков видно, что оба коэффициента возрастают с увеличением числа **M** невозмущенного потока.

Рассмотрим распределение тепловых потоков при обтекании каверны. Вся каверна будет находиться в области отрывного течения, если ее продольный размер L (рис. 3.7.3) будет меньше суммы размеров двух отрывных зон за и перед уступами, образующими эту каверну.

На рис. 3.7.3 представлено распределение безразмерных коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ и теплового потока $\bar{q}=q/q_0$ (где q_0 — тепловой поток к пластине без выемки для невозмущенного потока) по нижней стенке открытой каверны при полностью отрывном турбулентном режиме обтекания для различных чисел $\mathbf{M}_\infty$ [34, 1969, № 7; 36, 1970, № 6].

За точкой отрыва величины $\bar{q}$ и $\bar{\alpha}$ меньше, чем на пластине при тех же условиях обтекания. С приближением к задней стенке каверны вниз по потоку тепловой поток и коэффициент теплоотдачи возрастают (кривые *1* и *4*) и непосредственно перед стенкой достигают максимальной величины. Если изменить условия присоединения, например наклонить заданную стенку *ab* каверны под углом, меньшим 90°, то можно уменьшить $\bar{q}$ (кривая *2*) в этой области. К такому же эффекту приводит увеличение толщины пограничного слоя перед каверной.

При сложном обтекании каверны, соответствующем течению в замкнутой полости, когда поток расширяется, а затем присоединяется к нижней стенке и отрывается при приближении к лежащему вниз по потоку заднему торцу каверны, относительный коэффициент теплоотдачи к нижней стенке значительно выше, чем для случаев обтекания открытой каверны (кривая *3* на рис. 3.7.3).

При обтекании обратных уступов коэффициент теплоотдачи также повышается в области присоединения потока. На рис. 3.7.4 представлены некоторые типичные результаты по измерению тепловых потоков при $\mathbf{M}_\infty=2{,}1$; 2,9; 3,5 [41, 1961, № 28]. Перед донным срезом $\bar{\alpha}<1$. Эта величина обычно выше, чем в случае обтекания донного среза при наличии спутной струи. Она зависит от отношения толщины пограничного слоя перед отрывом к высоте уступа и изменяется в пределах 0,2...0,6. Вниз по потоку величина $\bar{\alpha}$ увеличивается подобно давлению. Максимум достигается ниже по потоку за точкой присоединения. Величина его практически одинакова как

для турбулентного, так и для ламинарного потоков. Она также мало зависит от числа M_∞.

Следует отметить, что изменение коэффициента теплоотдачи за уступом при дозвуковом течении качественно сходно с его изменением в сверхзвуковом потоке.

§ 3.8. ГИСТЕРЕЗИС ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

При движении летательных аппаратов происходит непрерывное изменение как кинематических траекторных параметров (скорости полета, углов атаки и скольжения), так и параметров обтекания (давления, плотности, температуры). На структуру и характеристики отрывных течений существенным образом влияют не только указанные величины, но и направление их изменения, т. е. уменьшение или увеличение. Это означает, что при одной и той же совокупности параметров возможны различные аэродинамические характеристики аппарата. Одной из причин этого является *аэродинамический гистерезис, обусловленный перестройкой структуры обтекания.* Из-за относительно малого времени перестройки, сопровождающейся резким изменением давления на поверхности, всегда возникают ударные нагрузки. Это необходимо учитывать при расчетах летательных аппаратов.

Наиболее ярко аэродинамический гистерезис проявляется при трансзвуковых скоростях обтекания тел с изломами образующих (комбинации цилиндрических и конических поверхностей, тела вращения с сегментальными и торцевыми затуплениями, со стержневыми надстройками), когда происходит изменение хотя бы одного из следующих параметров: скорости невозмущенного потока, угла атаки α или числа Рейнольдса.

Обтекание затупленного цилиндрического тела, продольная ось которого располагается по направлению потока, как при дозвуковых, так и при сверхзвуковых скоростях сопровождается образованием зон отрывных течений за лобовой частью. С изменением числа M_∞ структуры обтекания трансформируются [51, № 3425, 1963; 21, 1979, вып. 1976]. При малых дозвуковых скоростях вблизи точки излома образующей поток отрывается с образованием незамкнутой на поверхности тела зоны отрыв-

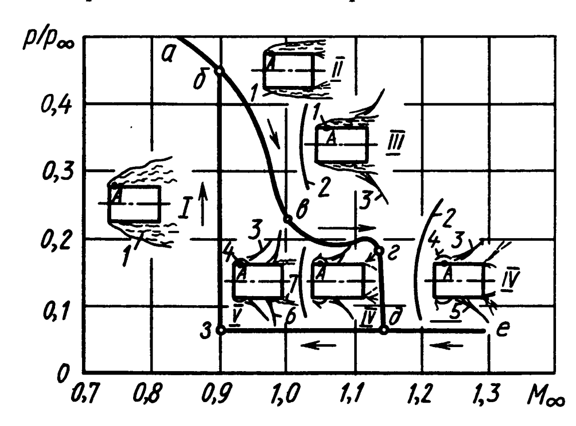


Рис. 3.8.1. Структуры обтекания и давление на цилиндрической поверхности вблизи торца при увеличении и уменьшении числа M_∞

ного течения *1* (рис. 3.8.1). Этому режиму соответствуют структура *I* и участок *а-б* зависимости давления в точке *А*.

По мере увеличения числа M_∞ в области дозвуковых скоростей зона отрывного течения *1* прижимается к цилиндрической поверхности, ее поперечные размеры и давление в ней уменьшаются (структура *II*, участок *б-в* кривой давления). Дальнейший рост скорости вызывает изменение во внешней части структуры обтекания. Перед телом и у внешней границы зоны отрыва появляются скачки уплотнения *2* и *3*, но незамкнутость отрывного течения *1* сохраняется (структура *III*). Давление за точкой излома образующей выравнивается.

Почти мгновенная перестройка структуры обтекания происходит при некотором критическом числе $M_\infty = M_{кр1} \approx 1{,}14$ (участок *г-д* на кривой давления), когда вместо развитого отрывного течения, замыкающегося на след, появляется локальная зона отрыва *4* в носовой части цилиндра. Это сопровождается образованием вблизи обтекаемой поверхности системы скачков уплотнения *3* и *5*, обусловленных присоединением локального отрывного течения и торможением внешнего потока. На рис. 3.8.1 этому режиму соответствует структура *IV*, называемая *сверхзвуковой*. Давление в зоне отрыва *4* минимально (участок *д-е*). Дальнейшее увеличение скорости в невозмущенном потоке не изменяет структуры обтекания тела.

С уменьшением числа M_∞ до значения $M_\infty = 1$ тип структуры обтекания сохраняется, так как отсутствует возмущающий фактор, приводящий к перестройке структуры потока. Однако при $M_\infty < 1$ такой фактор появляется. Известно, что торможение сверхзвукового потока происходит через скачок уплотнения. Если скорость обтекания становится ниже звуковой, то местное сверхзвуковое течение переходит в дозвуковое через прямой скачок уплотнения *6* (структура *V*). Взаимодействие этого скачка уплотнения с пограничным слоем на поверхности тела приводит к его отрыву, начало которого по мере уменьшения скорости приближается к носовой части. В момент слияния циркуляционной зоны *4* и зоны отрыва *7*, вызванной скачком *6*, структура течения перестраивается, давление резко возрастает (участок *з-б* на кривой зависимости давления в точке *А* от числа M_∞) и отрыв, начинающийся в месте излома образующей, распространяется на всю поверхность цилиндра. Перестройка к такой структуре течения осуществляется при критическом числе $M_\infty = M_{кр2} \approx 0{,}9$, меньшем числа $M_{кр1}$. Представление о структурах течения дают теневые фотографии (рис. 3.8.2).

Таким образом, при различном направлении изменения параметра M_∞ в диапазоне 0,9...1,14 имеют место неодинаковые структуры обтекания тела, так как перестройка структур течений при прямом и обратном изменении числа M_∞ происходит из различного начального состояния системы и для выведения из этого состояния требуется дополнительная энергия, забираемая из набегающего потока.

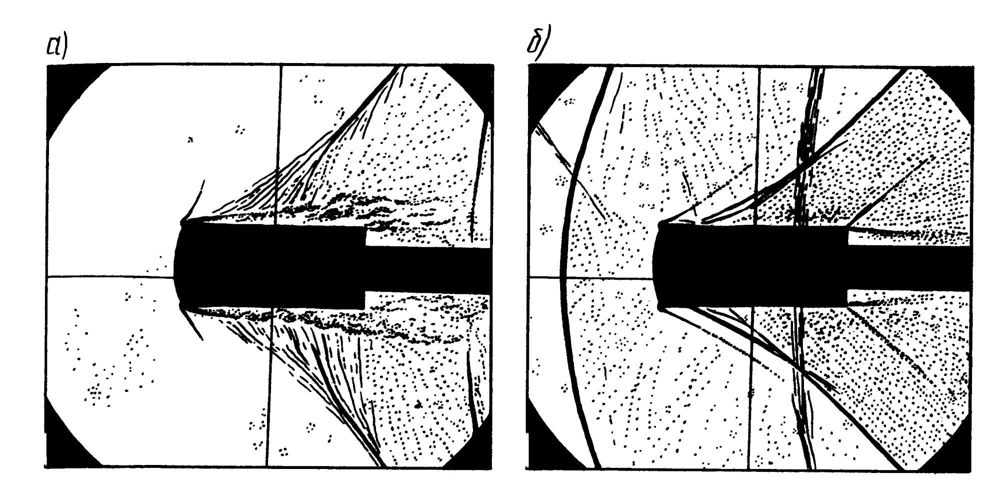


Рис. 3.8.2. Теневые фотографии структуры обтекания затупленного тела трансзвуковым потоком:

а — $M_\infty = 1{,}0$; *б* — $M_\infty = 1{,}2$

Неоднозначность структур течения в диапазоне малых сверхзвуковых скоростей $M_\infty = 1...1{,}3$ проявляется также с изменением угла атаки цилиндрических тел. На рис. 3.8.3 показана зависимость коэффициента момента тангажа $m_z(\alpha)$, полученная экспериментально при прямом увеличении и обратном уменьшении угла атаки тела цилиндрической формы с сегментальным затуплением, обтекаемого сверхзвуковым потоком воздуха ($M_\infty = 1{,}1$) [21, 1979, вып. 1976]. Здесь же для каждого диапазона изменения угла атаки изображены соответствующие структуры обтекания. Для нулевых и малых значений α имеет место структура *IV* с головным скачком уплотнения *1* передней (кольцевой) локальной зоной отрыва *2* и скачком *3* вторичного сжатия потока. Увеличение угла атаки до 12° незначительно изменяет моментную характеристику (участок *а-б-в*), структура обтекания остается прежней. При достижении некоторого критического значения угла атаки $\alpha_{кр1}$, равного для рассматриваемого случая обтекания 12°, происходит резкое изменение коэффициента момента m_z (участок *в-г*), что обусловлено почти мгновенной перестройкой структуры обтекания. Объясняется это следующими причинами. Повышенное давление с наветренной стороны распространяется на

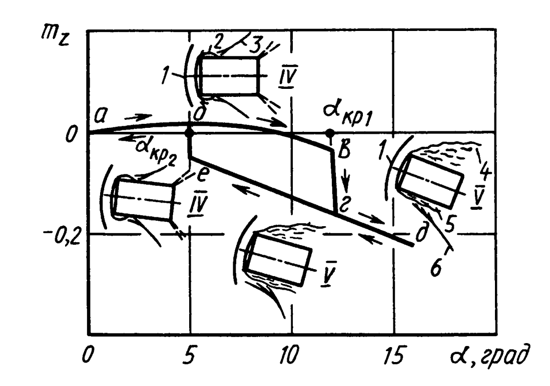


Рис. 3.8.3. Зависимость коэффициента момента m_z от угла атаки α и соответствующие структуры обтекания ($l/d = 2{,}25$, $M_\infty = 1{,}1$)

всю цилиндрическую поверхность, включая и подветренную. Для углов атаки $\alpha < \alpha_{кр1}$ распространяющиеся возмущения не способны вызвать отрыв с подветренной стороны. Если $\alpha \geqslant \alpha_{кр1}$, то происходит слияние локальной отрывной зоны *2* с отрывом на подветренной поверхности. За счет существования кольцевого отрывного течения возмущения распространяются на наветренную поверхность, что приводит к образованию развитого отрывного течения *4* и *5* вокруг всей поверхности (структура *V*). Скачок *6* вторичного сжатия становится несимметричным и с наветренной стороны прижимается к внешней границе области отрыва *5*.

Дальнейшее увеличение угла атаки $\alpha > \alpha_{кр1}$ изменяет лишь геометрические параметры зон отрыва. На участке *г-д* (рис. 3.8.3) зависимость $m_z(\alpha)$ остается практически линейной.

При уменьшении угла атаки относительно исходного состояния, соответствующего структуре течения *V*, зависимость коэффициента момента m_z в диапазоне α до $\alpha_{кр2} = 5°$ остается непрерывной (участок *д-е*). До этих же значений угла атаки сохраняется неизменным и тип структуры обтекания. Угол $\alpha_{кр2}$ является вторым критическим углом атаки, приводящим к обратной перестройке отрывного обтекания на структуру течения с локальными зонами отрыва (структура типа *IV*). Характеристика коэффициента момента m_z из точки *е* скачком переходит в точку *б*, а с дальнейшим уменьшением α до нуля изменяется в соответствии с участком *б-а*. Двузначность аэродинамического момента проявляется при углах атаки $\alpha = 5...12°$. Как показано в исследовании [21, 1979, вып. 1976], этот диапазон α зависит также от числа $\mathbf{M}_\infty$, а природа возникновения гистерезиса такая же, как в случае увеличения и уменьшения скорости невозмущенного потока.

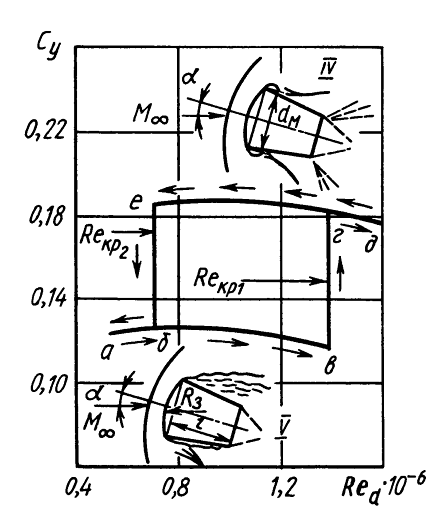


Рис. 3.8.4. Изменение коэффициента нормальной силы от числа $\mathbf{Re}_d$ сегментально-конического тела при $\mathbf{M}_\infty = 1{,}8$ и $\alpha = 9°$ ($l/d_м = 1{,}0$, $R_з/d_м = 1{,}18$). Стрелкой показано направление изменения параметра

Гистерезисные явления наблюдаются не только при изменении $\mathbf{M}_\infty$ и α, но и таких параметров, как число Рейнольдса, геометрические размеры выступающих элементов. На рис. 3.8.4 приведен пример гистерезиса в характеристике c_y по числу $\mathbf{Re}_d = V_\infty d_м / \nu_\infty$ ($d_м$ — диаметр тела) при сверхзвуковом обтекании сегментально-конического тела вращения [16, 1984, № 2]. Если тело установлено под углом атаки и числа $\mathbf{Re}_d$ малы, то поток отрывается в области сопряжения сферической и конической поверхностей, образуя развитую зону отрывного течения (структура *V*). Этот режим соответствует ламинарному отрыву. Коэффициент

нормальной силы c_y изменяется в соответствии с участком нижней ветви *а-в* графика рис. 3.8.4. С увеличением числа Рейнольдса пограничный слой турбулизуется и его энергия становится достаточной, чтобы преодолеть возмущения, обусловленные углом атаки. Структура течения при некотором критическом числе $\mathrm{Re}_{\text{кр}1}$ перестраивается к типу *IV* с образованием локальных зон отрыва. Нормальная сила при этом резко возрастает. Последующее увеличение числа Re_d не изменяет структуры течения. Обратная перестройка обтекания происходит при числах $\mathrm{Re}_{\text{кр}2} < \mathrm{Re}_{\text{кр}1}$, что также определяется различным требуемым уровнем энергии для выведения системы с развитым отрывом в состояние с локальным отрывом и наоборот.

Рассмотренные случаи возникновения гистерезисных явлений соответствовали стационарным режимам обтекания. В условиях нестационарных течений (например, при дополнительных колебаниях) следует учитывать влияние частоты, амплитуды и положения центра вращения летательного аппарата на его аэродинамические характеристики.

§ 3.9. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ОТРЫВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Рассмотрим некоторые закономерности возникновения и развития отрывных течений в условиях нестационарного обтекания тел.

На рис. 3.9.1 показана схема, отражающая динамику развития отрывного течения около круглого диска диаметром $d = 35$ мм, импульсивно приведенного в движение из состояния покоя. Данные для построения схемы получены путем визуализации течения в гидроканале [48, 1977, № 17]. Скорость, до которой разгонялся диск, $V_\infty = 2{,}3$ мм/с, число $\mathrm{Re} = V_\infty d/\nu_\infty = 88$. На рисунке видно, как постепенно зарождается и развивается отрывное течение за диском. Линии тока изображены пунктиром, а области вихревого течения заштрихованы. При малых значениях безразмерного времени $V_\infty t/d \ll 1$ обтекание безотрывное, зарождается и постепенно утолщается пограничный слой, который на задней поверхности диска затем отрывается. Образовавшаяся зона отрыва с течением времени удлиняется до величины, соответствующей стационарному режиму обтекания ($V_\infty t/d \gg 4$). Области вихреобразования также постепенно растут, пока не заполнят весь след за диском.

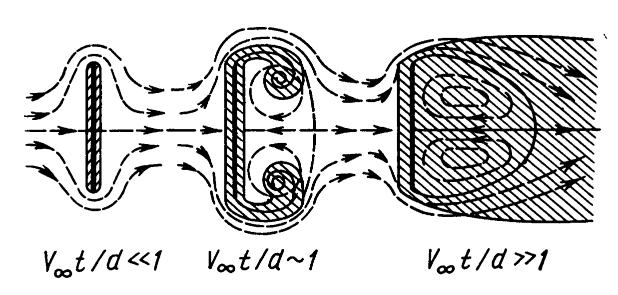


Рис. 3.9.1. Схема обтекания круглого диска, внезапно приведенного в поступательное движение

Если вместо диска разгонять из состояния покоя цилиндрическое тело с эллиптическим сечением

(соотношение осей эллипса 2:1) под углом атаки $\alpha = 20°$, то картина развития отрывного течения будет значительно сложнее (рис. 3.9.2). Непосредственный замер подъемной силы Y_a показал ее периодическое изменение, отражающее колебательный и постепенно затухающий процесс изменения параметров отрывного течения. Наибольшее ее значение соответствует образованию безвихревого потока около обтекаемой поверхности с ярко выраженными передней A и задней B критическими точками. Затем в окрестности точки B зарождается и развивается вихрь *1*, смещающийся вниз по потоку. При этом зависимость подъемной силы от времени достигает минимума. Последующий рост подъемной силы до второго максимума связан с формированием большого вихря *2* на верхней стороне эллиптического цилиндра в замкнутой зоне отрыва (точки отрыва C и D). В дальнейшем этот вихрь разрушается и уносится вниз по потоку, в нижней части тела образуется небольшой вихрь *3*, а подъемная сила становится минимальной и даже отрицательной. В этот момент времени бóльшая часть подветренной поверхности находится в зоне отрыва и омывается малоскоростными местными потоками с повышенным по сравнению с развитыми вихрями давлением.

На рис. 3.9.3 изображены положения разделяющей линии тока sp в условиях стационарного отрывного течения (*а*), после резких ускорений движения тела (*б*), а также его торможения (*в*). Инерция процесса перестройки отрывного течения проявляется заметно лишь в пограничном слое толщиной порядка $\sqrt{\nu t}$ (где ν — кинематическая вязкость). Точка отрыва практически остается на

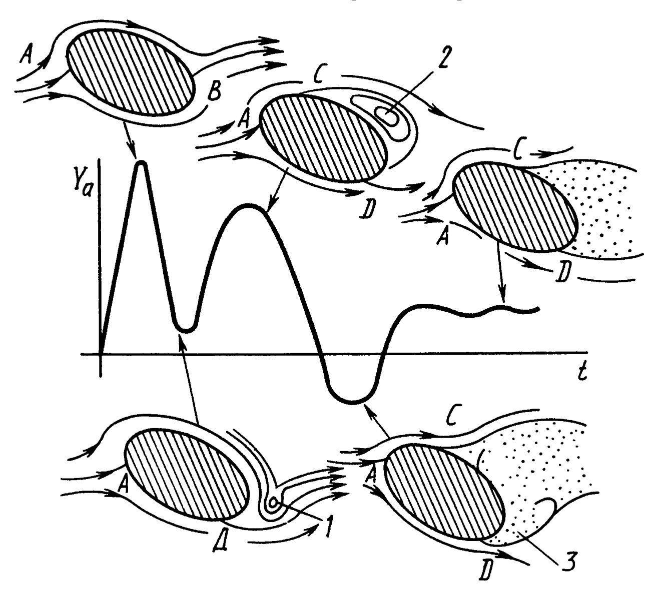


Рис. 3.9.2. Изменение подъемной силы и картины обтекания эллиптического цилиндра, внезапно приведенного в движение ($V_\infty = 40$ мм/с, $\mathbf{Re} = 3500$)

месте, а профиль скорости во внешней части отрывного течения получается сдвигом всех его точек на величину изменения скорости против направления ускорения движения тела.

Перестройка отрывных течений при резком увеличении (от 0 до 60°) и уменьшении (от 60 до 0°) угла атаки эллиптического цилиндра схематически изображена на рис. 3.9.4 и 3.9.5. Точки отрыва A_1 и B_1 не сразу переходят в положения A_3 и B_3, соответствующие установившемуся режиму обтекания. В случае возрастания угла атаки верхняя точка отрыва A_2 переходит в положение A_3 быстрее, чем нижняя. Ввиду инерции процесса перестройки отрывного течения за телом она сначала занимает положение B_2, которое расположено выше по обтекающему потоку, чем точка B_3. Это сопровождается образованием и сходом с нижней части обтекаемой поверхности вихря *1*. Если угол атаки резко уменьшается, то в промежуточном положении процесса перестройки течения на верхней части кормовой части цилиндра также образуется и сносится вниз по потоку вихрь *1*, но направление его вращения противоположно соответствующему вихрю в случае увеличения угла атаки. Кроме того, у лобовой части обтекаемой поверхности образуются и отходят от нее вихри *2* (менее интенсивный) и *3* (более интенсивный).

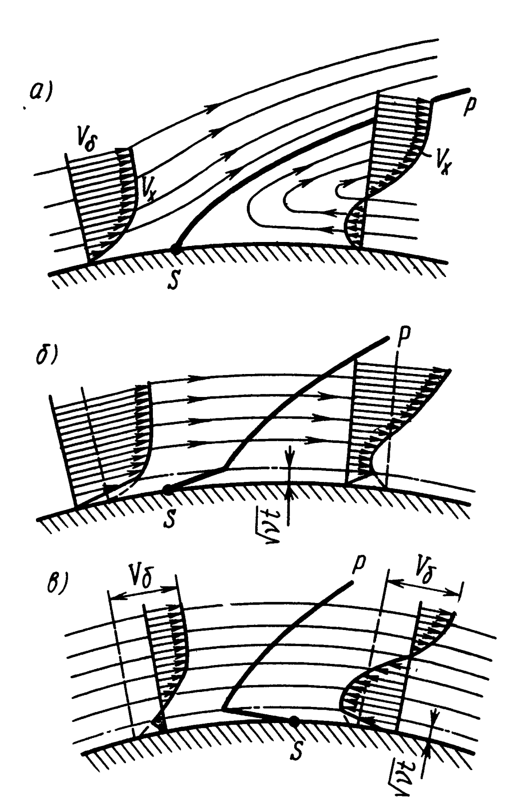


Рис. 3.9.3. Изменение положения разделяющей линии тока при резком изменении скорости обтекания

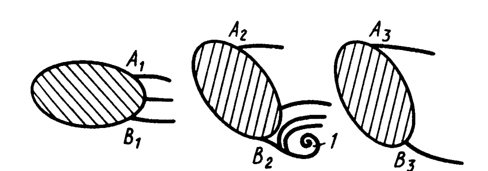


Рис. 3.9.4. Схема изменения отрывного течения при внезапном увеличении угла атаки ($V_\infty = 5$ мм/с, **Re** = 135)

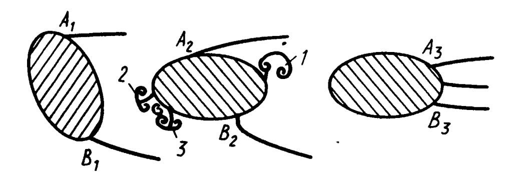


Рис. 3.9.5. Трансформация обтекания эллиптического цилиндра при резком уменьшении угла атаки ($V_\infty = 5$ мм/с, **Re** = 135)

Сложная перестройка отрывного течения наблюдается при резком сообщении круговому цилиндру поступательного и вращатель-

ного движений. На рис. 3.9.6 показаны два состояния отрывного течения: в начальный момент его развития (*а*) и стационарное состояние (*б*). Вращение цилиндра способствует первоочередному оформлению нижнего вихря *2* по сравнению с вихрем *1*.

Наряду с физическим экспериментом для изучения закономерностей нестационарных отрывных течений применяется *численный эксперимент*, заключающийся в решении конкретно поставленных задач неустановившегося обтекания тел потоками вязких жидкостей. Одной из таких задач является обтекание цилиндра плоским неустановившимся потоком вязкой несжимаемой жидкости (рис. 3.9.7) [16, 1983, № 4]. Все течение разбивается на потенциальный поток (область A) и пограничный слой, образовавшийся как на лобовой поверхности цилиндра начиная от передней критической точки K_1, так и в области возвратного течения, идущего от задней критической точки K_2 (соответственно области B_1 и B_2). Пограничный слой отрывается от обтекаемой поверхности в точках S_1 и S_2, а также S_3 и S_4. В промежутках между точками S_1, S_3 и S_2, S_4 он считается полностью вытесненным в область A и моделируется цепочками свободных дискретных вихрей, исходящих из этих точек. Для описания потенциального течения в области A применяется нестационарный метод дискретных вихрей, а для пограничного слоя решается разностным методом система уравнений неразрывности и движения неустановившегося турбулентного потока несжимаемой вязкой жидкости (модель турбулентности Ван-Дриста и Клебанова). Начальным условием считается мгновенное движение цилиндра с постоянной скоростью V_∞ в покоящейся жидкости. В процессе вычислений с течением времени ввиду принципиальной (физической) неустойчивости турбулентного отрывного течения под воздействием возмущающего фактора в виде погрешности самого расчета обнаруживается нарушение симметричности обтекания. Верхние и нижние вихревые сгустки поочередно отделяются от поверхности цилиндра и уносятся вниз по потоку, образуя нижний след в виде течения с шахматным расположением оторвавшихся вихрей (дорожка Кармана). Эти вихри индуцируют дополнительное

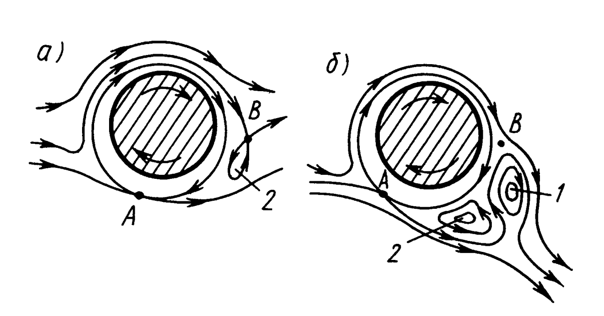


Рис. 3.9.6. Схема обтекания кругового цилиндра, импульсивно приведенного в поступательное и вращательное движение

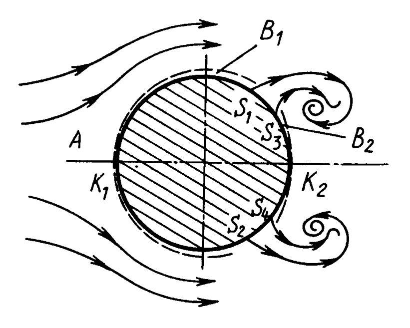


Рис. 3.9.7. Схема обтекания цилиндра плоским неустановившимся потоком

поле скоростей в потенциальном потоке, что приводит, в частности, к нестационарному изменению скорости на поверхности цилиндра. Следствием этого является перемещение точек отрыва S_1 и S_2, колеблющихся относительно некоторого среднего положения. Частота этих колебаний совпадет с частотой отделения вихревых сгустков.

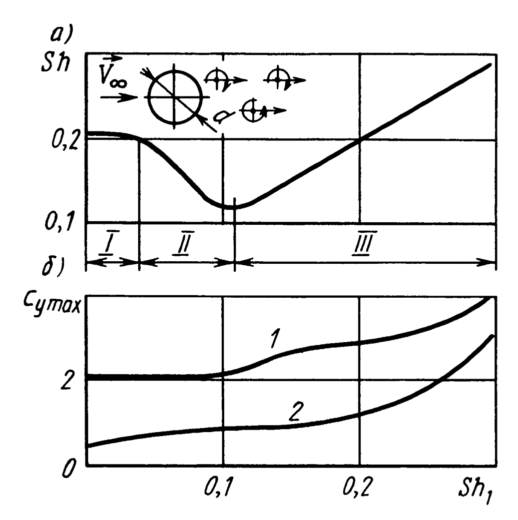


Рис. 3.9.8. Частота срыва вихрей **Sh** (*а*) и амплитуда изменения коэффициента нормальной силы $c_{y_{\max}}$ (*б*) (**Sh**$_1$ — безразмерная частота колебаний цилиндра)

Рассмотренным методом была решена задача обтекания внезапно приведенного в движение колеблющегося в поперечном направлении цилиндра потоком несжимаемой вязкой жидкости. Результаты численного эксперимента позволили определить некоторые особенности отрывного обтекания [14]. Анализ имеющихся данных выявил три режима отрывного обтекания (рис. 3.9.8, *а*), которые характеризуются зависимостью частоты срыва вихрей f, определяемой числом Струхаля $\mathbf{Sh}=fd/V_\infty$ (d — диаметр цилиндра), от частоты колебаний цилиндра f_1 (соответствующее число $\mathbf{Sh}_1=f_1d/V_\infty$). В режиме *I*, называемом нейтральным ($0\leqslant\mathbf{Sh}_1\leqslant\leqslant 0{,}04$), частота срыва свободных вихрей постоянна, а в режиме захвата *III* ($\mathbf{Sh}_1>0{,}1$) она совпадает с частотой колебаний цилиндра. Режим *II* ($0{,}04<\mathbf{Sh}_1\leqslant 0{,}1$) — переходный.

Амплитуда коэффициента нормальной силы (рис. 3.9.8, *б*), действующей на колеблющийся цилиндр, увеличивается с ростом частоты колебаний цилиндра как при ламинарном *1*, так и при турбулентном *2* режимах течения в пограничном слое. Однако в последнем случае она существенно ниже во всем исследуемом диапазоне чисел **Sh**$_1$. Объясняется это тем, что при турбулентном обтекании точки отрыва расположены за миделевым сечением цилиндра и зона отрыва меньше, чем при ламинарном режиме течения.

При нестационарном обтекании тел наблюдаются неоднозначности зависимостей аэродинамических характеристик от определяющих их параметров (α, β, $\mathbf{M}_\infty$, $\mathbf{Re}$). В некоторых случаях такие зависимости удается описать с помощью введения в соответствующие формулы элементов (слагаемых), определяемых влиянием запаздывания обтекания, а также слагаемых, зависящих от угловых скоростей движения тел вокруг центра вращения. Поясним это на примере обтекания дозвуковым потоком треугольного заостренного крыла, совершающего гармонические колебания в плоскости угла атаки

$$\alpha=\alpha_{cp}+A\sin bt, \tag{3.9.1}$$

где $\alpha_{ср}$ — среднее значение угла атаки, A — амплитуда, b — частота вынужденных колебаний.

Ввиду протяженности крыла его участки, примыкающие к задней кромке, в любой рассматриваемый момент времени обтекаются потоком, который некоторое время тому назад обтекал носовые участки крыла под углом атаки, отличным от имеющегося в данный момент,

$$\alpha = \alpha_{ср} + A\sin(bt - t_0), \quad (3.9.2)$$

где t_0 — некоторое время, характеризующее продвижение потока вдоль хорды крыла.

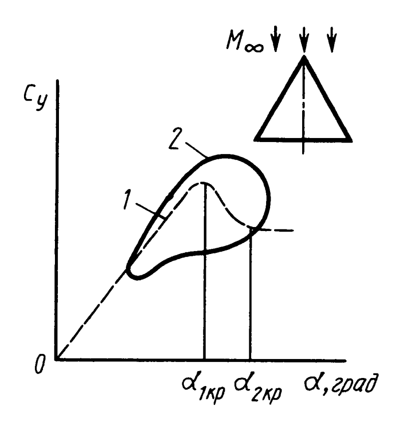
Поэтому при прямом (α увеличивается, $\dot{\alpha}>0$) и обратном (α уменьшается, $\dot{\alpha}<0$) изменении угла атаки значения c_y будут различными. Соответствующая зависимость коэффициента нормальной силы от времени будет иметь вид

$$c_y[...\alpha(t),\ \dot{\alpha}(t),\ ...] = c_y(...\alpha_{ср},\ A,\ b,\ t_0,\ t,\ ...). \quad (3.9.3)$$

Если построить функцию $c_y(\alpha)$, исключив с помощью (3.9.2) время $t = \left[\ t_0 + \arcsin\left(\frac{\alpha - \alpha_{ср}}{A}\right)\right] / b$, то ввиду периодичности колебаний характеристика нормальной силы будет неоднозначной.

Причиной неоднозначности зависимости $c_y(\alpha)$ может быть и то обстоятельство, что колебательное движение тела изменяет поле скоростей потока у его поверхности за счет наличия линейных скоростей точек этой поверхности $V_i = \dot{\alpha} r_i$ (r_i — расстояние рассматриваемой точки от центра вращения тела, $\dot{\alpha} = \omega_z$, где ω_z — угловая скорость колебательного движения крыла). Исследования характеристик рассматриваемых треугольных крыльев [22, 1981, № 5] показывают, что при испытаниях в аэродинамических трубах зависимость $c_y(\alpha)$ однозначна, но если углы атаки превышают значение ($\alpha_{1кр} > 17...20°$), то она становится нелинейной (кривая *1* на рис. 3.9.9). Это обусловлено началом разрушения вихревой системы на подветренной поверхности крыла. Фронт разрушений вихрей с ростом α перемещается от задней кромки крыла к его носовой части и сопровождается увеличением зоны отрыва потока. При $\alpha = \alpha_{2кр}$ наступает полный срыв потока с подветренной поверхности крыла, обтекание которой при $\alpha > \alpha_{2кр}$ характеризуется постоянной нагрузкой. Таким образом, в диапазоне изменения α от 0 до $\alpha_{max} > \alpha_{2кр}$ структура потока, обтекающего подветренную поверхность крыла, изменяется дважды (в точках $\alpha_{1кр}$ и $\alpha_{2кр}$); соответственно от безотрывного к отрывному и от отрывного к полностью срывному.

Отмечено, что если в процессе динамических испытаний моделей крыла диапазон изменения α не включает в себя значения $\alpha_{1кр}$ и $\alpha_{2кр}$, то неоднозначные зависимости $c_y(\alpha)$ имеют вид эллипсов и описываются формулами на основе их разложения в гармонический ряд. Если же α изменяется так, что его значения пересекают $\alpha_{1кр}$



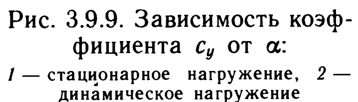


Рис. 3.9.9. Зависимость коэффициента c_y от α:
1 — стационарное нагружение, 2 — динамическое нагружение

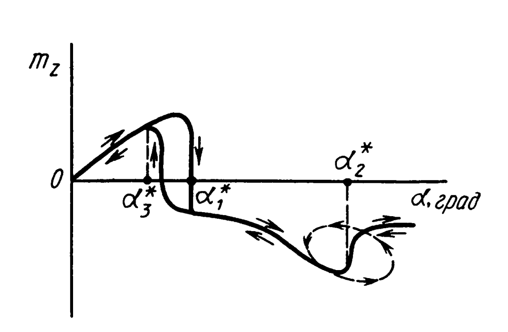


Рис. 3.9.10. Коэффициент продольного момента $m_z(\alpha)$

или $\alpha_{2кр}$, то соответствующие эллипсы деформируются, их оси изменяют угол наклона к оси α и они ввиду проявления нелинейных эффектов не описываются формулами гармонического разложения (кривая *2* на рис. 3.9.9). Такие неоднозначности аэродинамических характеристик считают следствием проявления аэродинамического гистерезиса, необходимым условием которого, таким образом, является изменение структуры потока, обтекающего крыло.

Это особенно наглядно подтверждается результатами испытаний прямоугольного в плане крыла [22, 1985, № 2]. При медленном (статическом) увеличении угла атаки зависимость $m_z(\alpha)$ характеризуется двумя критическими значениями α_1^* и α_2^* (рис. 3.9.10), соответствующими перестройке структуры обтекания верхней (подветренной) поверхности крыла от безотрывного к сложному отрывному течению с обширной циркуляционной зоной в середине (α_1^*) и далее к глубокому срывному обтеканию с образованием застойной зоны в носовой части и возвратного течения на остальной поверхности (α_2^*).

Уменьшение α выявило петлю гистерезиса в пределах от α_1^* до α_3^*.

Динамические испытания в диапазонах изменения углов атаки $\alpha<\alpha_3^*$; $\alpha_1^*<\alpha<\alpha_2^*$ и $\alpha>\alpha_2^*$ с однозначной структурой обтекания показали хорошее согласование результатов с данными статических исследований (небольшое отличие при прямом и обратном ходе изменения α объяснялось нестационарными составляющими $\Delta m_z=[m_z^{\omega z}+m_z^{\dot\alpha}]\dot\alpha$).

В случае колебаний крыла, сопровождающихся переходом через значения α_1^* и α_2^*, структура обтекания была неустойчивой и в окрестностях этих углов в зависимости $m_z(\alpha)$ появлялись петли гистерезиса (пунктирная линия на рис. 3.9.10).

§ 3.10. ПУЛЬСАЦИЯ ДАВЛЕНИЯ В ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

В пограничных слоях наблюдаются случайные пульсации параметров потока. Интенсивность их зависит от типа пограничного слоя (в турбулентном выше, чем в ламинарном) и его состояния, определяемого продольным (положительным, нулевым или отрицательным) градиентом давления. Уровень пульсаций увеличивается в областях перехода пограничных слоев. Экспериментальные исследования показывают, что в отрывных течениях вблизи обтекаемой поверхности пульсации параметров потока относительно осредненных характеристик, в частности давления, могут быть весьма значительными. Знание величины пульсаций пристеночного давления в зонах отрыва необходимо для расчета прочности и решения задач аэроакустики летательных аппаратов, а также управления акустическим воздействием путем разрушения крупномасштабных вихрей для снижения уровня шума и уменьшения степени турбулентности потока в аэродинамических трубах.

Пульсационные явления при отрыве и присоединении потока в настоящее время изучены недостаточно, поэтому с целью выявления физических закономерностей и особенностей процессов большое внимание уделяется экспериментальным исследованиям [15].

При рассмотрении пульсационных явлений одной из характеристик потока является *пульсационная составляющая давления* $p_п$. Мгновенное значение давления можно представить в виде суммы $p_\infty + p_п$, где в общем случае зависимость $p_\infty = f_1(x, y, z)$ описывает поле осредненного по времени давления, а $p_п = f_2(x, y, z, t)$ — пульсации давления относительно его среднего значения.

Как правило, осредняется по времени квадрат значения мгновенного давления, что приводит к появлению дополнительного члена, обусловленного пульсацией, т. е.

$$\overline{(p_\infty + p_п)^2} = p_\infty^2 + 2p_\infty \bar{p}_п + \overline{p_п^2} \approx p_\infty^2 + \overline{p_п^2} \qquad (3.10.1)$$

(здесь осреднение по времени обозначается чертой сверху). Поэтому, согласно (3.10.1), мерой интенсивности пульсаций служит среднеквадратичное значение $p' = \sqrt{\overline{p_п^2}}$.

Данные о распределении среднеквадратичного пульсационного давления для характерных областей отрывных течений при сверхзвуковом обтекании типичных выступающих элементов — уступов, обращенных против и по потоку, — иллюстрируются на рис. 3.10.1 и 3.10.2 [35, 1966, № 66—456]. Здесь же для сравнения приведено распределение статических давлений.

Безразмерная величина пульсаций давления p'/q_∞ для чисел $\mathbf{M}_\infty = 1{,}4$ и 3,5 при отрыве потока за обратным уступом имеет один и тот же характер изменения по длине области возмущенного течения (рис. 3.10.1). За донным срезом происходит возрастание пульсаций, и вблизи области присоединения они достигают максимальной величины. Восстановление пульсаций давления до значе-

ний, соответствующих невозмущенному пограничному слою, происходит на достаточно большом расстоянии вниз по течению ($x/h \gg 10$). Максимальная величина p'/q_∞ при $\mathbf{M}_\infty = 1{,}4$ существенно выше, чем для течения с $\mathbf{M}_\infty = 3{,}5$. Однако при сопоставлении результатов необходимо учитывать возможное влияние толщины пограничного слоя в долях высоты уступа.

Распределение пульсационного и статического давлений в области отрывного течения перед уступом представлено на рис. 3.10.2 [35, 1966, № 66—456]. Максимумы на кривой пульсаций давления имеются в областях течения *I*, *II*, *III*. Первый максимум совпадает

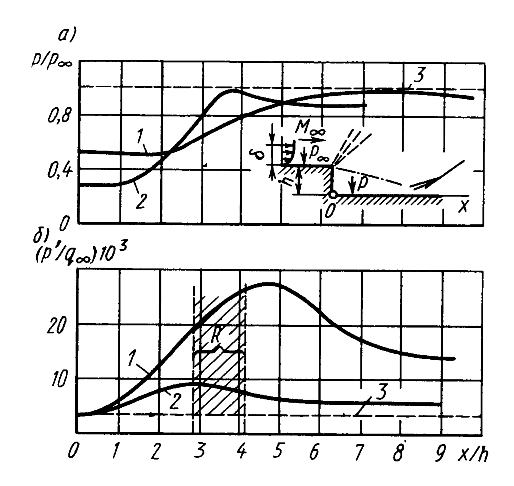


Рис. 3.10.1. Распределение статического (*а*) и пульсационного (*б*) давлений за уступом:

1 — $\mathbf{M}_\infty = 1{,}4$, $h/\delta^{**} = 24{,}1$, *2* — $\mathbf{M}_\infty = 3{,}5$, $h/\delta^{**} = 14{,}9$; *3* — характеристики невозмущенного потока, *R* — область присоединения

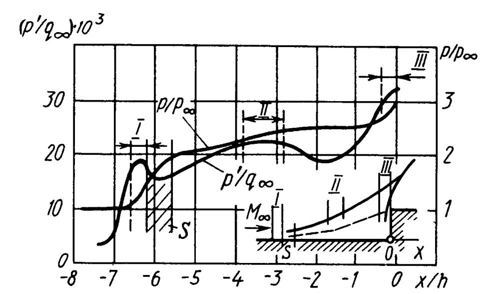


Рис. 3.10.2. Пульсационное и статическое давления перед уступом ($\mathbf{M}_\infty = 3{,}5$, $h/\delta^{**} = 14{,}8$; *S* — область отрыва)

с началом возрастания давления в предотрывном пограничном слое, где величина градиента $\partial p/\partial x$ также достигает наибольшей величины. Второй расположен в некоторой промежуточной точке области смешения и, по-видимому, определяется переходными явлениями в зоне смешения, когда происходит турбулизация потока. В области *III*, над которой оторвавшийся поток присоединяется к торцевой поверхности уступа, пульсации давления становятся самыми большими. На этом месте происходит растекание потока, связанное с образованием второго вихря в угловой зоне перед уступом. Величина p'/q_∞ минимальна в точке отрыва, однако она все же больше, чем в невозмущенном потоке.

Известна попытка обобщения экспериментальных данных по распределению пульсаций давления в зонах отрывного течения перед уступом (рис. 3.10.3) [35, 1966, № 66—456; 40, 1964, № 3]. Для сопоставления различных результатов исследований применялась зависимость параметра $(p'/p'_\infty)/\sqrt{(\mathbf{M}_\infty^2 - 1)(h/\delta^{**} + 1)}$ от величины

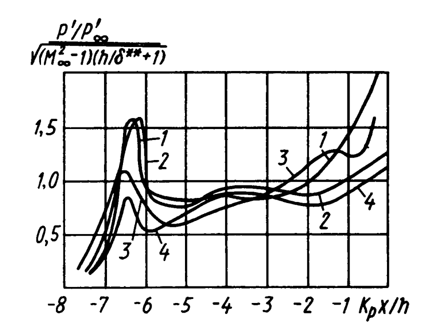


Рис. 3.10.3. Пульсации давления перед уступом:

1 — $M_\infty = 1{,}6$, $h/\delta^{**} = 29$, $K_p = 1{,}53$; *2* — $M_\infty = 3{,}5$, $h/\delta^{**} = 7{,}5$, $K_p = 1$; *3* — $M_\infty = 3{,}01$, $h/\delta^{**} = 22$, $K_p = 1{,}53$, *4* — $M_\infty = 3{,}5$, $h/\delta^{**} = 14{,}8$, $K_p = 1$

$K_p x/h$, в которой коэффициент корреляции K_p приводил к единым координатам положение точек отрыва и присоединения.

Распределения пульсаций подчинены таким же закономерностям и для случая отрывного течения, вызванного падающим скачком уплотнения (рис. 3.10.4), а также при осесимметричном обтекании внутреннего угла сжатия на теле вращения (рис. 3.10.5) [35, 1968, № 68—77].

В безотрывной области течения распределение пульсационного давления подчиняется такому же закону, как в случае обтекания уступа, обращенного против потока. Положение первого максимума пульсаций давления соответствует наибольшему градиенту осредненного статического давления. Минимум пульсаций приходится на область отрыва. Наибольшей величины они достигают в области присоединения потока.

При нахождении среднеквадратичных величин включаются в

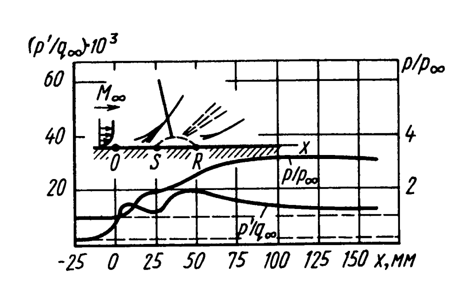


Рис. 3.10.4. Распределение пульсационного и статического давлений при отрыве от падающего скачка уплотнения ($M_\infty = 3{,}5$)

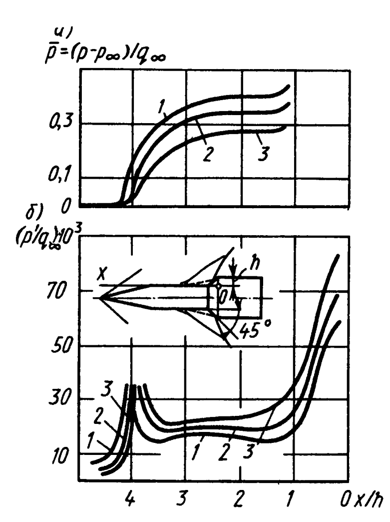


Рис. 3.10.5. Распределение статического (*а*) и пульсационного (*б*) давлений при осесимметричном отрыве:

1 — $M_\infty = 1{,}6$; *2* — $M_\infty = 2{,}0$; *3* — $M_\infty = 2{,}5$

одно среднее значение составляющие пульсаций от всего диапазона частот. Используя фильтрацию сигнала, можно выделить вклад от узкой полосы частот. Если построить функцию величины этого сигнала от частоты, то получим зависимость спектральной плотности или энергетической спектральной плотности сигнала. Типичные зависимости спектральной плотности пульсаций давлений $F(\omega)V_\infty/(q_\infty\delta^{**})$ в виде функции безразмерной частоты $\omega\delta^{**}/V_\infty$ (где ω — частота пульсаций) для различных случаев обтекания уступов приведены на рис. 3.10.6.

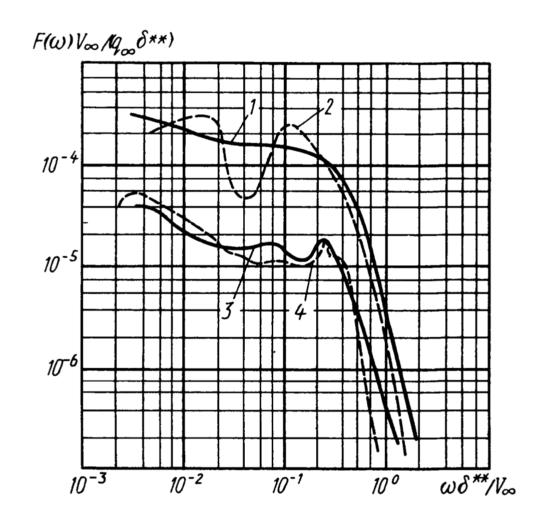


Рис. 3.10.6. Характерные спектры мощности пульсаций давления в зонах отрыва ($M_\infty = 3{,}5$):

область присоединения: *1* — за уступом, *2* — перед уступом; область отрывного течения: *3* — за уступом, *4* — перед уступом

Максимальные спектральные уровни имеют место в окрестности точек присоединения (кривые *1, 2*). Несколько меньшие величины соответствуют области развивающегося отрывного течения (кривые *3, 4*). Наибольшая колебательная энергия приходится на низкие частоты.

Пульсации давления проявляются в неустойчивых структурах отрывных течений при трансзвуковых скоростях. Это наглядно иллюстрируется результатами обтекания моделей типа конус — цилиндр, для которых при изменении числа **M** в интервале 0,5...1,2 происходит перестройка структур течения [35, 1984, № 84—3]. Малым дозвуковым скоростям ($\mathbf{M}_{\infty 1}$) соответствует отрыв потока за точкой излома образующей с образованием развитой зоны отрывного течения (рис. 3.10.7, *а*). С увеличением скорости обтекания до $\mathbf{M}_{\infty 2}$ происходит прижатие оторвавшегося потока *1* к поверхности, при этом из-за локального разгона внешнего течения до сверхзвуковых скоростей возможно образование скачков уплотнения *2*. Это течение неустойчиво и от случайных возмущений может перестраиваться опять к полностью отрывному (рис. 3.10.7, *б*).

Дальнейшее возрастание скорости ($\mathbf{M}_{\infty 3}$) стабилизирует структуру течения, но при этом пульсации давления на поверхности обтекаемого тела вызываются перемещением скачков уплотнения (рис. 3.10.7, *в*). Наконец, если скорость достигает некоторого значения, соответствующего числу $\mathbf{M}_{\infty 4}$, образуется безотрывная структура течения с присоединенным к цилиндрической поверхности пограничным слоем (рис. 3.10.7, *г*). Моменты перестройки структур обтекания зависят от таких параметров, как угол конуса носовой части $\beta_к$ и угол атаки α.

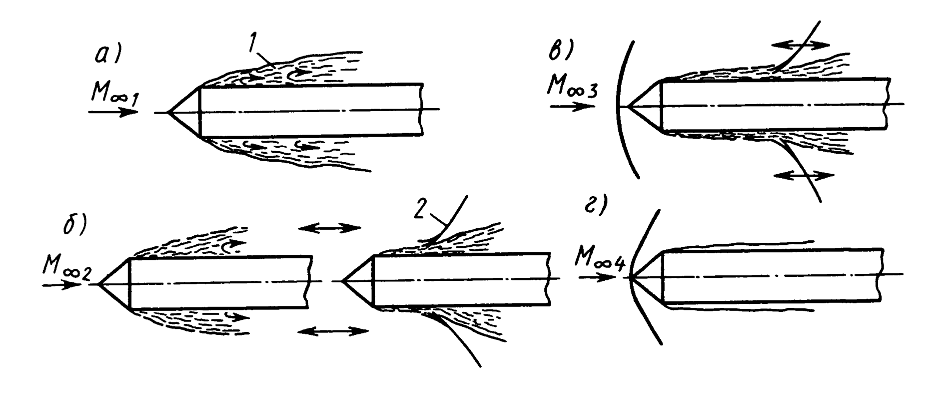


Рис. 3.10.7. Структуры обтекания при различных числах $\mathbf{M}_\infty(\mathbf{M}_{\infty 1} < \mathbf{M}_{\infty 2} < < \mathbf{M}_{\infty 3} < \mathbf{M}_{\infty 4})$

Таким образом, пульсации давления в отрывных течениях при трансзвуковых скоростях возможны как за счет периодической смены их структур (безотрывное на отрывное и наоборот; рис. 3.10.7, *б*), так и от колебаний положения местных скачков уплотнения у обтекаемой поверхности (модель течения на рис. 3.10.7, *в*).

На рис. 3.10.8 [35, 1984, № 84—3] показаны зависимости среднеквадратичного значения коэффициентов давления $\bar{p}$ вблизи точки излома образующей от чисел $\mathbf{M}_\infty$ и значений угла $\beta_к$. Здесь же указаны области существования неустойчивых структур обтекания. В отрывном течении, соответствующем малым числам $\mathbf{M}_\infty$, давление выше, чем в случае присоединенного течения; при перестройке происходит резкое изменение давления. Моменты перестройки зависят также и от угла атаки α.

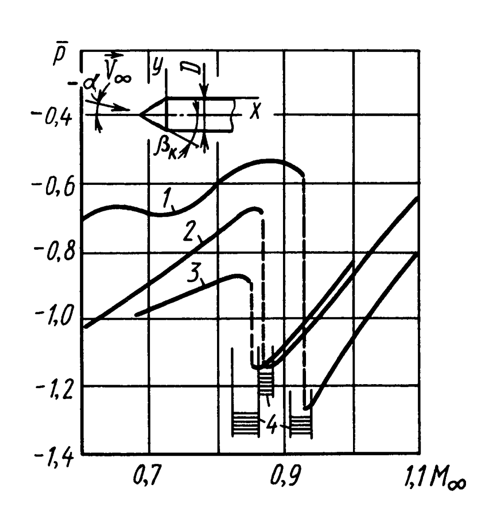


Рис. 3.10.8. Давление за угловой точкой на цилиндрической поверхности модели ($x/D = 0{,}05$):
1 — $\beta_к = 30°$, $\alpha = 0°$; *2* — $\beta_к = 20°$, $\alpha = 0°$, *3* — $\beta_к = 20°$, $\alpha = 4°$, *4* — диапазон чисел $\mathbf{M}_\infty$ с неустойчивой структурой течения

Пульсации давления на цилиндрической поверхности модели для режимов неустойчивой структуры представлены на рис. 3.10.9 (начало безразмерной координаты x/D находится в точке перехода конической поверхности в цилиндрическую). Для сравнения на этом же рисунке показана зависимость коэффициента давления $\overline{\Delta p}$, являющегося разностью между коэффициентами давления в отрывном и присоединенном пограничном слое при таких же режимах обтекания. Величина пульсаций давления близка к среднеквадратичному значению коэффициен-

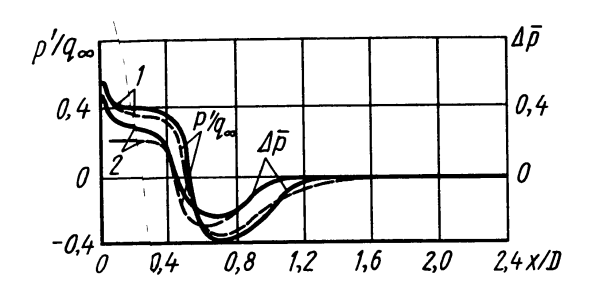


Рис. 3.10.9. Пульсации давления при неустойчивой структуре обтекания:
1 — $M_\infty = 0{,}89$, $\alpha = 0°$, $\beta_к = 25°$; 2 — $M_\infty = 0{,}87$, $\alpha = 0°$, $\beta_к = 20°$

та $\overline{\Delta p}$. При обтекании цилиндрического тела с конической носовой частью отмечались гистерезисные явления.

Пульсации давления присущи всем видам отрывных течений, но наиболее характерны они для пространственного отрыва. Так же как для плоского течения, пульсации давления достигают максимальной величины в областях перед точками отрыва и присоединения потока.

Типичные осциллограммы мгновенных значений давления для характерных областей пространственных отрывных течений перед притупленной пластиной (имитирующей аэродинамический орган управления полетом), расположенной на плоской поверхности, показаны на рис. 3.10.10 [35, 1981, № 81—0336]. Пластина обтекалась сверхзвуковым потоком с $M_\infty = 2{,}95$.

В точке с координатой $x/D = -2{,}75$ (здесь D — диаметр затупления торца пластины), соответствующей невозмущенному потоку перед областью положительного градиента давления, в отдельные моменты времени происходят выбросы давления, а максимальные пульсации давления p'/p_∞ реализуются в области наиболь-

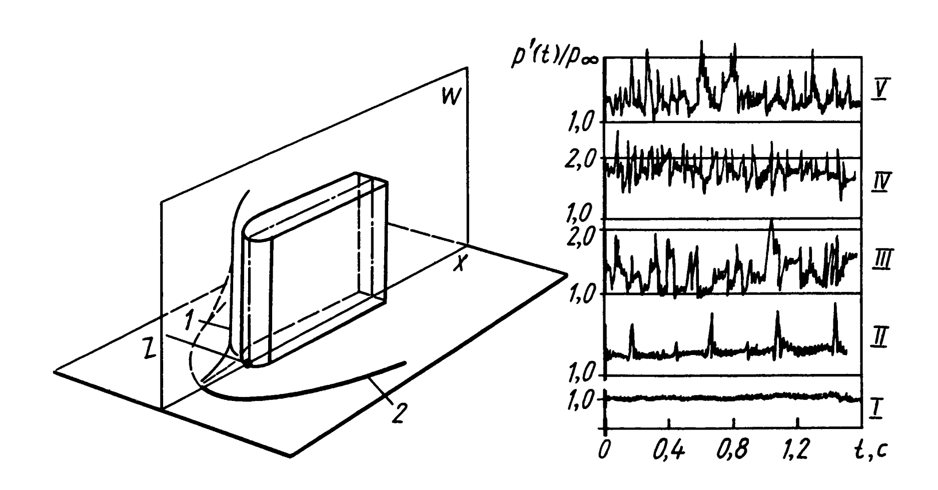
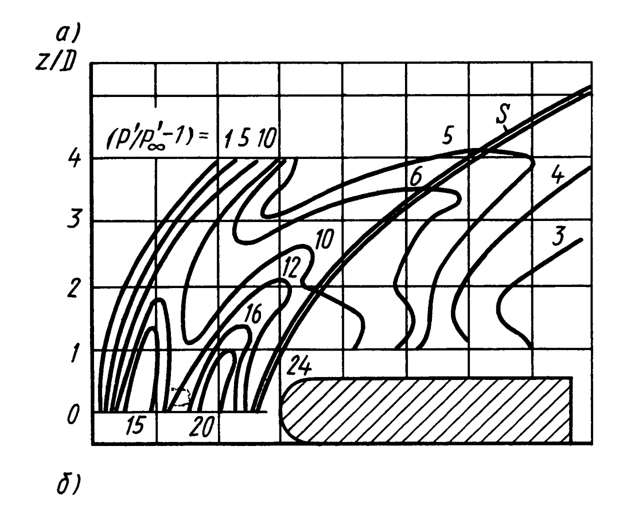


Рис. 3.10.10. Пульсации давления перед препятствием:
1 — проекции скачков уплотнения на плоскость W; 2 — линия отрыва; I — невозмущенный пограничный слой; II — $x/D = -2{,}75$; III — $x/D = -2{,}5$, IV — $x/D = -2{,}0$; V — $x/D = -1{,}0$



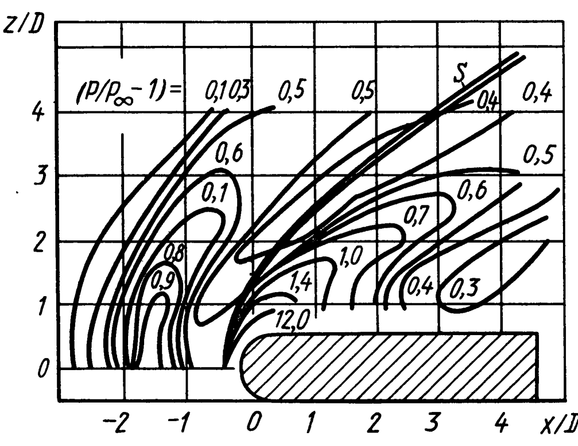


Рис. 3.10.11. Распределение пульсаций и статического давления на пластине около препятствия при $\mathbf{M}_\infty = 2{,}95$ (S — линия отрыва)

шего градиента давления и перед пластиной. Изобары распределения пульсационного (*а*) и статического (*б*) давлений на плоскости xz перед притупленной пластиной представлены на рис. 3.10.11.

Для распределения статического давления p/p_∞ в области отрывного течения характерно существование локальных максимумов и минимумов. Величина пиков давления уменьшается по мере удаления от плоскости симметрии, и происходит их сглаживание. При этом величина первого максимума уменьшается значительно медленнее, чем второго. Аналогичным образом в координатной плоскости xz изменяются и пульсации давления p'/p'_∞. С ростом расстояния $z = z/D$ интенсивность пульсаций давления уменьшается, однако степень падения давления p'/p'_∞ в поперечном направлении для безотрывного и отрывного состояний разная. Следует отметить, что на величину пульсаций давления при пространственном отрыве влияют диаметр затупления передней торцевой поверхности преграды и толщина пограничного слоя. Увеличение диаметра затупления передней кромки преграды приводит к возрастанию и давления, и пульсаций в зоне отрыва. С увеличением же толщины пограничного слоя пульсации сглаживаются и уровень их уменьшается.

ГЛАВА 4 РАСЧЕТЫ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Для расчета отрывных течений необходимо знание основных уравнений аэродинамики. В главе приводятся такие уравнения в наиболее общей интегральной форме, а также их частные случаи, необходимые для понимания дальнейшего изложения материала. Рассматривается определение параметров течений в областях отрыва, смешения и присоединения, даны основные зависимости и оотношения, применяемые в инженерных методах расчета.

§ 4.1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ АЭРОДИНАМИКИ ДЛЯ РАСЧЕТА ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Для описания отрывных течений служит система уравнений, включающая *уравнения сохранения массы, количества движения и энергии, уравнение состояния газа, дополнительные уравнения (кинематические, химической кинетики и пр.)*, а также начальные и граничные условия. При этом рассматривается поток жидкости у обтекаемой поверхности (или его часть), находящийся в некотором конечном объеме, называемом иногда контрольным. Объектом исследования является некоторая физическая система: жидкость и другие тела, заключенные в конечном объеме W, ограниченном поверхностью S. Относительно некоторой неподвижной системы координат часть этой поверхности $S_п$ (рис. 4.1.1) может перемещаться, а часть $S_н$ — оставаться неподвижной. Кроме того, части этих поверхностей могут быть как твердыми $S_т$, так и жидкими $S_ж$. Поверхности S_j допускают массо- и энергообмен по определенному закону, а остальные могут быть непроницаемыми и адиабатически изолирующими. Так, например, участок поверхности ОВС является твердым и подвижным и может считаться адиабатически изолирующим, ОДЕ — жидким, неподвижным и допускать массоэнергообмен с внешними телами.

Кроме физических тел в твердой фазе внутри рассматриваемого объема находится жидкость или газ. В общем

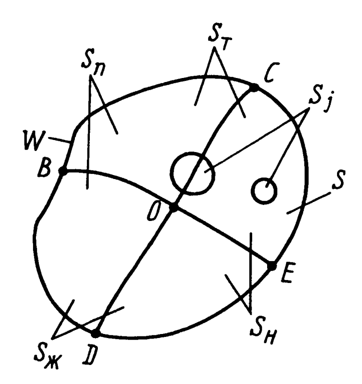


Рис. 4.1.1. Общий вид рассматриваемого объема жидкости

случае модель жидкости будем считать неоднородной смесью, включающей в себя n компонентов вязкой сжимаемой, тепло- и электропроводной жидкости (предполагается, что n значительно меньше общего числа молекул или атомов, находящихся в небольшом объеме), обладающей свойством континуума (т. е. непрерывно заполняющей все пространство), имеющей электрический заряд того или иного знака, претерпевающей физико-химические превращения с поглощением или выделением энергии. В частных случаях такая модель жидкости упрощается и может быть представлена, например, просто невязкой сжимаемой жидкостью и т. д.

Уравнение неразрывности. Выражает закон сохранения массы и для рассмотренных выше исследуемой системы и модели жидкости и применительно к ее i-му компоненту имеет вид

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}(\rho^{(i)}+\psi^{(i)})dW+\iint\limits_{(S_j^{(i)})}\rho_j^{(i)}V_{nj}^{(i)}dS_j^{(i)}=0\,, \qquad (4.1.1)$$

где $\rho^{(i)}$ — массовая плотность i-го компонента; $\psi^{(i)}$ — объемная плотность источника ($\psi^{(i)}<0$) или стока ($\psi^{(i)}>0$) i-го компонента жидкости внутри рассматриваемой системы, определяющаяся ее физико-химическими превращениями и зависящая от электромагнитных, гравитационных полей, полей концентраций, температуры, давления, интенсивности турбулентности и пр., а поэтому являющаяся функцией координат точек объема и времени, т. е. $\psi^{(i)}(x, y, z, t)$; $S_j^{(i)}$ — поверхность, через которую проходит массообмен i-го компонента; $V_{nj}^{(i)}$ — нормальная к поверхности $S_j^{(i)}$ относительная скорость i-го компонента, т. е. скорость движения частиц относительно элемента поверхности, который сам перемещается в векторном поле скорости $\vec{V}$ (x, y, z, t).

Уравнение (4.1.1) показывает, что *сумма скоростей изменения массы i-го компонента жидкости внутри объема и массообмена через поверхность $S_j^{(i)}$ равна нулю.*

Для смеси жидкости уравнение неразрывности может быть получено суммированием n уравнений типа (4.1.1) для всех ее компонентов. Учитывая, что $\sum\limits_{i=1}^{n}\rho^{(i)}=\rho$ (где ρ — массовая плотность смеси), а $\sum\limits_{i=1}^{n}\psi^{(i)}=0$, согласно закону сохранения массы всех компонентов, находящихся внутри объема, получим

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}\rho dW+\sum_{i=1}^{n}\iint\limits_{(S_j^{(i)})}\rho_j^{(i)}V_{nj}^{(i)}dS_j^{(i)}=0\,. \qquad (4.1.2)$$

Если $S_j^{(i)}$ одинаково для всех компонентов и равно S_j, т. е. все компоненты поступают через одну и ту же поверхность, то $\sum_{i=1}^{n} \rho_j^{(i)} V_{nj}^{(i)} = \rho_j V_{nj}$, где V_{nj} — соответствующая скорость смеси с плотностью $\rho_j = \sum_{i=1}^{n} \rho_j^{(i)}$.

Тогда из уравнения (4.1.2) следует

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)} \rho dW + \iint\limits_{(S_j)} \rho_j V_{nj} dS_j = 0\,. \qquad (4.1.3)$$

Получим из (4.1.1) *уравнение неразрывности для бесконечно малого объема dW i-го компонента жидкости.* При этом второе слагаемое (4.1.1) не рассматривается, поскольку на бесконечно малой поверхности dS невозможно выделить ее часть dS_j.

Взяв полную производную от интеграла с переменным по времени пределом интегрирования

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)} \vec{A} dW = \iiint\limits_{(W)} \frac{d\vec{A}}{dt} dW + \iint\limits_{(S)} \vec{A} V_n dS \qquad (4.1.4)$$

и применив формулу Остроградского

$$\iint\limits_{(S)} \vec{A} V_n dS = \iiint\limits_{(W)} \operatorname{div}(\vec{A}\vec{V}) dW\,, \qquad (4.1.5)$$

где $\vec{A}$ — в общем случае некоторая векторная функция, вместо (4.1.1) будем иметь

$$\iiint\limits_{(W)} \left[\frac{\partial\rho^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial\psi^{(i)}}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho^{(i)}\vec{V}^{(i)})\right] dW = 0\,, \qquad (4.1.6)$$

так, в нашем случае $\vec{A} \to \rho^{(i)} + \psi^{(i)}$, а $\operatorname{div}(\psi^{(i)}\vec{V}^{(i)}) = 0$ из-за того, что это слагаемое учитывает источники (стоки), только что попадающие в объем при перемещении его границы и не успевающие изменить массу за время dt.

Ввиду произвольности величины W и предположения непрерывности подынтегральной функции

$$\frac{\partial\rho^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial\psi^{(i)}}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho^{(i)}\vec{V}^{(i)}) = 0\,, \qquad (4.1.7)$$

или в другой форме

$$\frac{\partial\rho^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial\psi^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial k}(\rho^{(i)} V_k^{(i)}) = 0\,, \qquad (4.1.7\,а)$$

где k принимает последовательно значения x, y, z, так что

$$\frac{\partial}{\partial k}(\rho^{(i)} V_k^{(i)}) = \frac{\partial}{\partial x}(\rho^{(i)} V_x^{(i)}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho^{(i)} V_y^{(i)}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho^{(i)} V_z^{(i)}) = \operatorname{div}(\rho^{(i)}\vec{V}^{(i)})\,.$$

В случае отсутствия распределенных источников (стоков) массы из (4.1.7) получим хорошо известный вид уравнения неразрывности (опуская индекс i)

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\operatorname{div}(\rho\vec{V})=0. \qquad (4.1.8)$$

Уравнение движения. Это уравнение выражает закон сохранения количества движения: *полная скорость изменения количества движения вещества в объеме $W(t)$ рассматриваемой системы равна сумме всех сил, воздействующих на него.*

Для i-го компонента жидкости уравнение движения имеет вид

$$\frac{d}{\partial t}\iiint\limits_{(W)}(\rho^{(i)}\vec{V}^{(i)}+\psi^{(i)}\vec{V}^{(i)}_{\text{ф-х}})dW+$$

$$+\iint\limits_{(S_j^{(i)})}\rho_j^{(i)}V_{nj}^{(i)}\vec{V}_j^{(i)}dS_j^{(i)}=\iiint\limits_{(W)}(\rho^{(i)}\vec{F}+$$

$$+\vec{F}^{(i)}_{\Sigma})dW+\iint\limits_{(S)}(\overrightarrow{\tau_{kl}^{(i)}-p^{(i)}})dS, \qquad (4.1.9)$$

где $\vec{V}^{(i)}$ — абсолютная скорость движения i-го компонента; $\vec{V}^{(i)}_{\text{ф-х}}$ — скорость только что образовавшейся частицы i-го компонента (или перед ее исчезновением); $\vec{F}$ — единичный вектор внешних массовых сил, приложенных к i-му компоненту внутри объема; $\vec{F}^{(i)}_{\Sigma}$ — вектор равнодействующих всех сил, действующих на единицу объема i-го компонента со стороны других компонентов жидкости внутри объема; $\tau_{kl}^{(i)}$ — тензор вязких напряжений i-го компонента; $p^{(i)}$ — статическое давление i-го компонента.

Первое слагаемое левой части в уравнении (4.1.9) есть полная скорость изменения количества движения i-го компонента внутри объема W; второе — скорость изменения количества движения от массообмена через поверхность $S_j^{(i)}$. Первое слагаемое правой части — полный вектор внешних массовых сил и равнодействующая сил, действующих на i-й компонент со стороны других компонентов жидкости, а последнее слагаемое — вектор равнодействующей всех поверхностных сил, приложенных к поверхности S.

Для смеси жидкости, суммируя n уравнений типа (4.1.9), получим

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}\rho\vec{V}dW+\sum_{i=1}^{n}\iint\limits_{(S_j^{(i)})}\rho_j^{(i)}V_{nj}^{(i)}\vec{V}_j^{(i)}dS_j^{(i)}=$$

$$=\iiint\limits_{(W)}\rho\vec{F}dW+\sum_{i=1}^{n}\iint\limits_{(S)}(\overrightarrow{\tau_{kl}^{(i)}-p^{(i)}})dS, \qquad (4.1.10)$$

так как, согласно закону сохранения количества движения,

$\sum\limits_{i=1}^{n}\psi^{(i)}\vec{V}^{(i)}_{\text{ф-х}}=0$, а $\sum\limits_{i=1}^{n}\vec{F}^{(i)}_{\Sigma}=0$ — по третьему закону Ньютона.

В случае $S_j^{(i)}=S_j$, $\vec{V}_j=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\rho_j^{(i)}V_{nj}^{(i)}\vec{V}_j^{(i)}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\rho_j^{(i)}V_{nj}^{(i)}}$ и $\vec{V}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\rho^{(i)}\vec{V}^{(i)}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\rho^{(i)}}$ из (4.1.10) будем иметь

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}\rho\vec{V}dW+\iint\limits_{(S_j)}\rho_jV_{nj}\vec{V}_jdS_j=\iiint\limits_{(W)}\rho\vec{F}dW+\iint\limits_{(S)}(\overrightarrow{\tau_{kl}-p})dS. \tag{4.1.11}$$

Получим из (4.1.9) *уравнение движения для бесконечно малого объема жидкости*. При этом, как и в случае вывода соответствующего уравнения неразрывности, будем иметь

$$\iiint\limits_{(W)}\frac{\partial}{\partial t}(\rho^{(i)}\vec{V}^{(i)}+\psi^{(i)}\vec{V}^{(i)}_{\text{ф-х}})\,dW+\iint\limits_{(S)}\rho^{(i)}V_n^{(i)}\vec{V}^{(i)}dS=$$
$$=\iiint\limits_{(W)}(\rho^{(i)}\vec{F}+\vec{F}^{(i)}_{\Sigma})dW+\iint\limits_{(S)}(\overrightarrow{\tau_{kl}^{(i)}-p^{(i)}})dS,$$

что после применения формулы (4.1.5), а также ввиду произвольности W дает

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho^{(i)}\vec{V}^{(i)}+\psi^{(i)}\vec{V}^{(i)}_{\text{ф-х}})+\frac{\partial}{\partial k}(\rho^{(i)}V_k^{(i)}\vec{V}^{(i)})=$$
$$=\frac{\partial}{\partial k}(\overrightarrow{\tau_{kl}^{(i)}-p^{(i)}})+\rho^{(i)}\vec{F}+\vec{F}^{(i)}_{\Sigma}, \tag{4.1.12}$$

или в скалярной форме (в проекциях на оси координат x, y, z)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho^{(i)}V_l^{(i)}+\psi^{(i)}V^{(i)}_{\text{ф-х},l})+\frac{\partial}{\partial k}(\rho^{(i)}V_k^{(i)}V_l^{(i)})=$$
$$=\frac{\partial}{\partial k}(\tau_{kl}^{(i)}-p^{(i)})+F^{(i)}_{\Sigma l}+\rho^{(i)}F_l \tag{4.1.13}$$

(по индексу l, принимающему последовательно значения x, y, z, производится проектирование (4.1.13) на оси координат).

Для вязких однородных жидкостей без источников (стоков) массы, тензор напряжений которых выражается зависимостями [12]

$$p_{xx}=-p+2\mu\frac{\partial V_x}{\partial y}-\frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}+\frac{\partial V_z}{\partial z}\right),$$
$$\tau_{xy}=\mu\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{\partial V_y}{\partial x}\right) \quad \text{и т. д.,}$$

уравнения движения в проекции на оси координат записываются следующим образом (уравнения Навье—Стокса):

$$\frac{\partial V_x}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_x}{\partial z}=X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\Delta V_x+$$
$$+\frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\operatorname{div}\vec{V},$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_y}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_y}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_y}{\partial z}=Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\Delta V_y+\frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial y}\operatorname{div}\vec{V},$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_z}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_z}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}=Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\Delta V_z+\frac{\nu}{3}\frac{\partial}{\partial z}\operatorname{div}\vec{V}, \qquad (4.1.14)$$

где X, Y, Z — проекции массовой силы $\vec{F}$; $\Delta=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2+\partial^2/\partial z^2$ — оператор Лапласа.

Решение многих задач пограничного слоя осуществляется с помощью интегрального соотношения, получаемого из уравнений неразрывности (4.1.7а) и движения (4.1.14),

$$\frac{d}{dx}(\delta^{**}V_\delta^2\rho_\delta)+\rho_\delta\delta^*V_\delta\frac{dV_\delta}{dx}=\tau_{\text{ст}}. \qquad (4.1.15)$$

Вариантом зависимости (4.1.15) для несжимаемой жидкости является уравнение

$$\frac{d\delta^{**}}{dx}+\delta^{**}\frac{dV_\delta/dx}{V_\delta}(2+H)=\frac{\tau_{\text{ст}}}{\rho_\delta V_\delta^2}, \qquad (4.1.16)$$

где $H=\delta^*/\delta^{**}$ — формпараметр пограничного слоя.

Уравнение энергии. Выражает закон сохранения энергии: *полная скорость изменения энергии рассматриваемой системы (внутри ее объема $W(t)$ и за счет энергообмена через поверхность S) равна мощности всех сил, приложенных к жидкости внутри этого объема.* Для i-го компонента жидкости уравнение энергии будет

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}\left[\rho^{(i)}\left(u^{(i)}+\frac{V^{(i)2}}{2}\right)+\psi^{(i)}\left(u^{(i)}_{\text{ф-х}}+\frac{V^{(i)2}_{\text{ф-х}}}{2}\right)\right]dW+\iint\limits_{(S_j^{(i)})}\rho_j^{(i)}V_{nj}^{(i)}\left(u_j^{(i)}+\frac{V_j^{(i)2}}{2}\right)dS_j^{(i)}=\iiint\limits_{(W)}[\rho^{(i)}(\vec{F}\vec{V}^{(i)})+\varepsilon^{(i)}_{\text{вз}}+\varepsilon^{(i)}_{\text{изл}}]dW+\iint\limits_{(S)}[(\overrightarrow{\tau^{(i)}_{kl}-p^{(i)}})\vec{V}^{(i)}+(\vec{q}^{(i)}\vec{n})]dS, \qquad (4.1.17)$$

где $u^{(i)}$ — внутренняя энергия единицы массы; $u^{(i)}_{\text{ф-х}}$ — энергия, выделяемая (поглощаемая) единицей массы i-го компонента при его образовании (исчезновении); $\varepsilon^{(i)}_{\text{изл}}$ — разность мощности излучения и поглощения единицы массы i-го компонента; $\vec{q}^{(i)}$ — вектор теплового потока через границу системы; $\varepsilon^{(i)}_{\text{вз}}$ — мощность при взаимодействии частиц; $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности в рассматриваемой точке.

Первое слагаемое левой части (4.1.17) представляет собой полную скорость изменения энергии i-го компонента внутри объема, включая энергию от источников (стоков) массы; второе обуслов-

лено массообменом через поверхность $S_j^{(i)}$. В правой части (4.1.17) первое слагаемое — мощность внешних массовых сил, воздействующих на i-й компонент внутри объема, мощность при взаимодействии частиц i-го компонента со всеми другими частицами, находящимися внутри объема, а также мощность излучения i-го компонента, а последнее слагаемое — мощность сил на всей границе объема и тепловой поток через эту границу.

Для смеси. жидкости, суммируя n уравнений типа (4.1.17), получим

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}\left[\rho\left(u+\frac{V^2}{2}\right)+J_{\text{ф-х}}\right]dW+\sum_{i=1}^{n}\iint\limits_{(S_j^{(i)})}\rho_j V_{nj}\left(u_j^{(i)}+\frac{V_j^{(i)2}}{2}\right)dS_j^{(i)}=$$

$$=\iiint\limits_{(W)}[\rho(\vec{F}\vec{V})+\varepsilon_{\text{изл}}]dW+\iint\limits_{(S)}[(\overrightarrow{\tau_{kl}-p})\vec{V}+(\vec{q}\,\vec{n})]dS, \tag{4.1.18}$$

так как

$$\sum_{i=1}^{n}\iiint\limits_{(W)}\varepsilon_{\text{вз}}^{(i)}dW=\iiint\limits_{(W)}\left(\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_{\text{вз}}^{(i)}\right)dW=0.$$

Здесь $J_{\text{ф-х}}$ — энергия, выделяющаяся (поглощаемая) в единице объема смеси при физико-химических преобразованиях;

$$u=\frac{\sum_{i=1}^{n}\rho^{(i)}u^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n}\rho^{(i)}},\qquad V^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}\rho^{(i)}V^{(i)2}}{\sum_{i=1}^{n}\rho^{(i)}}.$$

В случае $S_j^{(i)}=S_j$

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}\left[\rho\left(u+\frac{V^2}{2}\right)+J_{\text{ф-х}}\right]dW+\iint\limits_{(S_j)}\rho_j V_{nj}\left(u_j+\frac{V_j^2}{2}\right)dS_j=$$

$$=\iiint\limits_{(W)}[\rho(\vec{F}\vec{V})+\varepsilon_{\text{изл}}]dW+\iint\limits_{(S)}[(\overrightarrow{\tau_{kl}-p})\vec{V}+(\vec{q}\,\vec{n})]dS. \tag{4.1.19}$$

Из (4.1.17) можно получить *уравнение энергии для бесконечно малого объема i-го компонента жидкости:*

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho^{(i)}\left(u^{(i)}+\frac{V^{(i)2}}{2}\right)+\psi^{(i)}\left(u_{\text{ф-х}}^{(i)}+\frac{V_{\text{ф-х}}^{(i)2}}{2}\right)\right]+$$

$$+\frac{\partial}{\partial k}\left[\rho^{(i)}\left(u^{(i)}+\frac{V^{(i)2}}{2}\right)V_k^{(i)}\right]=\rho^{(i)}F_kV_k^{(i)}+\varepsilon_{\text{вз}}^{(i)}+$$

$$+\varepsilon_{\text{изл}}^{(i)}\frac{\partial}{\partial k}[(\tau_{kl}^{(i)}-p^{(i)})V_k^{(i)}+q_k]. \tag{4.1.20}$$

Представим в обобщенном виде уравнения сохранения:
для i-го компонента жидкости

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}(\rho^{(i)}A+\psi^{(i)}B)dW+\iint\limits_{(S_j^{(i)})}\rho_j^{(i)}V_{nj}^{(i)}CdS_j^{(i)}=\iiint\limits_{(W)}DdW+\iint\limits_{(S)}EdS, \tag{4.1.21}$$

где A, ..., E приведены в табл. 4.1.1;

Таблица 4.1.1

Коэффициент	Уравнения сохранения		
	энергии	количества движения	массы
A	$u^{(i)}+V^{(i)2}/2$	$\vec{V}^{(i)}$	1
B	$u^{(i)}_{\text{ф-х}}+V^{(i)2}_{\text{ф-х}}/2=i^{(i)}_{\text{ф-х}}$	$\vec{V}^{(i)}_{\text{ф-х}}$	1
C	$u^{(i)}_j+V^{(i)2}_j/2$	$\vec{V}^{(i)}_j$	1
D	$\rho^{(i)}(\vec{F}\,\vec{V}^{(i)})+\varepsilon^{(i)}_{\text{изл}}+\varepsilon^{(i)}_{\text{вз}}$	$\rho^{(i)}\vec{F}+\vec{F}^{(i)}_{\Sigma}$	0
E	$\overrightarrow{(\tau^{(i)}_{kl}-p^{(i)})}\vec{V}^{(i)}+(\vec{q}^{(i)}\vec{n})$	$\overrightarrow{\tau^{(i)}_{kl}-p^{(i)}}$	0

для смеси жидкости

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}(A\rho+B)dW+\sum_{i=1}^{n}\iint\limits_{(S^{(i)}_j)}\rho^{(i)}_j V^{(i)}_{nj}C\,dS^{(i)}_j=\iiint\limits_{(W)}D\,dW+\iint\limits_{(S)}E\,dS, \tag{4.1.22}$$

в котором значения A, ..., E приведены в табл. 4.1.2.

Таблица 4.1.2

Коэффициент	Уравнения сохранения		
	энергии	количества движения	массы
A	$u+V^2/2$	$\vec{V}$	1
B	$J_{\text{ф-х}}$,	0	0
C	$u^{(i)}_j+V^{(i)2}_j/2$	$\vec{V}^{(i)}_j$	1
D	$\rho(\vec{F}\,\vec{V})+\varepsilon_{\text{изл}}$	$\rho\vec{F}$	0
E	$\overrightarrow{(\tau_{kl}-p)}\vec{V}+(\vec{q}\,\vec{n})$	$\overrightarrow{\tau_{kl}-p}$	0

Для облегчения решения некоторых практических задач целесообразно разделить уравнение энергии на два, одно из которых выражает условие сохранения «молекулярных» видов энергии, другое — механических.

Преобразуем уравнение энергии (4.1.20) для бесконечно малого объема i-го компонента жидкости, опуская при этом индекс i. Умножая (4.1.7а) на V_l и вычитая результат из (4.1.13), а затем полученное поделив почленно на ρ, будем иметь

$$\frac{\partial V_l}{\partial t}+V_k\frac{\partial V_l}{\partial k}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial k}(\tau_{kl}-p)+\frac{1}{\rho}F_{\Sigma l}+F_l+$$
$$+\frac{1}{\rho}\left[V_l\frac{\partial\psi}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial t}(\psi V_{\text{ф-х},l})\right]. \tag{4.1.23}$$

Обычно полагают, что $V_{\text{ф-х},l} = V_l$, тогда (4.1.23) упрощается:

$$\frac{\partial V_l}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_l}{\partial k} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial k}(\tau_{kl} - p) + \frac{1}{\rho} F_\Sigma + F_l - \frac{1}{\rho} \psi \frac{\partial V_l}{\partial t} \tag{4.1.24}$$

Умножая (4.1.7а) на $u + V^2/2$, вычитая полученное равенство из (4.1.20) и поделив результат почленно на ρ, получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(u + \frac{V^2}{2}\right) + V_k \frac{\partial}{\partial k}\left(u + \frac{V^2}{2}\right) = F_k V_k + \frac{\varepsilon_{\text{вз}}}{\rho} + \frac{\varepsilon_{\text{изл}}}{\rho} +$$
$$+ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial k}[(\tau_{kl} - p)V_k + q_k] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial t}\left[\psi\left(u_{\text{ф-х}} + \frac{V^2_{\text{ф-х}}}{2}\right)\right] +$$
$$+ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial t}\left(u + \frac{V^2}{2}\right). \tag{4.1.25}$$

Вычитая результат умножения уравнения (4.1.23) на V_l из (4.1.25), найдем

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V_k \frac{\partial u}{\partial k} = \frac{\varepsilon_{\text{изл}}}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_k}{\partial k} +$$
$$+ \frac{1}{\rho}(\tau_{kl} - p)\frac{\partial V_k}{\partial k} + \frac{1}{\rho}\left\{\left(u + \frac{V^2}{2}\right)\frac{\partial \psi}{\partial t} - V^2 \frac{\partial \psi}{\partial t} +\right.$$
$$\left. + V_l \frac{\partial}{\partial t}(\psi V_{\text{ф-х},l}) - \frac{\partial}{\partial t}\left[\psi\left(u_{\text{ф-х}} + \frac{V^2_{\text{ф-х}}}{2}\right)\right]\right\}. \tag{4.1.26}$$

При $V_{\text{ф-х},l} = V_l$ уравнение (4.1.26) примет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V_k \frac{\partial u}{\partial k} = \frac{\varepsilon_{\text{изл}}}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_k}{\partial k} +$$
$$+ \frac{1}{\rho}(\tau_{kl} - p)\frac{\partial V_k}{\partial k} + \frac{1}{\rho}\left[(u - u_{\text{ф-х}})\frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial u_{\text{ф-х}}}{\partial t}\right]. \tag{4.1.27}$$

Формула (4.1.27) представляет собой уравнение сохранения «молекулярных» видов энергии. Наличие источника (стока) массы i-го компонента жидкости существенно усложняет его вид. Для этого необходимо учитывать слагаемое

$$\frac{1}{\rho}\left[(u - u_{\text{ф-х}})\frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial u_{\text{ф-х}}}{\partial t}\right],$$

значение которого равно нулю (для $\psi \neq 0$, когда $\partial\psi/\partial t = \partial u_{\text{ф-х}}/\partial t = 0$).

Разделение уравнения энергии (4.1.18) проведем в соответствии с физическим его смыслом, отображенным в (4.1.27). Тогда будем иметь

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)} \rho\frac{V^2}{2}dW+\sum_{i=1}^{n}\iint\limits_{(S_j^{(i)})} \rho_j^{(i)}\frac{V_j^{(i)2}}{2}V_{nj}^{(i)}dS_j^{(i)} =$$

$$=\iiint\limits_{(W)}\rho\,\vec{F}\,\vec{V}dW+\iiint\limits_{(W)}V_k\frac{\partial(\tau_{kl}-p)}{\partial k}dW, \qquad (4.1.28)$$

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)}(\rho u+J_{\text{ф-х}})dW+\sum_{i=1}^{n}\iint\limits_{(S_j^{(i)})}\rho_j^{(i)}u_j^{(i)}V_{nj}^{(i)}dS_j^{(i)} =$$

$$=\iiint\limits_{(W)}\varepsilon_{\text{изл}}dW+\iint\limits_{(S)}(\vec{q}\,\vec{n})dS+\iiint\limits_{(W)}(\tau_{kl}-p)\frac{\partial V_k}{\partial k}dW. \qquad (4.1.29)$$

Слагаемое $\iiint\limits_{(W)}(\tau_{kl}-p)\frac{\partial V_k}{\partial k}dW$ в (4.1.29) представляет собой ту часть мощности поверхностных сил внутри рассматриваемой системы, которая идет на изменение внутренней энергии, а слагаемое $\iiint\limits_{(W)}V_k\frac{\partial(\tau_{kl}-p)}{\partial k}dW$ в уравнении (4.1.28) — часть мощности поверхностных сил внутри рассматриваемой системы, которая идет на изменение механических видов энергии. При суммировании (4.1.28) и (4.1.29) эти слагаемые в соответствии с формулой Остроградского дадут $\iint\limits_{(S)}(\tau_{kl}-p)V_k dS$ и в результате получится исходное уравнение (4.1.18).

Рассмотрим порядок величин интегралов

$$\iiint\limits_{(W)}(\tau_{kl}-p)\frac{\partial V_k}{\partial k}dW \quad \text{и} \quad \iiint\limits_{(W)}V_k\frac{\partial(\tau_{kl}-p)}{\partial k}dW.$$

Предварительно проведем следующие преобразования:

$$\iint\limits_{(S)}pV_n dS=\iiint\limits_{(W)}V_k\frac{\partial p}{\partial k}dW+\iiint\limits_{(W)}p\frac{\partial V_k}{\partial k}dW=$$

$$=(1+K_э)\iiint\limits_{(W)}V_k\frac{\partial p}{\partial k}dW, \qquad (4.1.30)$$

где $K_э=\left[p\frac{\partial V_k}{\partial k}\Big/\left(V_k\frac{\partial p}{\partial k}\right)\right]_{\text{ср}}$ — среднее по всему рассматриваемому объему отношение долей работы сил гидростатического давления, идущих соответственно на изменение «молекулярных» и механических видов энергии.

Из (4.1.30) следует:

$$\iiint\limits_{(W)} V_k \frac{\partial p}{\partial k}\, dW = \frac{1}{1+K_э} \iint\limits_{(S)} p V_n dS, \qquad (4.1.31)$$

$$\iiint\limits_{(W)} p \frac{\partial V_k}{\partial k}\, dW = \frac{K_э}{1+K_э} \iint\limits_{(S)} p V_n dS. \qquad (4.1.32)$$

Величина $K_э$ имеет следующий порядок:

$$K_э = \left[p \frac{\partial V_k}{\partial k} \Big/ \left(V_k \frac{\partial p}{\partial k} \right) \right]_{ср} \approx \frac{pdV}{Vdp} =$$
$$= \frac{\pi(\lambda)}{\lambda} \frac{d\lambda}{d\pi(\lambda)} = - \frac{k+1}{2k} \frac{\tau(\lambda)}{\lambda^2},$$

где $\pi(\lambda)$, $\tau(\lambda)$ — газодинамические функции изэнтропических течений, а $\lambda = \lambda_{ср} = (V/a^*)_{ср}$ — средняя приведенная скорость жидкости внутри объема.

В случае малых скоростей $\lambda \to 0$; $K_э \to \infty$, а при больших — $\lambda \to \lambda_m = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$; $K_э = 0$.

Из (4.1.31) и (4.1.32) видно, что в первом случае

$$\iiint\limits_{(W)} V_k \frac{\partial p}{\partial k}\, dW \to 0 \quad \text{и} \quad \iiint\limits_{(W)} p \frac{\partial V_k}{\partial k}\, dW \to \iint\limits_{(S)} p V_n dS, \qquad (4.1.33)$$

а во втором

$$\iiint\limits_{(W)} V_k \frac{\partial p}{\partial k} dW \to \iint\limits_{(S)} p V_n dS \quad \text{и} \quad \iiint\limits_{(W)} p \frac{\partial V_k}{\partial k}\, dW \to \mathbf{0}. \qquad (4.1.34)$$

Проведем оценку интегралов $\iiint\limits_{(W)} V_k \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial k}\, dW$ и $\iiint\limits_{(W)} \tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k}\, dW$ в уравнениях (4.1.28) и (4.1.29).

Учитывая, что $\iint\limits_{(S)} \tau_{kl} V_n dS = \iiint\limits_{(W)} \left(\tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k} + V_k \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial k} \right) dW$, оценим соотношение $\tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k} \Big/ \left(V_k \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial k} \right)$ на примере ламинарного пограничного слоя, для которого $V_x / V_\delta = \frac{1}{2}\left(3 \frac{y}{\delta} - \frac{y^3}{\delta^3} \right) = \frac{1}{2}\left(3\bar{y} - \bar{y}^3 \right)$, а $\tau = \mu (\partial V_x / \partial y)$. После преобразования будем иметь

$$\tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k} \Big/ \left(V_k \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial k} \right) \approx - \frac{3}{2} \frac{(1-\bar{y}^2)^2}{\bar{y}^2 (3-\bar{y}^2)}. \qquad (4.1.35)$$

Из (4.1.35) видно, что при $\bar{y} \to 0$ (малые скорости и большое трение) это отношение стремится к ∞, а при $\bar{y} \to 1$ (большие скорости и малое трение) — к нулю. Это позволяет при малых скоростях считать, что $\iiint\limits_{(W)} V_k \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial k} dW = 0$, за исключением случаев, когда остальные слагаемые в (4.1.29) малы, а $\iiint\limits_{(W)} \tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k} dW = \iint\limits_{(S)} \tau_{kl} V_n dS$, и внести соответствующие изменения в (4.1.28) и (4.1.29).

Для оценки величины $\iiint\limits_{(W)} \tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k} dW$ найдем отношение

$$\iiint\limits_{(W)} \tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k} dW \Big/ \iint\limits_{(S_\delta)} (\rho V_x^3/2) dS_\delta = \bar{Д},$$

где S_δ — площадь характерного поперечного сечения пограничного слоя.

Величина $\bar{Д}$ представляет собой отношение мощности диссипации внутри всего пограничного слоя к скорости изменения кинетической энергии в характерном сечении этого слоя.

Для ламинарного пограничного слоя $\bar{Д} = 0{,}545$, а для турбулентного $\bar{Д} = 8{,}03 \cdot 10^{-3}\, \mathbf{Re}_L^{0,20}$, если характерным считать сечение в конце пограничного слоя, т. е. на эквивалентной длине L пластины. Найдя скорость изменения кинетической энергии в конечном сечении пограничного слоя $\iint\limits_{(S_\delta)} (\rho V_x^3/2) dS_\delta$ с помощью соответствующей величины $\bar{Д}$, можем определить $\iiint\limits_{(W)} \tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k} dW$ внутри пограничного слоя.

В случае замены реального пограничного слоя аналогичным на эквивалентной пластинке шириной B получим:

$$\iint\limits_{(S_\delta)} (\rho V_x^3/2) dS_\delta = 0{,}206 \rho V_\delta^3 B \delta \qquad \text{(ламинарный)};$$

$$\iint\limits_{(S_\delta)} (\rho V_x^3/2) dS_\delta = 0{,}350 \rho V_\delta^3 B \delta \qquad \text{(турбулентный)};$$

$$\iiint\limits_{(W)} \tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k} dW = 0{,}517 \rho V_\delta^3 BL / \mathbf{Re}_L^{0,5} \qquad \text{(ламинарный)}$$

$$\iiint\limits_{(W)} \tau_{kl} \frac{\partial V_k}{\partial k} dW = 1{,}04 \cdot 10^{-3} \rho V_\delta^3 BL \qquad \text{(турбулентный)}.$$

Представляет интерес оценка величины $\frac{d}{dt} \iiint\limits_{(W)} \rho \frac{V^2}{2} dW$ в уравнении энергии. Проведем ее, сделав следующие допущения: 1) тече-

ние изэнтропическое, одномерное, с площадью поперечного сечения $S(x)$; 2) в каждый момент времени справедливы законы распределения параметров жидкости по длине x потока, свойственные установившемуся течению.

На основании этого

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)} \rho \frac{V^2}{2} dW = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\int\limits_0^L \rho V^2 S dx\right) =$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\int\limits_0^L \frac{\varepsilon(\lambda)\lambda^2 S^* \rho_0 a^{*2}}{q(\lambda)} dx\right) =$$

$$= \frac{2^{1/(k-1)}k}{(k+1)^{k/(k-1)}} S^* L \lambda_{\text{ср}} \frac{dp_0}{dt}, \qquad (4.1.36)$$

где $\varepsilon(\lambda)$, $q(\lambda)$ — газодинамические функции; L — длина рассматриваемого элемента потока; ρ_0 — плотность заторможенного потока; a^* — критическая скорость звука; S^* — площадь критического сечения; p_0 — давление торможения.

Из (4.1.36) видно, что для оценки порядка величины $\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)} \rho \frac{V^2}{2} dW$ необходимо знать среднюю скорость движения жидкости $\lambda_{\text{ср}}$ в рассматриваемом объеме W, размеры которого $W \sim S^* L$, и скорость изменения давления торможения dp_0/dt.

С учетом этого при исследовании течений в нестационарных застойных зонах с малыми скоростями ($\lambda \ll 1$) можно применять следующие упрощенные уравнения сохранения механических и «молекулярных» видов энергии:

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)} \rho \frac{V^2}{2} dW + \iint\limits_{(S_j)} \rho_j V_{nj} \frac{V_j^2}{2} dS_j = \iiint\limits_{(W)} \rho \vec{F}\vec{V} dW, \qquad (4.1.37)$$

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)} (\rho u + J_{\text{ф-х}}) dW + \iint\limits_{(S_j)} \rho_j V_{nj} u_j dS_j =$$

$$= \iiint\limits_{(W)} \varepsilon_{\text{изл}} dW + \iint\limits_{(S)} (\vec{q}\vec{n}) dS + \iint\limits_{(S)} (\tau_{kl} - p) V_k dS. \qquad (4.1.38)$$

Уравнение состояния. Это уравнение связывает для каждого компонента три термодинамических параметра, характеризующих состояние модели газа, определенной функциональной зависимостью, например $F_1(p^{(i)}, \rho^{(i)}, T^{(i)}) = 0$ или $F_2(p^{(i)}, T^{(i)}, S^{(i)}) = 0$, где S — энтропия.

Достаточно общим видом уравнения состояния i-го компонента является выражение

$$\frac{p^{(i)}}{\rho^{(i)} R^{(i)} T^{(i)}} = 1 + B(T^{(i)})\rho^{(i)} + C(T^{(i)})\rho^{(i)2} + \ldots, \qquad (4.1.39)$$

где $R^{(i)}$ — газовая постоянная; $B(T^{(i)})$, $C(T^{(i)})$ — некоторые функции температуры.

Зависимость (4.1.39) хорошо описывает свойства газа при низком давлении и при высоких температурах.

Частным случаем зависимости (4.1.39) является уравнение Ван-дер-Ваальса

$$p^{(i)} + A_1\rho^{(i)} = \frac{\rho^{(i)}R^{(i)}T^{(i)}}{1 - A_2\rho^{(i)}}, \tag{4.1.40}$$

в котором слагаемое $A_1\rho^{(i)}$ учитывает силы притяжения молекул, а $A_2\rho^{(i)}$ определяет влияние массы в объеме, занимаемом молекулами.

При умеренных давлениях и не очень низких температурах можно считать $A_1 = A_2 = 0$ и применять уравнение состояния для совершенного газа

$$p^{(i)} = \rho^{(i)}R^{(i)}T^{(i)}. \tag{4.1.41}$$

Газовая постоянная $R^{(i)}$ может выражаться через постоянную Больцмана k и массу атома (или молекулы) i-го компонента m^i, тогда вместо (4.1.41) будем иметь

$$p^{(i)} = \rho^{(i)}T^{(i)}k/m^{(i)}. \tag{4.1.42}$$

Модель воздуха можно рассматривать в целом как смесь n компонентов. Уравнение состояния для смеси идеальных газов

$$p = \rho RT, \tag{4.1.43}$$

где $p = \sum_{i=1}^{n} p^{(i)}$; $R = k/m$ — газовая постоянная смеси; $T = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{n} T^{(i)}\nu^{(i)}$ — температура смеси ($\nu^{(i)}$, ν — соответственно число частиц в единице объема компонента и смеси).

Система уравнений. Начальные и граничные условия. Основные уравнения, описывающие отрывные течения, входят в систему уравнений, которая должна быть замкнутой (число уравнений и число неизвестных параметров, характеризующих состояние жидкости, одинаково). Так как число определяемых параметров может быть больше четырех (кроме p, ρ, T, $\vec{V}$ в число неизвестных могут входить тензор вязких напряжений, тепловые потоки и т. д.), то в систему уравнений должны входить и другие необходимые для расчета зависимости. Это, например, связь тензора напряжений с составляющими вектора скорости, уравнения теплопроводности, излучения, уравнения химической кинетики, фазовых превращений и т. п.

Наличие дифференциальных уравнений в системе требует при их решении иметь определенные начальные (в случае нестационар-

ных движений) и граничные условия. При этом системы уравнений получаются довольно сложными и далеко не всегда удается их решить даже с помощью современной вычислительной техники.

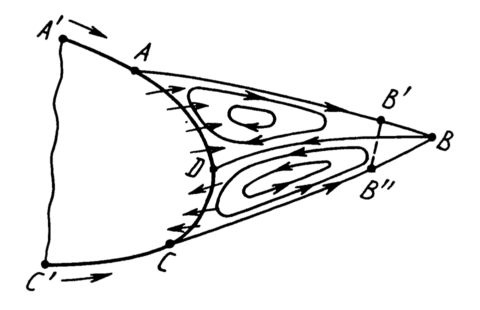


Рис. 4.1.2. Схема отрывного течения

Отдельные элементы отрывных течений, в частности течения в областях отрыва и присоединения, изучены недостаточно. Все это заставляет при решении прикладных инженерных задач вводить в систему уравнений полуэмпирические и эмпирические зависимости, упрощать отдельные уравнения, входящие в систему, или даже вовсе их не учитывать. Однако во всех случаях следует исходить из замкнутой системы уравнений, составленной на базе всех основных уравнений применительно к конкретному рассматриваемому случаю. При этом упрощения уравнений должны тщательно обосновываться.

Система уравнений для расчета течений в отрывных зонах. Основные уравнения течения жидкости в застойных зонах будем рассматривать в общем случае для объема жидкости, ограниченного твердой стенкой обтекаемого тела AC и поверхностями, составленными разделяющими линиями тока AB и CB (рис. 4.1.2).

Подвижную или деформирующуюся поверхность $A'ADCC'$ тела обтекают два различных потока жидкости, которые, встречаясь в точке B, образуют застойную зону ABC с двумя циркуляционными течениями (ABD и BDC). Ввиду смешения жидкостей на граничных траекториях (линиях тока) AB, CB и на разделяющей траектории (линии тока) BD внутри застойных зон циркулирует смесь жидкостей, текущих вдоль линий AB и CB. Кроме того, через поверхность тела AC может происходить массоэнергообмен с жидкостью внутри застойной зоны.

Из рассматриваемых элементов течения можно составить самые разнообразные виды обтекания поверхностей летательных аппаратов. Частными случаями рассматриваемой схемы течения будут: течение в донной области с работающей двигательной установкой или без нее (когда жидкости, текущие вдоль $A'A$ и $C'C$, одинаковы); отрывное течение с присоединением (когда поток отрывается в точке A и присоединяется в точке D); истечение из полузамкнутого объема (когда AB' и CB'' — твердые стенки, а B' B'' — поверхность жидкости, истекающей из зоны $AB'B''CD$). В случае отсутствия течения $C'CB$ эта схема может описывать струйное течение в покоящуюся среду (или вакуум). Применима она и для изучения течения газопороховой смеси внутри канала ракетного двигателя, динамореактивного орудия и т. д.

Если параметры, характеризующие течение жидкостей в застойной зоне, не могут быть осреднены по координатам пространства и

времени, то в основную систему войдут уравнения (4.1.1), (4.1.9), (4.1.17), (4.1.39).

Однако в ряде практически важных задач оказывается возможным допускать осреднение параметров течения жидкости внутри застойной зоны и по поверхности массообмена. Тогда уравнения сохранения (4.1.1), (4.1.9), (4.1.17) могут быть упрощены. При этом будем полагать, что внутри застойной зоны циркулирует однокомпонентная газообразная смесь жидкостей, масса которой может изменяться как за счет физико-химических превращений, так и за счет массообмена вдоль твердых и жидких границ объема. В результате упрощений получаем следующие уравнения сохранения соответственно массы, количества движения и энергии:

$$\frac{d}{dt}[(\rho + \psi)W] + \rho_j V_{nj} S_j = 0, \qquad (4.1.44)$$

$$\frac{d}{dt}[(\rho\vec{V} + \psi\vec{V}_{\text{ф-х}})W] + \rho_j V_{nj}\vec{V}_j S_j = \rho W\vec{F} + (\overrightarrow{\tau_{kl} - p})S, \qquad (4.1.45)$$

$$\frac{d}{dt}\left\{\left[\rho\left(u + \frac{V^2}{2}\right) + \psi i_{\text{ф-х}}\right] W\right\} + \rho_j V_{nj}\left(u_j + \frac{V_j^2}{2}\right) S_j =$$

$$= (\rho\vec{F}\vec{V} + \varepsilon_{\text{изл}})W + [(\tau_{kl} - p)V_n + (\vec{q}\,\vec{n})]\,S, \qquad (4.1.46)$$

где $i_{\text{ф-х}} = u_{\text{ф-х}} + V_{\text{ф-х}}^2/2$.

В настоящее время наметилась тенденция комбинированного подхода к изучению течения в застойных зонах. При этом делаются попытки в качестве первого приближения решить уравнения типа (4.1.44)... (4.1.46) с осредненными по объему застойной зоны параметрами, а затем уточнить это решение, найдя переменные параметры из уравнений для бесконечно малого объема в застойной зоне:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial k}(\rho V_k) + \frac{\partial\psi}{\partial t} = 0; \qquad (4.1.47)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_l + \psi V_{\text{ф-х},l}) + \frac{\partial}{\partial k}(\rho V_k V_l) =$$

$$= \rho F_l + \frac{\partial}{dk}(\tau_{kl} - p); \qquad (4.1.48)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(u + \frac{V^2}{2}\right) + \psi i_{\text{ф-х}}\right] + \frac{\partial}{\partial k}\left[\rho\left(u + \frac{V^2}{2}\right)V_k\right] =$$

$$= \rho F_k V_k + \varepsilon_{\text{изл}} + \frac{\partial}{\partial k}[(\tau_{kl} - p)V_k + q_k]\,. \qquad (4.1.49)$$

Так как эти уравнения очень сложны, решения возможны лишь для простейших моделей жидкости и конфигураций застойных зон.

Уравнения движения с развитой турбулентностью. При турбулентном движении можно выделить пульсационные составляющие скоростей

$$V_x = \bar{V}_x + V'_x; \; V_y = \bar{V}_y + V'_y; \; V_z = \bar{V}_z + V'_z, \qquad (4.1.50)$$

где $\bar{V}_x$, $\bar{V}_y$, $\bar{V}_z$, — осредненные по времени составляющие скорости; V'_x, V'_y, V'_z — соответствующие пульсационные составляющие скорости.

Если время осреднения достаточно велико по сравнению с периодом пульсаций, то вместо уравнений движения (4.1.14) для турбулентных течений несжимаемой жидкости без учета массовых сил будем иметь систему уравнений осредненного движения (уравнения Рейнольдса) [12]:

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial t} + \bar{V}_x \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x} + \bar{V}_y \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \Delta \bar{V}_x + \frac{\partial}{\partial x}(-\rho \bar{V}'^2_x) + \frac{\partial}{\partial y}(-\rho \overline{V'_x V'_y}) + \frac{\partial}{\partial z}(-\rho \overline{V'_x V'_z}), \qquad (4.1.51)$$

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{V}_y}{\partial t} + \bar{V}_x \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial x} + \bar{V}_y \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial y} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \Delta \bar{V}_y + \frac{\partial}{\partial x}(-\rho \overline{V'_x V'_y}) + \frac{\partial}{\partial y}(-\rho \bar{V}'^2_y) + \frac{\partial}{\partial z}(-\rho \overline{V'_y V'_z}), \qquad (4.1.52)$$

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{V}_z}{\partial t} + \bar{V}_x \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial x} + \bar{V}_y \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial y} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \Delta \bar{V}_z + \frac{\partial}{\partial x}(-\rho \overline{V'_x V'_z}) + \frac{\partial}{\partial y}(-\rho \overline{V'_y V'_z}) + \frac{\partial}{\partial z}(-\rho \bar{V}'^2_z), \qquad (4.1.53)$$

где $\bar{p}$ — осредненное гидростатическое давление. Это равносильно введению дополнительного тензора «кажущегося» напряжения турбулентного трения (тензора турбулентных напряжений)

$$\begin{vmatrix} p'_{xx} & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{yx} & p'_{yy} & \tau'_{yz} \\ \tau'_{zx} & \tau'_{zy} & p'_{zz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \rho \bar{V}'^2_x & \rho \overline{V'_x V'_y} & \rho \overline{V'_x V'_z} \\ \rho \overline{V'_x V'_y} & \rho \bar{V}'^2_y & \rho \overline{V'_y V'_z} \\ \rho \overline{V'_x V'_z} & \rho \overline{V'_y V'_z} & \rho \bar{V}'^2_z \end{vmatrix}$$

Оно складывается с обычным вязким напряжением, поэтому

$$p_{xx} = -\bar{p} + 2\mu \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} \vec{V} - \rho \bar{V}'^2_x,$$

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}_y}{\partial x}\right) - \rho \overline{V'_x V'_y} \text{ и т. д.}$$

В соответствии с этим суммарное напряжение трения

$$\tau = \tau_{л} + \tau_{т}. \qquad (4.1.54)$$

Ввиду преобладания турбулентного трения в расчетах принимают

$$\tau = \tau_{т}, \qquad (4.1.55)$$

где индексы «л» и «т» относятся соответственно к ламинарному и турбулентному напряжениям.

Решение задач, связанных с движением вязкой жидкости, осуществляется при известном законе изменения напряжений турбулентного трения. Однако сложный характер турбулентных течений не позволяет достаточно полно изучить механизм турбулентности. Поэтому в основу способов расчета положены различные гипотезы, основанные на некоторых эмпирических данных и связывающие силы «кажущейся» вязкости, вызываемой турбулентным смешением и осредненными во времени скоростями. Применение таких гипотез позволяет получить необходимые зависимости для аналитического выражения напряжений трения через определяющие процессы движения параметры и тем самым замкнуть систему дифференциальных уравнений осредненного движения.

Гипотезы турбулентности. Отрыв потока тесно связан с явлением турбулентности. Турбулентность — это неупорядоченное движение в жидкостях (или газах), в котором параметры потока изменяются во времени и пространстве. Турбулентное перемешивание в общем случае при неоднородных полях плотностей, температур, скоростей и концентраций вызывает обмен между отдельными слоями течения массой, импульсом и энергией компонентов жидкости.

Как правило, вначале течение является ламинарным, начальный импульс турбулентности может происходить случайно. *Причиной перехода считают неустойчивость ламинарного течения под воздействием возмущений.* Турбулентные течения порождают дополнительные силы трения, на преодоление которых затрачивается некоторая работа, выполняемая осредненным течением.

Турбулентность считают *однородной*, если осредненная скорость по всему полю течения постоянна. Для всех случаев, когда осредненная скорость имеет градиент, турбулентность будет *анизотропной,* а течение при наличии такой турбулентности называют *течением со сдвигом* [26, 24, 25].

Турбулентные сдвиговые течения подразделяются на несколько видов, различающихся граничными условиями. Это прежде всего свободные турбулентные («сдвиговые») течения, не ограниченные стенками (рис. 4.1.3). К ним относятся, например, течения вязкой жидкости в следе, характеризующиеся существенным градиентом скорости, наличием свободной границы (пограничной поверхности), а также значительными турбулентными пульсациями.

Область возмущенного течения между основным потоком и струей, встречным или спутным потоком называют *слоем смешения.*

Такая область течения имеет место и при отрыве потока. Однако оторвавшийся от обтекаемой поверхности пограничный слой в реальных условиях подчиняется более сложным законам, чем струйный слой смешения. В приближенных же методах расчета параметров отрывных течений часто используют эмпирические данные для идеального слоя смешения струй.

К турбулентным слоям, ограниченным одной свободной и одной фиксированной границей (пристеночные течения), относятся пограничные слои (рис. 4.1.4, *а*) и пристеночные струи (рис. 4.1.4, *б*). Граничная поверхность может принимать различную форму, быть проницаемой или непроницаемой. В свою очередь, турбулентные течения могут быть ограничены двумя или бóльшим числом фиксированных границ. В качестве примера «сдвиговых слоев» можно привести течения в трубах, каналах и т. д.

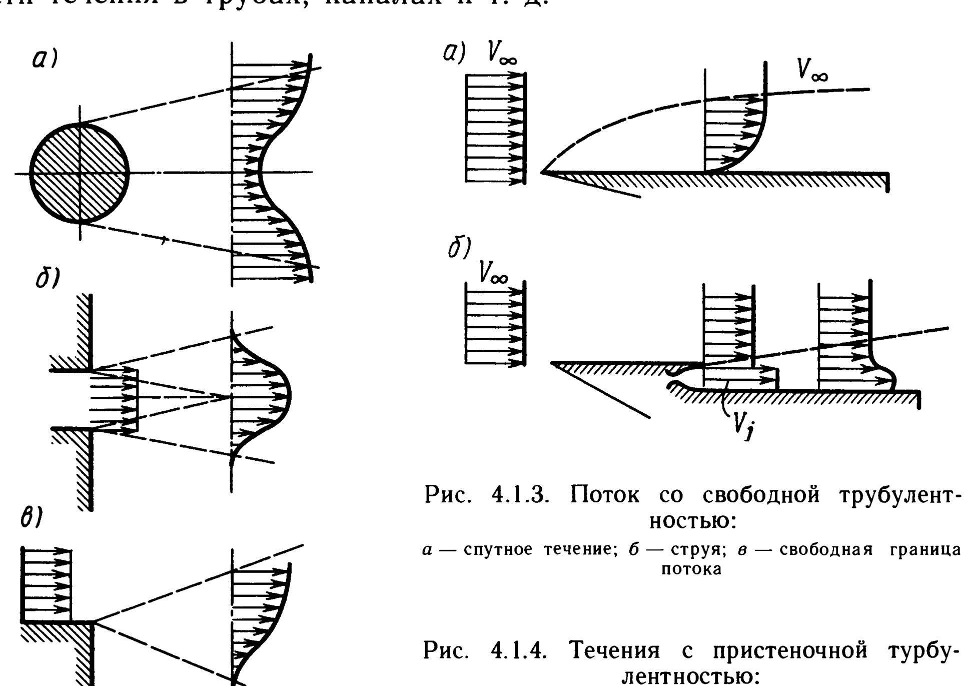


Рис. 4.1.3. Поток со свободной трубулентностью:

а — спутное течение; *б* — струя; *в* — свободная граница потока

Рис. 4.1.4. Течения с пристеночной турбулентностью:

а — пограничный слой; *б* — пристеночная струя

Ввиду того что в отрывных течениях процессы перемешивания происходят по законам, близким к развитию свободной турбулентности, рассмотрим некоторые гипотезы турбулентности, свойственные таким течениям.

Эмпирическая зависимость Ж. Буссинеска. В простейшем случае для вычисления турбулентного касательного напряжения пользуются соотношением, аналогичным закону трения Ньютона:

$$\tau_т = \rho K \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y}, \qquad (4.1.56)$$

где K — коэффициент турбулентной вязкости. При турбулентном перемешивании K не является постоянной величиной и зависит от координат точек пространства и распределения скорости. Для того чтобы воспользоваться формулой (4.1.56), необходимо определить K экспериментальным путем.

Гипотеза Прандтля. Была сделана попытка установить функциональную зависимость между коэффициентом турбулентной вязкости K и изменением осредненной скорости. Считалось, что при турбулентном перемешивании соседних слоев жидкости напряжение трения определяется поперечным переносом продольной составляющей количества движения.

Исходя из выражения «кажущегося» напряжения трения

$$\tau_т = -\rho \bar{V}'_y \bar{V}'_x, \qquad (4.1.57)$$

Прандтль показал, что

$$\tau_т = \rho l^2 \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} \left| \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} \right|, \qquad (4.1.58)$$

где l — *длина пути смешения.*

Для каждой разновидности турбулентных течений устанавливается связь между длиной пути смешения l и характерными длинами. Формула Прандтля с приемлемой точностью согласуется с экспериментами как при расчете течений вдоль стенок (пристеночная турбулентность), так и для свободной турбулентности. В непосредственной близости от стенки в турбулентном пограничном слое $l = k_1 y$ (k_1 определяется из опыта). В свободных турбулентных струйных течениях путь смешения поперек струи постоянен и пропорционален ширине b зоны смешения: $l(x) = k_2 b(x)$ (k_2 — некоторый коэффициент). Несмотря на то что физическая модель, на которой основывается указанная гипотеза, является приближенной и неточной (не учитываются предыстория потока, механизмы конвективного и диффузионного переноса пульсаций), она широко используется при решении многих технических задач. Для расчета напряжения трения в течениях со свободной турбулентностью Прандтлем была найдена полуэмпирическая зависимость, получившая впоследствии название *новая формула Прандтля.* Исходными являлись следующие условия: производная $\partial \bar{V}_x / \partial y$ пропорциональна величине $(\bar{V}_{x\max} - \bar{V}_{x\min})/b$ (здесь $\bar{V}_{x\max}$; $\bar{V}_{x\min}$ — скорости потока на границах зоны смешения), l пропорциональна b, и коэффициент турбулентной вязкости по ширине поперечного слоя постоянен, т. е. $K = \varkappa b(\bar{V}_{x\max} - \bar{V}_{x\min})$, где $\varkappa$ — эмпирическая постоянная.

В этом случае напряжение трения

$$\tau_т = \rho \varkappa b(\bar{V}_{x\max} - \bar{V}_{x\min}) \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y}. \qquad (4.1.59)$$

Значения $\varkappa$ в (4.1.59) определяют из опытных данных.

Гипотеза Тейлора. Предполагая, что касательное напряжение в турбулентном потоке вызывается переносом вихрей, а параметры течения являются только функциями поперечной координаты y, можно получить следующее соотношение [6]:

$$\frac{\partial \tau_{\text{т}}}{\partial y} = \rho l_0^2 \left| \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} \right| \frac{\partial^2 \bar{V}_x}{\partial y^2}, \tag{4.1.60}$$

где l_0 — характерная длина.

Интегрирование (4.1.60) при условии, что $\rho = \text{const}$, и допущении, что путь смешения в поперечном направлении постоянен, приводит к зависимости

$$\tau_{\text{т}} = \frac{1}{2} \rho l_0^2 \left| \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y}. \tag{4.1.61}$$

Формула (4.1.61) справедлива для плоских течений.

Длина пути смешения в гипотезе Тейлора о переносе завихренности в $\sqrt{2}$ раза больше длины пути смешения в гипотезе Прандтля.

Гипотеза А. Ферри. На основе экспериментальных данных по смешению сверхзвуковых турбулентных струй получена зависимость для коэффициента турбулентной вязкости

$$K = \varkappa_1 \bar{V}_{x\max} b, \tag{4.1.62}$$

где $\bar{V}_{x\max}$ — максимальная скорость в струйном слое; b — ширина струйного слоя; $\varkappa_1$ — постоянная.

Для учета особенностей смешения сжимаемых турбулентных потоков была установлена связь между коэффициентом турбулентной вязкости и параметрами течений [34, 1964, № 11]

$$K = \frac{\varkappa_2 (\rho \bar{V}_x - \rho_m \bar{V}_{x\max}) b}{\rho_m}, \tag{4.1.63}$$

где $\varkappa_2$ — эмпирическая постоянная; ρ, ρ_m — соответственно плотности в струе и на внешней границе потока; $\bar{V}_x$, $\bar{V}_{x\max}$ — скорости потоков.

В отличие от теории Прандтля, согласно которой турбулентная вязкость K отлична от нуля только в потоке с градиентом скорости, из соотношений (4.1.63) следует, что $K \neq 0$, если $\partial \bar{V}_x / \partial y = 0$.

Гипотеза Колмогорова. Турбулентная вязкость характеризуется кинетической энергией пульсаций и некоторым масштабом турбулентности

$$K = k\sqrt{e}\, L, \tag{4.1.64}$$

где $e = 0{,}5(\bar{V'^2_x} + \bar{V'^2_y} + \bar{V'^2_z})$ — величина, пропорциональная кинетической энергии турбулентности; L — масштаб турбулентности, соответствующий среднему размеру турбулентных вихрей; k — эмпирическая постоянная, равная 0,2.

Усложнение физической модели процесса введением дополнительных уравнений для пульсационных величин оправдано, так как это позволяет более глубоко отразить влияние динамических связей на характеристики турбулентности. Появляется возможность связать количественно зарождение и диссипацию пульсационных движений с местными средними характеристиками движения и, таким образом, исследовать с общих позиций более широкий класс течений. Применение этой модели турбулентной вязкости приводит к усложнению используемых выражений и констант и увеличению их, а также требует знания тонкой структуры турбулентных течений.

Модель турбулентной вязкости Ван-Дриста и Клебанова [34, 1970, № 11]. Применима для определения турбулентной вязкости при стационарном пограничном слое. В соответствии с ней пограничный слой делится на внутреннюю и внешнюю области. Для внутренней области применяется модель турбулентности, основанная на гипотезе Прандтля о «пути смешения» с учетом вязкого подслоя, демпфирующего влияние стенки и продольного градиента давления, для внешней области — гипотеза постоянства турбулентной вязкости с учетом коэффициента перемежаемости Клебанова. Турбулентная кинематическая вязкость, входящая в (4.1.55), определяется по следующей зависимости:

$$\nu_{\text{т}} = \begin{cases} (c_1 y)^2 \left\{ 1 - \exp\left[-\dfrac{y}{c_2 \nu} \left(\tau_{\text{ст}} + \dfrac{dp}{dx} \dfrac{y}{\rho} \right)^{1/2} \right] \right\} \left| \dfrac{\partial \overline{V}_x}{\partial y} \right|, & 0 < y \leqslant y_0; \\ c_3 \left[\int\limits_0^\infty (V_\delta - \overline{V}_x) dy \right] \left[1 + c_4 \left(\dfrac{y}{\delta} \right)^6 \right]^{-1}, & y > y_0, \end{cases} \tag{4.1.65}$$

где c — эмпирические постоянные ($c_1 = 0{,}41$; $c_2 = 26$; $c_3 = 0{,}0168$; $c_4 = 5{,}5$); y — ось ординат, направленная перпендикулярно обтекаемой поверхности; y_0 — ордината точки сопряжения двух областей вязкой жидкости, которая выбирается из условия непрерывности вихревой вязкости по толщине пограничного слоя δ.

Формулу (4.1.65) используют и для расчета нестационарного пограничного слоя, считая, что частота турбулентных пульсаций в пограничном слое превышает (на порядок и более) частоту колебаний внешнего потока.

Многие практические задачи связаны с более сложными неавтомодельными течениями газовых потоков, поэтому при решении их необходимо учитывать неравномерность структуры турбулентности, воздействие объемных сил на турбулентность и т. д. К таким сложным типам течения относятся закрученные потоки, струйные течения с химическими реакциями, отрыв пограничных слоев при больших продольных и поперечных градиентах давления. Расчет параметров таких течений необходимо вести с более точными моделями турбулентности.

§ 4.2. ТЕЧЕНИЕ В ОБЛАСТИ ОТРЫВА

Определить параметры отрывных течений, включая нахождение точки отрыва, положения разделяющей линии тока и характеристик потока в области присоединения, возможно в результате численных решений соответствующих систем уравнений (см. § 4.1). Однако сложность структуры течения в области отрыва (в особенности в диапазоне транс- и сверхзвуковых скоростей) вызывает большие математические трудности, не позволяющие пока широко использовать такой подход при решении практических задач. Это и определило появление значительного количества приближенных методов, основанных на применении эмпирических и полуэмпирических зависимостей.

Дозвуковой отрыв. Ламинарный пограничный слой более доступен для математического анализа, чем турбулентный, и характеристики отрывных течений могут быть найдены с большей точностью.

Одним из первых методов определения места зарождения отрыва несжимаемого потока является метод Польгаузена, который послужил основой для других, более эффективных методов. Цель его — нахождение критериальной зависимости, соответствующей условиям отрыва. Основой метода является выбор многочлена, аппроксимирующего профиль скоростей в пограничном слое и удовлетворяющего определенным граничным условиям:

$$V_x/V_\delta = a\bar{y} + b\bar{y}^2 + c\bar{y}^3 + d\bar{y}^4, \tag{4.2.1}$$

в котором $\bar{y} = y/\delta$.

При $y = 0$ имеем $V_x = V_y = 0$. Из уравнения движения следует $\nu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = -V_\delta \frac{\partial V_\delta}{\partial x}$, при $y = \delta$ скорость $V_x = V_\delta$ и $\partial V_x/\partial y = 0$, а $\partial^2 V_x/\partial y^2 = 0$.

Этим граничным условиям соответствуют значения $a = \frac{12+\lambda}{6}$, $b = -\frac{\lambda}{2}$, $c = -\frac{4-\lambda}{2}$, $d = \frac{6-\lambda}{6}$, где $\lambda = \frac{\delta^2}{\nu}\frac{\partial V_\delta}{\partial x}$ (безразмерный параметр).

Подставляя значения коэффициентов a, b, c и d в (4.2.1), получим

$$\frac{V_x}{V_\delta} = \frac{12+\lambda}{6}\bar{y} - \frac{\lambda}{2}\bar{y}^2 - \frac{4-\lambda}{2}\bar{y}^3 + \frac{6-\lambda}{6}\bar{y}^4, \tag{4.2.2}$$

В точке отрыва должно выполняться условие $\tau_{ст} = 0$, т. е. $(\partial V_x/\partial y)_{y=0} = 0$, для которого $\lambda_S = -12$.

Для определения координаты точки отрыва x_S, отсчитываемой от начала зарождения пограничного слоя, необходимо решить уравнение

$$\delta^2 \frac{dV_\delta}{dx} = -12\nu. \qquad (4.2.3)$$

При использовании этого критерия предварительно рассчитываются параметры внешнего потока и пограничного слоя; в той точке, где будет выполняться условие (4.2.3), поток отрывается.

Применив критерий Польгаузена, найдем положение точки отрыва потока в диффузоре с прямолинейными стенками (рис. 4.2.1) при дозвуковом течении несжимаемой жидкости. Скорость потока определим из условия, что в точке O, удаленной на расстояние a от стенок диффузора, расположен плоский точечный источник с расходом q, тогда радиальная составляющая скорости (по направлению радиуса x)

$$V_\delta = \frac{q}{2\pi x} = \frac{Q}{x}, \qquad (4.2.4)$$

где $Q = q/(2\pi)$ Сделав допущения, что параметры Q и a имеют единичную величину, и вычислив интегральное соотношение пограничного слоя (уравнение Кармана), находим толщину пограничного

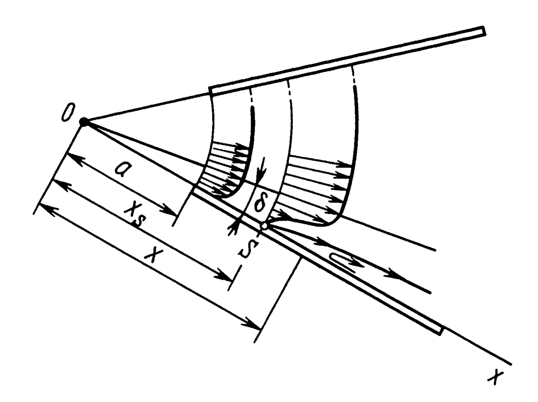


Рис. 4.2.1. Схема течения в плоском диффузоре

Рис. 4.2.2. Определение положения точки отрыва методом Польгаузена

слоя δ на стенках диффузора. Результаты расчета проиллюстрированы на рис. 4.2.2. Производная dV_δ/dx для данного типа течения равна $-1/x^2$. Поэтому уравнение (4.2.3) запишется в виде

$$\frac{\delta^2}{\nu} = 12(x'+1)^2, \qquad (4.2.5)$$

где $x' = x - 1$. Решением этого уравнения будет $x' = 0{,}214$ (рис. 4.2.2) или $x_S = x' + 1 = 1{,}214$.

Более точную зависимость, основанную на результатах численных расчетов, предложил Лойцянский:

$$\delta^{**2} \frac{dV_\delta}{dx} = -0{,}089\nu. \qquad (4.2.6)$$

С помощью критерия (4.2.6) возможно определить условия зарождения отрыва на криволинейной поверхности, например на профиле.

Турбулентный пограничный слой не поддается строгому теоретическому расчету, поскольку механизм турбулентности полностью еще не изучен. Поэтому критерии отрыва основаны, как правило, на экспериментальных данных.

Для определения координаты точки отрыва несжимаемого двухмерного турбулентного потока пользуются эмпирической формулой для местного коэффициента трения [28]

$$c_{fx} = 0{,}246 \cdot 10^{-0{,}678H} \mathbf{Re}_{\delta^{**}}^{-0{,}268}, \tag{4.2.7}$$

где $H = \delta^*/\delta^{**}$.

Положение точки отрыва находится следующим образом. По соотношению (4.2.7) вычисляется зависимость c_{fx} от координаты x (участок AB на рис. 4.2.3). Путем экстраполяции c_{fx} (участок Bf) получают значение x_S, для которого $c_{f_x} = 0$, что соответствует точке отрыва потока.

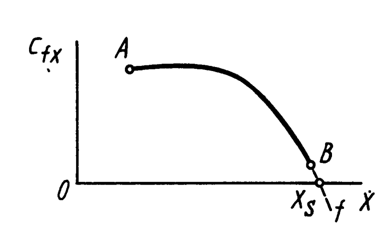


Рис. 4.2.3. Изменение коэффициента трения c_{fx} перед точкой отрыва

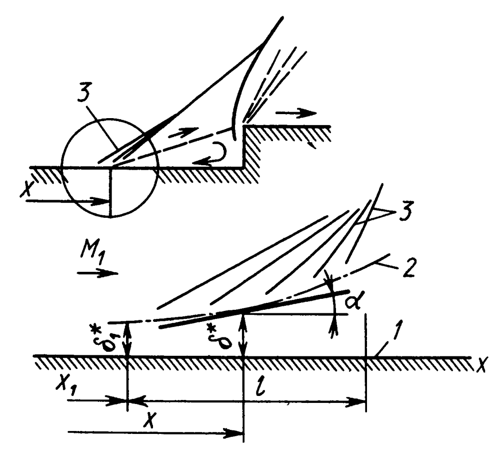


Рис. 4.2.4. Течение в окрестности точки отрыва S:

x_1 — расстояние от начала пограничного слоя до области взаимодействия длины l

Критерием отрыва на крыловом профиле является зависимость [28]

$$\left(\frac{H-1}{H(H+1)}\right)^{H-1} \approx 0{,}2. \tag{4.2.8}$$

В формулы (4.2.7), (4.2.8) входят условные толщины δ^* и δ^{**}, определение которых связано с решением дифференциальных уравнений пограничного слоя.

Сверхзвуковой отрыв. Большой интерес представляет полуэмпирический подход к определению зависимостей давления в областях как ламинарного, так и турбулентного отрыва.

Используется уравнение движения жидкости в пограничном слое до точки отрыва в направлении оси x (рис. 4.2.4)

$$V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial y},$$

которое на обтекаемой поверхности $1 (y = 0,\ V_x = V_y = 0)$ имеет вид

$$\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{y=0} = \frac{\partial \tau_{ст}}{\partial y}. \qquad (4.2.9)$$

Для определения давления в области взаимодействия принимается простейшая модель обтекания «эффективного» тела *2* (рис. 4.2.4) с высотой сечения, равной толщине вытеснения $\delta^*(x)$. Полагая кривизну этого тела небольшой (угол α мал), поток у его поверхности считают слабовозмущенным и применяют известную формулу для коэффициента давления на пластинке, обтекаемой сверхзвуковым линеаризованным потоком под углом $\alpha = d\delta^*/dx$:

$$\bar{p} = \frac{p - p_1}{q_1} = \frac{2\xi(d\delta^*/dx)}{\sqrt{\mathbf{M}_1^2 - 1}}, \qquad (4.2.10)$$

где $\mathbf{M}_1$, q_1 — соответственно число Маха и скоростной напор перед областью взаимодействия; $\xi < 1$ — коэффициент, учитывающий неизэнтропичность течения, вызванную волнами сжатия *3*.

Экспериментальные исследования установили наличие вполне определенного (критического) перепада давления p_S/p_1 или p_p/p_1 в области отрыва, зависящего только от параметров набегающего потока, а также тот факт, что течение в области взаимодействия практически не зависит от внешних условий, т. е. параметры его можно считать функцией только местной координаты (рис. 4.2.4):

$$\bar{x} = (x - x_1)/l.$$

Используя это, синтезируют недостающие уравнения системы:

$$\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{y=0} = \frac{p_{y=0} - p_1}{x - x_1} f_1(\bar{x}), \qquad (4.2.11)$$

$$\frac{\partial \tau_{ст}}{\partial y} = \frac{\tau_{ст\,1}}{\delta_1^*} f_2(\bar{x}), \qquad (4.2.12)$$

$$\frac{d\delta^*}{dx} = \frac{\delta_1^*}{x - x_1} f_3(\bar{x}), \qquad (4.2.13)$$

$$\frac{p_{y=0} - p_1}{p - p_1} = f_4(\bar{x}), \qquad (4.2.14)$$

где $p_{y=0}$ — давление на обтекаемой поверхности; $\tau_{\text{ст}1}$ — напряжение трения в начале области взаимодействия; $f_1(\bar{x})$, $f_2(\bar{x})$, $f_3(\bar{x})$, $f_4(\bar{x})$ — неизвестные функции.

Подставляя уравнения (4.2.11) и (4.2.12) в (4.2.9), а (4.2.13) в (4.2.10) и перемножая левые и правые части полученных двух уравнений, а также (4.2.14), будем иметь

$$\frac{p_{y=0}-p}{x-x_1} f_1(\bar{x}) \frac{p-p_1}{q_1} \frac{p_{y=0}-p_1}{p-p_1} =$$

$$= \frac{\tau_{\text{ст}1}}{\delta_1^*} f_2(\bar{x}) \frac{2\xi\delta_1^*}{\sqrt{\mathbf{M}_1^2-1}\,(x-x_1)} f_3(\bar{x}) f_4(\bar{x}),$$

откуда коэффициент давления на обтекаемой поверхности

$$\bar{p}_{y=0} = \frac{p_{y=0}-p_1}{q_1} = \sqrt{2\frac{f_2(\bar{x})f_3(\bar{x})f_4(\bar{x})\xi\tau_{\text{ст}1}}{f_1(\bar{x})q_1\sqrt{\mathbf{M}_1^2-1}}}. \qquad (4.2.15)$$

Заменяя в (4.2.15) неизвестные функции и коэффициент ξ одной функцией $F(\bar{x}) = \sqrt{[f_2(\bar{x})f_3(\bar{x})f_4(\bar{x})\xi]/f_1(\bar{x})}$, получим

$$\bar{p}_{y=0} = F(\bar{x}) \frac{\sqrt{2}\, c_{fx}^{0,5}}{(\mathbf{M}_1^2-1)^{0,25}}, \qquad (4.2.16)$$

где местный коэффициент трения $c_{fx} = \tau_{\text{ст}1}/q_1$ может находиться по известным формулам соответственно для ламинарного и турбулентного пограничных слоев

$$c_{fx} = 0{,}664\,\mathbf{Re}_{x_1}^{-0,5}, \qquad (4.2.17)$$

$$c_{fx} = 0{,}0578\,\mathbf{Re}_{x_1}^{-0,2}, \qquad (4.2.18)$$

в которых $\mathbf{Re}_{x_1} = V_1 x_1/\nu_1$ — число Рейнольдса в начале области взаимодействия.

По данным замера давлений на обтекаемой поверхности в пределах области взаимодействия [57] с помощью (4.2.16) и (4.2.17) или (4.2.18) найдена функция $F(\bar{x})$ соответственно для ламинарного и турбулентного пограничных слоев, значения которой для конца области взаимодействия в этих случаях оказались равными $F_{\text{л}}(1) = 1{,}47$ и $F_{\text{т}}(1) = 6{,}00$, что позволило получить формулы для коэффициента давления в области «плато»: при ламинарном отрыве

$$\bar{p}_p = \frac{1{,}69}{\mathbf{Re}_{x_1}^{0,25}(\mathbf{M}_1^2-1)^{0,25}}, \qquad (4.2.19)$$

при турбулентном отрыве

$$\bar{p}_p = \frac{2{,}04}{\mathbf{Re}_{x_1}^{0,1}(\mathbf{M}_1^2-1)^{0,25}}. \qquad (4.2.20)$$

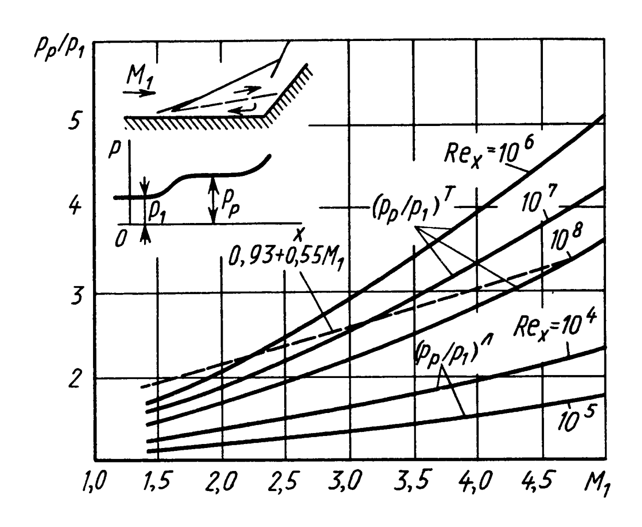


Рис. 4.2.5. Давление в области отрывного течения

Зависимости (4.2.19) и (4.2.20) позволяют находить «критический» перепад давлений

$$p_p/p_1 = 1 + \bar{p}_p k_1 \mathbf{M}_1^2/2 \qquad (4.2.21)$$

в отрывных течениях по параметрам потока перед точкой отрыва, что дает возможность, используя зависимости теории скачков уплотнения, по k_1, $\mathbf{M}_1$ и p_p/p_1 определять углы скачка θ_c и поворота потока β, а также число $\mathbf{M}_2$ за ним.

Отметим, что для приближенных расчетов турбулентного сверхзвукового плоского отрывного течения можно применять зависимость

$$p_p/p_1 = 0{,}93 + 0{,}55\mathbf{M}_1, \qquad (4.2.22)$$

не учитывающую сравнительно слабое влияние числа $\mathbf{Re}_{x_1}$ и полученную обобщением результатов многих экспериментальных исследований [30, 1984, № 11; 33, 1968, № 6] при $\mathbf{M}_1 = 2...4$. Результаты расчетов по формулам (4.2.19), (4.2.20), (4.2.22) приведены на рис. 4.2.5.

§ 4.3. ТЕЧЕНИЕ В ОБЛАСТИ СМЕШЕНИЯ

Область смешения характеризуется, как правило, постоянным давлением. Расчет течения в ней связан с определением профиля скорости в вязком слое, а также с положением линий тока в пространстве. Решение задачи о развитии оторвавшегося пограничного слоя в области смешения может быть выполнено на основе численного интегрирования уравнений пограничного слоя при соответствующих граничных условиях, либо упрощено путем сведения уравнений пограничного слоя к уравнениям, имеющим аналитические решения, либо, наконец, с помощью простых интегральных методов.

Оторвавшийся пограничный слой по своим характеристикам близок к струйному течению, для которого в первом приближении полагают, что безразмерный профиль продольной составляющей осредненной скорости является универсальным для широкого класса течений.

Для описания универсальных профилей скорости подбирают приближенные аналитические зависимости. В работах Г. Шлихтинга

впервые был предложен профиль скорости для зоны смешения в виде

$$\varphi = \frac{V_x}{V_\delta} = 1 - (1 - \bar{y}^{3/2})^2, \qquad (4.3.1)$$

где $\bar{y} = (y - y_{\varphi=0})/b$ — безразмерная координата (рис. 4.3.1); b — ширина струйного слоя смешения. Эта зависимость удовлетворяет следующим условиям на границах: при $y = y_{\varphi=0}$ имеем $\bar{y} = 0$ и $\varphi = 0$; при $|y| + |y_{\varphi=0}| = b$ имеем $\bar{y} = 1$ и $\varphi = 1$.

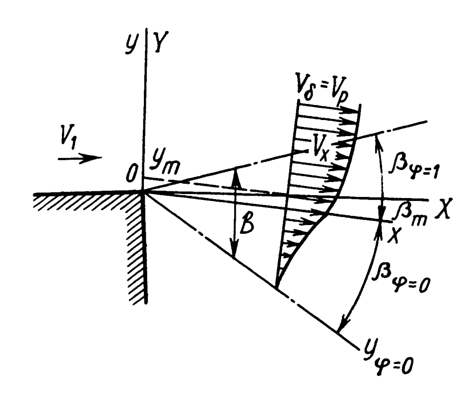


Рис. 4.3.1. Системы координат, используемые для расчета смешения двухмерных струй

В соответствии с интегральным методом, разработанным Г. Н. Абрамовичем, зависимость для поперечного размера слоя смешения (рис. 4.3.1) представляется соотношением [2]

$$db/dx = \text{const} \text{ или } b = cx, \qquad (4.3.2)$$

т. е. толщина его пропорциональна удалению от начального сечения. Коэффициент c определяется экспериментально.

В неавтомодельном течении предполагается выполнение локального подобия, в соответствии с чем можно пользоваться выражением (4.3.2), которое в сочетании с условием сохранения избыточного импульса и выражением для профиля скорости позволяет определить параметры течения в каждом сечении струйного слоя смешения.

Рассмотрим аналитическое решение задачи о смешении потоков в области отрыва. Перед точкой отрыва имеем плоский установившийся поток сжимаемой жидкости с турбулентным пограничным слоем толщиной δ. Параметры оторвавшегося потока (например, за точкой излома образующей на рис. 4.3.1) в области смешения имеют следующие значения: p_p, $V_p = V_\delta$, ρ_p, T_p. Требуется определить профиль скорости V_x в области смешения и положение его относительно свободной границы невязкого потока.

При решении дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих свободный вязкий слой, целесообразно использовать некоторую вспомогательную систему координат xOy, ось x в которой направлена по линии тока (рис. 4.3.1). Уравнение движения с учетом вязкости можно записать в виде

$$V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial y}. \qquad (4.3.3)$$

Упростим уравнение (4.3.3), считая течение слабовозмущенным. Для этого составляющие скорости V_x, V_y запишем как $V_x = V_\delta + V'_x$, $V_y = V'_y$, где V'_x, V'_y — возмущающие скорости, малые по сравнению

со скоростью V_δ. Принимая также для области смешения $p = \text{const}$, вместо (4.3.3) будем иметь

$$\left(V_\delta + V'_x\right)\frac{\partial(V_\delta + V'_x)}{\partial x} + V'_y\frac{\partial(V_\delta + V'_x)}{\partial y} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial y}.$$

Отбрасывая в этом уравнении члены второго порядка малости, получим

$$V_\delta\frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial y}. \qquad (4.3.4)$$

Полагая, что процесс смешения — изоэнергетический и теплообмен отсутствует, а число **Pr** = 1, получим из (4.3.4) упрощенное уравнение движения (турбулентный аналог уравнения Озеена [29])

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{V_\delta}\frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}, \qquad (4.3.5)$$

где $\varepsilon = \frac{1}{2\sigma^2}\bar{x}\delta V_\delta f(\bar{x})$ — коэффициент турбулентной вязкости, определяемый из упрощенной формулы Прандтля для свободной турбулентности; σ — параметр подобия (или коэффициент смешения); $f(\bar{x})$ — некоторая функция координаты $\bar{x} = x/\delta$ ($f(\bar{x}) \to 1$ при $\bar{x} \to \infty$). Введем безразмерные параметры $\varphi = V_x/V_\delta$ и $\bar{y} = y/\delta$, преобразуем уравнение (4.3.5) к новым переменным, заменив первую и вторую производные соответственно выражениями

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{\partial V_x}{\partial \bar{x}}\frac{d\bar{x}}{dx} = \frac{1}{\delta}\frac{\partial V_x}{\partial \bar{x}} = \frac{V_\delta}{\delta}\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{x}},$$

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} = \frac{V_\delta \partial^2 \varphi}{\partial y^2} = V_\delta\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{y}}\frac{d\bar{y}}{dy}\right) =$$
$$= \frac{V_\delta}{\delta}\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{y}}\right)\frac{d\bar{y}}{dy} = \frac{V_\delta}{\delta^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \bar{y}^2},$$

получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{x}} = \frac{\bar{x}f(\bar{x})}{2\sigma^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \bar{y}^2}. \qquad (4.3.6)$$

Используя новую переменную $\xi = \frac{1}{2\sigma^2}\int_0^{\bar{x}} \bar{x}f(\bar{x})d\bar{x}$, можно привести уравнение (4.3.6) к виду

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \bar{y}^2}, \qquad (4.3.7)$$

которое решается при следующих граничных условиях:

$$\left.\begin{aligned} &\varphi(0, \bar{y}) = 0 && \text{при} \quad -\infty < \bar{y} < 0, \\ &\varphi(0, \bar{y}) = \varphi_2 && \text{при} \quad 0 \leqslant \bar{y} \leqslant 1, \\ &\varphi(0, \bar{y}) = 1 && \text{при} \quad 1 < \bar{y} < +\infty, \end{aligned}\right\} \text{(если} \quad x = 0)$$

$$\varphi(\xi, -\infty) \to 0 \quad \text{при} \quad \xi > 0,$$
$$\varphi(\xi, +\infty) \to 1 \quad \text{при} \quad \xi > 0.$$

Решение уравнения (4.3.7) [32, 1957, № 5] записывается как

$$\varphi(\xi, \bar{y}) = \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}(\eta - \eta_p)\right] + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{\eta - \eta_p}^{\eta} \varphi_2\left(\frac{\eta - z}{\eta_p}\right) e^{-z^2} dz, \quad (4.3.8)$$

где $\eta_p = 1/(2\sqrt{\xi})$ — параметр положения; $\eta = \bar{y}\eta_p$; z — переменная интегрирования. При расчетах второе слагаемое уравнения (4.3.8) можно не учитывать, если $\eta_p = 0$ (т. е. $\xi \to \infty$), так как $f(\bar{x}) \to 1$ ($\bar{x} \to \infty$), а следовательно, $\delta \to 0$. Поэтому для течений, имеющих перед точкой отрыва малую толщину пограничного слоя, справедливо равенство

$$\varphi = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{erf}\eta). \quad (4.3.9)$$

Учитывая принятые допущения, получим

$$\lim_{\delta \to 0} \eta = \lim_{\delta \to 0} (\bar{y}\eta_p) = \lim_{\delta \to 0} \frac{y}{\delta} \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2\sigma^2}\int\limits_0^{\bar{x}} \bar{x} f(\bar{x}) d\bar{x}}} = \sigma \frac{y}{x},$$

т. е. при $\delta \to 0$

$$\eta = \sigma \frac{y}{x}. \quad (4.3.10)$$

При $\eta = 0$ и $y = 0$ получаем $\varphi = 0{,}5$, т. е. ось x условно совпадает с линией тока, на которой $V_x = 0{,}5 V_\delta$.

Для нахождения положения оси x вводится вспомогательная система координат XOY, ось X которой направлена вдоль границы невязкой струи (рис. 4.3.1), определяемой как некоторая гипотетическая струя без трения, движущаяся со скоростью $V_\delta = V_p$ и расширяющаяся при том же давлении p_p, что и действительная «вязкая» струя. Координаты x, y со вспомогательными связаны соотношениями $x = X$, $Y = y - y_m(x)$, где $y_m(x)$ находится из уравнения количества движения вдоль оси x ($y_m(0) = 0$)

$$\int\limits_0^{\delta} \rho_p V_p^2 dy - \int\limits_0^{\delta} \rho V'^2_x dy = \rho_p V_p^2 y_{\varphi=1} - \left(\int\limits_{-\infty}^{y_{\varphi=1}} \rho V_x^2 dy + y_m \rho_p V_p^2 \right), \quad (4.3.11)$$

где V'_x — скорость в пограничном слое.

Левая часть (4.3.11) представляет собой количество движения, теряемое за счет существования пограничного слоя, правая — за счет процесса смешения. Приведем уравнение (4.3.11) к виду, удобному для вычислений:

$$\rho_p V_p^2 y_m = \rho_p V_p^2 y_{\varphi=1} - \int\limits_{-\infty}^{y_{\varphi=1}} \rho V_x^2 dy + \int\limits_0^{\delta} \rho V'^2_x dy - \int\limits_0^{\delta} \rho_p V_p^2 dy.$$

К левой части этого уравнения прибавим и вычтем $\int_0^\delta \rho V'_x V_p dy$:

$$\rho_p V_p^2 y_m = \rho_p V_p^2 y_{\varphi=1} - \int_{-\infty}^{y_{\varphi=1}} \rho V_x^2 dy + \int_0^\delta \rho V'^2_x dy - \int_0^\delta \rho V'_x V_p dy - \int_0^\delta \rho_p V_p^2 dy + \\ + \int_0^\delta \rho V'_x V_p dy,$$

или

$$\rho_p V_p^2 y_m = \rho_p V_p^2 y_{\varphi=1} - \int_{-\infty}^{y_{\varphi=1}} \rho V_x^2 dy - \Big[\int_0^\delta \rho V'_x (V_p - V'_x) dy + \\ + \int_0^\delta \rho_p V_p^2 \Big(1 - \frac{\rho}{\rho_p} \frac{V'_x}{V_p}\Big) dy \Big],$$

откуда

$$y_m = y_{\varphi=1} - \int_{-\infty}^{y_{\varphi=1}} \frac{\rho V_x^2}{\rho_p V_p^2} dy - \Big[\int_0^\delta \frac{\rho V'_x}{\rho_p V_p} \Big(1 - \frac{V'_x}{V_p}\Big) dy + \\ + \int_0^\delta \Big(1 - \frac{\rho V'_x}{\rho_p V_p}\Big) dy \Big] = y_{\varphi=1} - \int_{-\infty}^{y_{\varphi=1}} \frac{\rho V_x^2}{\rho_p V_p^2} dy - (\delta^* + \delta^{**}).$$

(4.3.12)

Переходя к безразмерным координатам $\eta = \sigma y/x$ и принимая $\delta \to 0$, получим

$$\eta_m = \eta_{\varphi=1} - \int_{-\infty}^{\eta_{\varphi=1}} \frac{\rho V_x^2}{\rho_p V_p^2} d\eta. \tag{4.3.13}$$

Умножим числитель и знаменатель подынтегрального выражения на плотность заторможенного потока ρ_0:

$$\eta_m = \eta_{\varphi=1} - \frac{\rho_0}{\rho_p} \int_{-\infty}^{\eta_{\varphi=1}} \frac{\rho V_x^2}{\rho_0 V_p^2} d\eta. \tag{4.3.14}$$

Отношения плотностей (при условии $p_p = \rho_p R T_p = \text{const}$)

$$\rho_0/\rho_p = T_p/T_0 = (1 - V_p^2/V_{\max}^2) = 1 - \mathbf{Cr}_p^2, \tag{4.3.15}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \Big(1 - \frac{V_x^2}{V_{\max}^2}\Big) = 1 - \mathbf{Cr}_p^2 \varphi^2, \tag{4.3.16}$$

где $\mathbf{Cr} = V/V_{\max}$ — относительная скорость (число Крокко). С учетом проведенных преобразований выражение (4.3.14) примет вид

$$\eta_m = \eta_{\varphi=1} - (1 - \mathbf{Cr}_p^2) \int_{-\infty}^{\eta_{\varphi=1}} \frac{\varphi^2}{1 - \mathbf{Cr}_p^2 \varphi^2} d\eta. \tag{4.3.17}$$

Из выражения (4.3.17) для несжимаемой жидкости [32, 1966, № 1) получена приближенная зависимость

$$y_m^* = \frac{x_m^*}{\sigma^*}(0{,}3989 + 0{,}0826\mathbf{Cr}_p^2), \qquad (4.3.18)$$

где x^* — абсцисса рассматриваемого сечения; σ^* — коэффициент смешения для несжимаемой жидкости, равный 12. (Здесь и далее индексом $*$ обозначаются параметры несжимаемой жидкости.)

Для определения углового рассогласования осей x и X проведем преобразование координат, позволяющее пересчитать параметры сжимаемой жидкости к несжимаемой и наоборот.

Так как для области смешения $p = \mathrm{const}$, то уравнение движения будет

$$V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial y}. \qquad (4.3.19)$$

Примем, что функции тока сжимаемой ψ и несжимаемой ψ^* жидкостей одинаковы, а координаты связаны соотношениями $x^* = G(x)$, $y^* = \int\limits_0^y (\rho/\rho^*)dy$, где $G(x)$ — некоторая функциональная зависимость. Используя указанные соотношения, определим

$$\left.\begin{aligned} {}^*_x &= \frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{dy}{dy^*} = \frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\rho^*}{\rho} = V_x, \\ \frac{\partial V_x^*}{\partial x^*} &= \frac{\partial V_x}{\partial x}\frac{dx}{dx^*} = \frac{\partial V_x}{\partial x}\frac{1}{dG(x)/dx}; \\ V_y^* &= -\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{1}{dG(x)/dx}\frac{\rho^*}{\rho}\frac{\rho}{\rho^*} = \\ &= V_y\frac{1}{dG(x)/dx}\frac{\rho}{\rho^*}; \\ \frac{\partial V_x^*}{\partial y^*} &= \frac{\partial V_x}{\partial y}\frac{dy}{d} = \frac{\partial V_x}{\partial y}\frac{\rho^*}{\rho}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.3.20)$$

Допуская равенство $\frac{\partial\tau^*}{\partial y^*} = \frac{\partial\tau}{\partial y}$, подставим полученные соотношения (4.3.20) в уравнение движения:

$$V_x^*\frac{dG(x)}{dx}\frac{\partial V_x^*}{\partial x^*} + V_y^*\frac{dG(x)}{dx}\frac{\partial V_x^*}{\partial y^*} = \frac{\rho^*}{\rho}\frac{\partial\tau^*}{\partial y^*}\frac{1}{\rho^*}. \qquad (4.3.21)$$

Сравнивая (4.3.19) и (4.3.21), получим $dG(x)/dx = \rho^*/\rho = 1 - \mathbf{Cr}^2$, или

$$x^* = (1 - \mathbf{Cr}^2)x. \qquad (4.3.22)$$

Для внутренней границы зоны смешения при $\varphi \leqslant 0{,}5$ с достаточной степенью точности можно принять, что

$$y = y^*.$$

С учетом указанных преобразований вместо (4.3.18) получаем

$$\beta_m \approx \frac{y_m}{x_m} = \frac{y_m^*}{x_m^*}(1 - \mathrm{Cr}_p^2) = \frac{1 - \mathrm{Cr}_p^2}{\sigma^*}(0{,}3989 + 0{,}0826\mathrm{Cr}_p^2) =$$

$$= (1 - \mathrm{Cr}_p^2)(0{,}033 + 0{,}0069\mathrm{Cr}_p^2). \qquad (4.3.23)$$

Границы струйного профиля скорости определяются по соотношениям

$$\beta_{\varphi=0} = \frac{\eta^*}{\sigma^*}(1 - \mathrm{Cr}_p^2), \qquad (4.3.24)$$

$$\beta_{\varphi=1} = \frac{1}{12}(1 - \mathrm{Cr}_p^2)\int\limits_0^{\eta^*_{\varphi=1}}(1 - \mathrm{Cr}_p^2\varphi^2)d\eta^*. \qquad (4.3.25)$$

Значение коэффициента σ, характеризующего скорость нарастания толщины вихревого слоя и определяемого по профилю скорости на оси смешения, довольно быстро (на расстоянии примерно $1{,}5\delta$) достигает своего предельного значения (рис. 4.3.2). Для учета сжимаемости вводится поправка, зависящая от **M** на свободной границе струи. Например, наиболее часто применяется формула $\sigma = 12 + 2{,}758\,\mathbf{M}$. Как показали исследования, профиль скорости описывает не только турбулентное, но и ламинарное смешения. Различие заключается лишь в определении коэффициента σ, входящего в формулу (4.3.10).

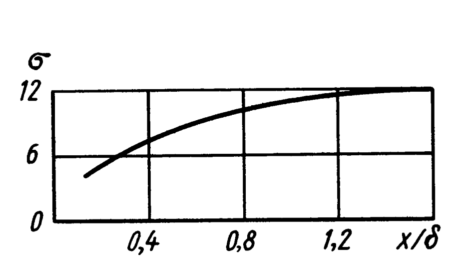


Рис. 4.3.2. Изменение параметра подобия σ вблизи точки отрыва

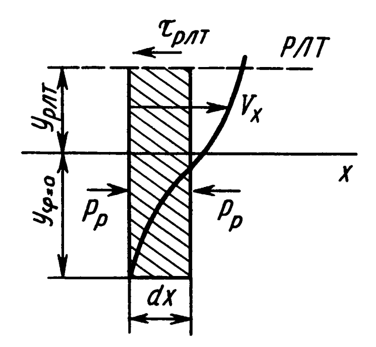


Рис. 4.3.3. Элементарный контрольный объем в области смешения

Найдем выражение для σ в случае ламинарного режима течения в области смешения. С этой целью рассмотрим изменение количества движения за единицу времени в элементарном объеме единичной ширины длиной dx, простирающемся от разделяющей линии тока до нижней границы области смешения (рис. 4.3.3), и приравниваем его в соответствии с законом сохранения внешним силам, приложенным к этому объему:

$$\int\limits_{y_{\varphi=0}}^{y_{\text{рлт}}} \rho V_x^2 dy = \int\limits_0^x \tau_{\text{рлт}} dx. \qquad (4.3.26)$$

В формуле (4.3.26) координата $y_{\varphi=0}$ соответствует внутренней границе зоны смещения, $\tau_{\text{рлт}}$ — напряжение трения на разделяющей линии тока. Равнодействующая от сил давления, приложенных к объему, равна нулю, так как течение в области смешения безградиентное (изобарическое).

Преобразуем левую часть (4.3.26) подобно тому, как это было сделано с выражением (4.3.14):

$$\frac{\rho_0 V_p^2 x}{\sigma} \int\limits_{\eta_{\varphi=0}}^{\eta_{\text{рлт}}} \frac{\varphi^2 d\eta}{1 - \mathrm{Cr}_p^2 \varphi^2} = \frac{\rho_0 V_p^2 x}{\sigma} J(\eta_{\text{рлт}}), \qquad (4.3.27)$$

где $J(\eta) = \int\limits_{\eta_{\varphi=0}}^{\eta} \frac{\varphi^2 d\eta}{1 - \mathrm{Cr}_p^2 \varphi^2}$ — функция, которая, согласно принятому ранее допущению о независимости профиля скорости $\varphi = (1/2)(1 + \mathrm{erf}\,\eta)$ от координаты x, также не зависит от нее; $\eta_{\varphi=0} = -\infty$.

Учитывая это, продифференцируем (4.3.26) после подстановки в него (4.3.27):

$$\rho_0 V_p^2 J(\eta_{\text{рлт}}) d(x/\sigma) = \tau_{\text{рлт}} dx. \qquad (4.3.28)$$

Для ламинарной области смешения

$$\tau_{\text{рлт}} = \mu_{\text{рлт}} \partial V_x / \partial y = \mu_{\text{рлт}} \frac{V_p \sigma}{x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right)_{\eta_{\text{рлт}}}, \qquad (4.3.29)$$

где

$$\mu_{\text{рлт}} = \mu_p (T_{\text{рлт}} / T_p)^n \qquad (4.3.30)$$

— динамическая вязкость жидкости на разделяющей линии тока (μ_p — динамическая вязкость в потоке, поступающем в область смешения); $(\partial\varphi/\partial\eta)_{\eta_{\text{рлт}}}$ — значение производной $\partial\varphi/\partial\eta$ на разделяющей линии тока.

Отношение температур на разделяющей линии тока и в потоке перед смешением, входящее в (4.3.30),

$$T_{\text{рлт}} / T_p = \rho_p / \rho_{\text{рлт}} = (1 - \mathrm{Cr}_p^2 \varphi_{\text{рлт}}^2) / (1 - \mathrm{Cr}_p^2). \qquad (4.3.31)$$

Подставив (4.3.29) в (4.3.28), получим

$$\rho_0 V_p^2 J(\eta_{\text{рлт}}) d(x/\sigma) = \mu_{\text{рлт}} V_p (\partial\varphi/\partial\eta)_{\eta_{\text{рлт}}} (\sigma/x) dx.$$

Проинтегрируем это равенство в пределах от 0 до x:

$$\sigma = \left[\frac{V_p \rho_0 J(\eta_{\text{рлт}})}{2\mu_{\text{рлт}} (\partial\varphi/\partial\eta)_{\eta_{\text{рлт}}}} x \right]^{0,5}, \qquad (4.3.32)$$

Подставим (4.3.31) в (4.3.30), а полученное значение $\mu_{\text{рлт}}$ — в (4.3.32). Учтем также, что $\rho_0 = \rho_p (1 - \mathrm{Cr}_p^2)$, а $\mu_p / \rho_p = \nu_p$. Тогда

вместо (4.3.32) будем иметь окончательное выражение для определения коэффициента смешения

$$\sigma = \left[\frac{V_p J(\eta_{\text{рлт}})\,(1-\mathrm{Cr}_p^2)^{n+1}}{2\nu_p(\partial\varphi/\partial\eta)_{\eta_{\text{рлт}}}(1-\mathrm{Cr}_p^2\varphi_{\text{рлт}}^2)^n}\,x\right]^{0,5}, \qquad (4.3.33)$$

которое позволяет находить зависимость $\sigma(x)$ вдоль любой разделяющей линии тока с безразмерной координатой $\eta_{\text{рлт}}$.

Ширину области смешения можно вычислить по формуле

$$b = 2\eta_R x/\sigma, \qquad (4.3.34)$$

в которой обычно принимают $\eta_R = \pm 1{,}530$ (вместо $\pm\infty$), что отвечает значениям безразмерной скорости соответственно на верхней и нижней границах области смешения $\varphi = 0{,}9845$ и $0{,}0154$.

К числу основных характеристик зоны смешения следует отнести скорость на разделяющей линии тока $V_{\text{рлт}}$ и положение этой линии относительно рассматриваемой системы координат.

В силу предположения об автомодельности задачи относительная скорость $\varphi_{\text{рлт}}$ на разделяющей линии тока не зависит от расстояния до начального сечения. Положение разделяющей линии тока определяется из условия [49, TN 3869, 1957]: *для установившегося процесса масса газа, циркулирующего в зоне отрывного течения, постоянна.* Это означает, что масса газа, попадающего из невозмущенного потока в зону смешения, должна быть равной той, которая проходит выше разделяющей линии тока, т.е. покидает застойную зону (рис. 4.3.4).

Считая, что перед точкой отрыва пограничный слой имеет бесконечно малую толщину, и пренебрегая силой трения на внешней границе зоны смешения, получим для безградиентного течения ($p_p = \mathrm{const}$) изменение количества движения газа в единицу времени, равное нулю, т. е.

$$\dot{m}_{\text{пр}} V_p - \int\limits_{y_{\varphi=0}}^{y_{\varphi=1}} \rho V_x^2 dy = 0, \qquad (4.3.35)$$

где $\dot{m}_{\text{пр}}$ — масса газа, поступающего в зону смешения в единицу времени; V_p — скорость потока в начальном сечении зоны смешения, равная скорости на внешней границе.

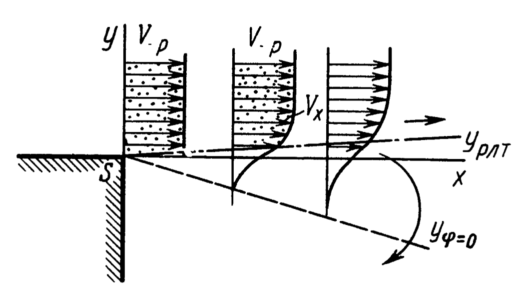


Рис. 4.3.4. Схема к определению положения разделяющей линии тока

Из уравнения (4.3.35) находим

$$\dot{m}_{\text{пр}} = \frac{1}{V_p}\int\limits_{y_{\varphi=0}}^{y_{\varphi=1}} \rho V_x^2 dy. \qquad (4.3.36)$$

Масса газа, проходящего в единицу времени выше разделяющей линии тока,

$$\dot{m}_{yx} = \int\limits_{y_{\text{рлт}}}^{y_{\varphi=1}} \rho V_x dy. \qquad (4.3.37)$$

Согласно условию $\dot{m}_{\text{пр}} = m_{yx}$, получим

$$\int\limits_{y_{\varphi=0}}^{y_{\varphi=1}} \rho V_x^2 dy = V_p \int\limits_{y_{\text{рлт}}}^{y_{\varphi=1}} \rho V_x dy. \qquad (4.3.38)$$

После приведения (4.3.38) к безразмерному виду, как это делалось ранее, получим

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi^2 d\eta}{1 - \mathbf{Cr}_p^2 \varphi^2} = \int\limits_{\eta_{\text{рлт}}}^{+\infty} \frac{\varphi d\eta}{1 - \mathbf{Cr}_p^2 \varphi^2}. \qquad (4.3.39)$$

Выражение (4.3.39) содержит одну неизвестную величину $\eta_{\text{рлт}}$, которую можно легко определить численным интегрированием на ЭВМ. Скорость вдоль линии тока может быть рассчитана по (4.3.9).

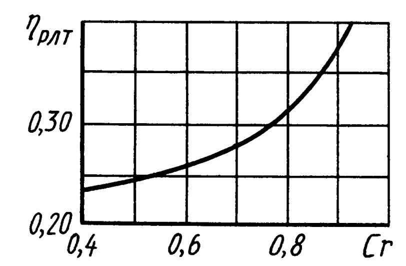


Рис. 4.3.5. Безразмерная координата разделяющей линии тока

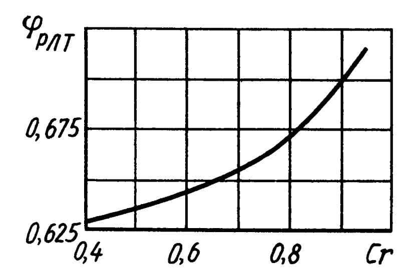


Рис. 4.3.6. Зависимость относительной скорости вдоль разделяющей линии тока от числа **Cr** во внешнем потоке

Решение уравнения (4.3.39) в виде зависимостей $\eta_{\text{рлт}}$ (**Cr**) и $\varphi_{\text{рлт}} = \frac{1}{2}(1 + \text{erf}\,\eta_{\text{рлт}})$ проиллюстрировано на рис. 4.3.5, 4.3.6.

Безразмерную скорость вдоль разделяющей линии тока можно представить в виде аппроксимирующих полиномов ($k = c_p/c_v = 1{,}4$) от числа $\mathbf{M}_p$ на внешней границе зоны смешения:

$$\varphi_{\text{рлт}} = \begin{cases} 0{,}0215\mathbf{M}_p + 0{,}605 \quad (1 \leqslant \mathbf{M}_p \leqslant 3{,}5), \\ -1{,}36 \cdot 10^{-4}\mathbf{M}_p^3 + 1{,}08 \cdot 10^{-3}\mathbf{M}_p^2 + 0{,}014\mathbf{M}_p + 0{,}623 \\ \qquad (3{,}5 < \mathbf{M}_p \leqslant 8). \end{cases} \qquad (4.3.40)$$

Для получения более удовлетворительных расчетных результатов было учтено наличие начального пограничного слоя за счет переноса начала зоны смешения вверх по потоку от точки отрыва S на величину S^* в точку O. Как показано на рис. 4.3.7, роль начального пограничного слоя выполняет эквивалентный переходный слой

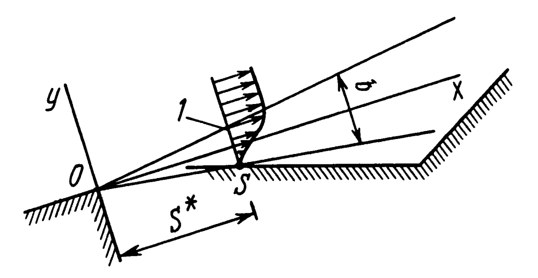


Рис. 4.3.7. Смещение точки отрыва

смешения *1*. Было найдено, что $S^* \approx 30\delta_1^{**}$ (здесь δ_1^{**} — толщина потери импульса перед точкой отрыва).

§ 4.4. ПРИСОЕДИНЕНИЕ ОТОРВАВШЕГОСЯ ПОТОКА

Для определения параметров течения в отрывных зонах необходим расчет давления и других характеристик в области присоединения.

В первых попытках расчета донного давления за уступами при сверхзвуковых скоростях использовалось предположение, что *давление торможения на разделяющей линии тока* $(p_0)_{\text{рлт}}$ *равно статическому давлению, достигаемому после присоединения в конце сжатия, т. е. за соответствующим скачком уплотнения* $(p_{\text{ск}})$.

Около критической точки присоединения ($V_{\text{рлт}} = 0$), куда попадает разделяющая линия тока, происходит разветвление потока: часть его движется вниз по течению вдоль обтекаемой поверхности, а другая поступает в циркуляционную зону, образуя возвратное течение.

Если полагать, что при торможении потока в области присоединения образуется скачок уплотнения, то именно на разделяющей линии тока давление торможения окажется равным противодавлению в присоединившейся части потока. Действительно, тогда в область за точку присоединения сумеет попасть лишь газ, находящийся выше разделяющей линии тока, обладающей бо́льшим, чем за скачком уплотнения, давлением торможения.

Это условие присоединения известно как гипотеза Корста — Чепмена [49, TN 3869, 1957], в соответствии с которой полное давление на разделяющей линии тока *1* в точке присоединения *R* (рис. 4.4.1) равно давлению за скачком уплотнения:

$$(p_0)_{\text{рлт}} = p_p\left(1 + \frac{k-1}{2}\mathbf{M}_{\text{рлт}}^2\right)^{\frac{k}{k-1}} = p_{\text{ск}}, \qquad (4.4.1)$$

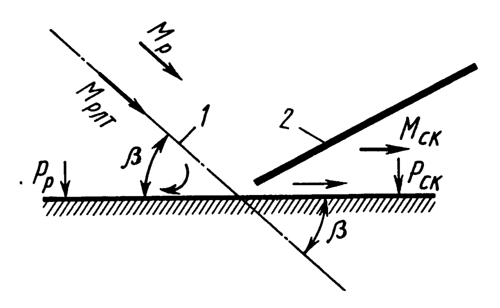


Рис. 4.4.1. Присоединение оторвавшегося сверхзвукового потока

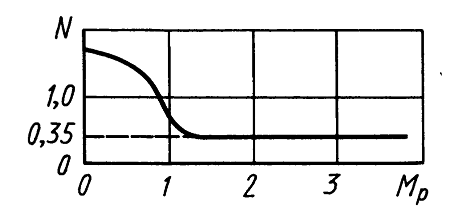


Рис. 4.4.2. Зависимость параметра N от числа $\mathbf{M}_p$

где p_p — давление в области смешения; $\mathrm{M}_{\text{рлт}}$ — число M на разделяющей линии тока; $p_{\text{ск}}$ — давление за скачком уплотнения *2*, определяемое по формулам теории скачков уплотнения, в которых должны быть известны число M_p во внешней части оторвавшегося потока (вне области смешения) и угол встречи его с обтекаемой поверхностью β.

Условие присоединения (4.4.1) может быть использовано не только при турбулентном, но и при ламинарном течении в области смешения. Рассчитанные по этому критерию значения давления в зоне отрыва согласуются с экспериментальными данными при числах $\mathrm{Re}_x > 10^6$. При меньших числах Re_x, когда пограничный слой перед областью отрыва значителен, расхождение теоретических значений с экспериментальными данными получается большим. То же самое наблюдается и в случаях присоединения под малыми углами β, когда протяженность области присоединения велика.

Известны и другие условия присоединения: так, на основе анализа экспериментальных данных, полученных в основном для турбулентного течения в зоне смешения, был определен некоторый критерий N (параметр Неша) [39, 1963, № 3344], представляющий собой отношение разницы между давлением в точке присоединения p_R и в области отрыва p_p к полному перепаду давления в области присоединения:

$$N = (p_R - p_p)/(p_{\text{ск}} - p_p). \tag{4.4.2}$$

Зависимость величины N от числа M показана на рис. 4.4.2. При расчетах сверхзвуковых течений принимается $N = 0{,}35$, поэтому давление в области присоединения определяется соотношением

$$p_R = 0{,}65 p_p + 0{,}35 p_{\text{ск}}. \tag{4.4.3}$$

В качестве условия присоединения, устанавливающего связь кинематических и геометрических параметров, применяется зависимость [35, 1969, № 69—68].

$$\alpha/\beta_S = 0{,}5[1 - \cos(180\varphi_{\text{рлт}} - 1{,}8)], \tag{4.4.4}$$

где α — угол изэнтропического поворота потока, необходимый для увеличения давления внешнего потока до давления в точке присоединения; β_S — угол поворота потока при его отрыве.

Зависимость между коэффициентом давления в точке присоединения R и относительной скоростью на разделяющей линии тока *1* можно получить полуэмпирическим методом, рассматривая *двухслойную модель течения* (рис. 4.4.3). Оторвавшийся поток перед точкой присоединения условно разбиваем на внутреннюю *I* и внешнюю *II* зоны. Считаем, что вдоль линий тока осредненного течения во внешней части области смешения происходит изэнтропическое сжатие. Во внутреннем слое влияние градиента давлений компенсируется градиентом касательных напряжений. Рассмотрим

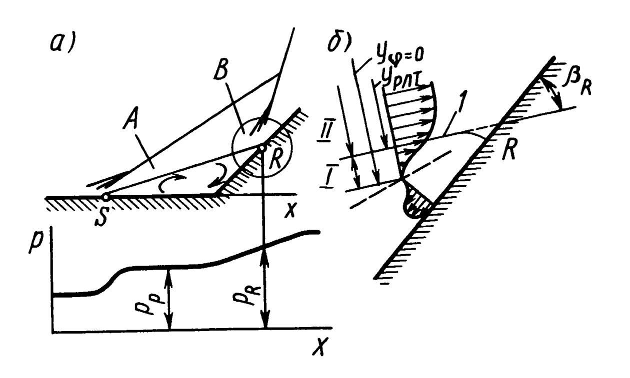


Рис. 4.4.3. Течение с отрывом и присоединением: *а* — схема отрывного течения; *б* — течение в области присоединения

течение несжимаемой жидкости, а соответствующие результаты для течения газа могут быть определены по формулам, полученным преобразованием координат.

При $\rho = \text{const}$ из (4.1.13) получим уравнение движения вдоль линии тока

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(p + \rho\frac{V_x^2}{2}\right) = \frac{\partial \tau}{\partial y}. \tag{4.4.5}$$

Для внешнего слоя существенное значение имеет член $\partial p/\partial x$, а величина $\partial\tau/\partial y$ оказывается малой, поэтому будем иметь

$$\left(\rho\frac{V_x^2}{2}\right)_R = \left(\rho\frac{V_x'^2}{2}\right)_p - (p_R - p_p), \tag{4.4.6}$$

где p_R, p_p — статические давления соответственно в точках присоединения и начала повышения давления; V_x' — скорость при условии постоянства давления между сечениями A и B (рис. 4.4.3).

Соотношение (4.4.6) определяет профиль скоростей во внешнем слое.

Для внутреннего слоя полагаем, что при малых значениях V_x величиной $V_x(\partial V_x/\partial x)$ можно пренебречь, поэтому, проинтегрировав уравнение (4.4.5), получим

$$\tau = \tau_R + y\frac{dp}{dx}. \tag{4.4.7}$$

Известно, что в точке присоединения касательное напряжение $\tau_R = 0$, тогда

$$\tau = y\frac{dp}{dx}. \tag{4.4.8}$$

Согласно теории размерностей, $\tau \sim \rho V_x^2/2$. Поэтому профиль скоростей во внутреннем слое определяется формулой

$$\frac{1}{2}\rho V_x^2 = \frac{2}{K_0^2}\frac{dp}{dx}y, \tag{4.4.9}$$

где K_0 — универсальная постоянная, равная 0,4.

Уравнения (4.4.6) и (4.4.9) дают профиль скоростей в точке присоединения только при условии сращивания решений на разделяющей линии тока, которое определяется условиями непрерывности скорости, касательного напряжения и расхода.

Условие непрерывности скорости записывается в виде

$$\frac{1}{2}\rho V'^2_{\text{рлт}} - \left(p_R - p_p\right) = \frac{2}{K_0^2}\frac{dp}{dx}\,y_{\text{рлт}}. \qquad (4.4.10)$$

Предполагая, что во внешнем слое касательные напряжения могут быть определены зависимостью $\tau = \rho K\frac{\partial V_x}{\partial y}$ (см. § 4.1), получаем

$$\tau_{\text{рлт}} = \left(\rho K\frac{\partial V_x}{\partial y}\right)_{\text{рлт}} = y_{\text{рлт}}\frac{dp}{dx}. \qquad (4.4.11)$$

Условие непрерывности расхода

$$\int\limits_0^{y_{\text{рлт}}}\rho V_x' dy = \frac{2}{3}\rho\left(\frac{4}{\rho K_0^2}\frac{dp}{dx}\right)^{1/2} y_{\text{рлт}}^{3/2}. \qquad (4.4.12)$$

В случае присоединения пограничного слоя условия в потенциальном потоке в значительной степени зависят от течения в вязком слое, поэтому их нельзя использовать как независимые. Для того чтобы решить задачу, необходимо сделать некоторые предположения, касающиеся величины градиента давления в области присоединения.

В первом приближении можно записать $\partial p/\partial x \approx \Delta p/\Delta x = (p_R - p_p)/\Delta x$. Длина, на которой происходит присоединение, $\Delta x = y_i \operatorname{ctg}\frac{\beta_R}{2} \approx 2y_i/\beta_R$, где $y_i = y_{\text{рлт}} - y_{\varphi=0}$. Таким образом, градиент давления

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{dp}{dx} \approx \frac{p_R - p_p}{2y_i}\,\beta_R,$$

или

$$d\bar{p}/dx = \bar{p}\beta_R/(2y_i). \qquad (4.4.13)$$

Используя выражение (4.4.13), формулы (4.4.10) — (4.4.12) можно привести к следующему виду [32, 1966, № 1]:

$$\varphi'^2_{\text{рлт}} = \bar{p} + \frac{2}{K_0^2}\frac{\tau_{\text{рлт}}}{(\rho V^2)_p/2}, \qquad (4.4.14)$$

$$\bar{p} = \frac{16(\tau_{\text{рлт}}/(\rho V)_p^2)^{3/2} y_i}{3K_0\beta_R\int\limits_0^{y_i}\varphi' dy}, \qquad (4.4.15)$$

$$y_{\text{рлт}} = y_i\frac{(\varphi'^2 - \bar{p})}{\bar{p}\beta_R}K_0^2. \qquad (4.4.16)$$

Для получения общего решения нужно принять определенный профиль скорости и найти числовые значения постоянных.

Для упрощения вычислений был принят синусоидальный про-

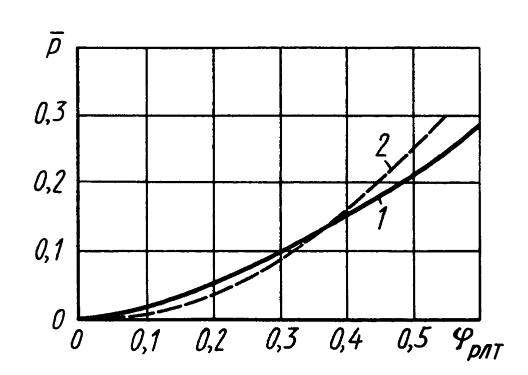


Рис. 4.4.4. Коэффициент давления в области присоединения

филь $\varphi = 0{,}5(1+\sin\eta)$. Методом последовательных приближений вычислена величина p_R в зависимости от $\varphi_{рлт}$. Результаты расчетов (рис. 4.4.4) позволяют провести сравнение между принятой двухслойной моделью течения *1* и использованной ранее моделью Корста *2*.

Уравнение (4.4.14) в частном случае без учета трения ($\tau_{рлт}=0$) может выражать условие присоединения Корста, т. е. $\varphi^2_{рлт} = \bar{p}$, или $\dfrac{V^2_{рлт}}{V^2_p} = \dfrac{p_R - p_p}{0{,}5\,(\rho V^2)_p}$, откуда

$$p_R = p_p + \frac{1}{2}(\rho V^2)_p \frac{V^2_{рлт}}{V^2_p} = p_p + \rho\,\frac{V^2_{рлт}}{2} = (p_0)_{рлт}.$$

Видно, что упрощенное представление об однослойной модели течения связано с ошибкой, возникающей вследствие того, что потери полного напора, обусловленные рейнольдсовыми напряжениями, не полностью компенсируются увеличением степени возрастания давления из-за деформации профиля скорости у стенки, соответствующей сохранению нулевого касательного напряжения на ней.

Результаты расчетов величин $\bar{p}_R$ и $\varphi_{рлт}$ позволяли представить их зависимость в виде

$$\bar{p}_R = \varphi_{рлт}(0{,}183 + 0{,}4625\varphi_{рлт}). \qquad (4.4.17)$$

Это соотношение используется как один из возможных критериев присоединения потока при расчете отрывных течений.

§ 4.5. ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ СУЩЕСТВОВАНИЯ ВИХРЕЙ

Конфигурация застойных зон может быть самой разнообразной, и детальное изучение нестационарного движения жидкостей в них является сложнейшей, еще полностью не решенной задачей. Поэтому в инженерной практике приходится упрощать схемы течений жидкости внутри застойных зон. Одной из простейших схем является неустановившееся течение вязкой сжимаемой жидкости внутри бесконечного круглого вихря. Так как траектории движения частиц жидкости внутри вихря — концентрические окружности, скорость V_x вдоль которых одинакова, направлена по касательной и зависит от координаты y, то движение можно рассматривать в одномерной постановке $V_x(y)$.

Уравнение неустановившегося движения может быть получено из (4.1.13) при обычных упрощениях и имеет вид

$$\partial V_x/\partial t = \nu \partial^2 V_x/\partial y^2.$$

Для начального условия ($t = 0$) решение этого уравнения будет

$$V_x(y, 0) = V_0 \sin(\pi/r_0) y.$$

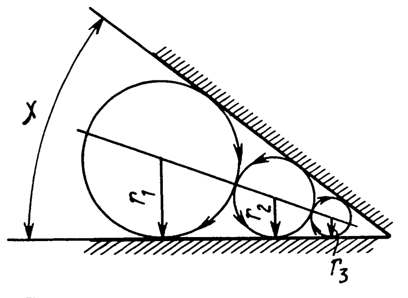


Рис. 4.5.1. Система вихрей

При граничных условиях, соответствующих $y = 0$, $V_x(0, t) = 0$ и $y = r_0$, $V_x(r_0, t) = 0$,

$$V_x(y, t) = V_0\left(\sin \frac{\pi}{r_0} y\right) e^{-\nu \frac{\pi^2}{r_0^2} t}. \qquad (4.5.1)$$

В соответствии с (4.5.1) напряжение трения

$$\tau = \tau(y, t) = \mu \frac{\partial V_x}{\partial y} = \mu V_0 \frac{\pi}{r_0}\left(\cos \frac{\pi}{r_0} y\right) e^{-\nu \frac{\pi^2}{r_0^2} t}. \qquad (4.5.2)$$

Напряжение трения на внешней границе вихря ($y = r_0$), согласно (4.5.2), будет

$$\tau_0(r_0, t) = \mu V_0 \frac{\pi}{r_0} e^{-\nu \frac{\pi^2}{r_0^2} t}. \qquad (4.5.3)$$

С помощью этой зависимости проведем оценку времени существования вихря: определим время, в течение которого скорость частиц жидкости внутри вихря уменьшается на два порядка. Это произойдет тогда, когда значение безразмерного комплекса $\nu(\pi^2/r_0^2)t$ будет равно примерно 4,6. Если принять для воздуха $\nu = 1{,}45 \cdot 10^{-5}$ м²/с, то получаем следующую зависимость времени уменьшения скорости в вихре в 100 раз от его радиуса:

t, с	$3{,}2 \cdot 10^4$	$3{,}2 \cdot 10^2$	$3{,}2 \cdot 10^0$	$3{,}2 \cdot 10^{-2}$	$3{,}2 \cdot 10^{-4}$
r_0, м	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}

Приведенные данные показывают, что вероятность существования малых вихрей ($r_0 = 10^{-3}$ м) без подвода энергии мала, так как скорость их вращения уменьшится в 100 раз за сотые доли секунды.

Представим, что внутри полости застойной зоны, образованной двумя стенками, расположенными под углом χ друг к другу (рис. 4.5.1), существует система вихрей различного направления с радиусами r_1, r_2, ..., r_{n+1}, связанных зависимостью

$$r_{n+1} = r_1[(1 - \sin\chi/2)/(1 + \sin\chi/2)]^n. \qquad (4.5.4)$$

Из (4.5.4) следует, что, например, при $\chi = 90°$ и $n = 2$ $r_3/r_1 = 0{,}0324$, т. е. радиусы вихрей в углу быстро убывают. Поэтому вероятность существования вихрей также резко снижается.

ГЛАВА 5

УПРАВЛЕНИЕ ОТРЫВНЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ

Ввиду важности практического применения управления отрывными течениями в главе излагаются методы расчета управляющих усилий и других эффектов при использовании различных устройств (выдвижных уступов, интерцепторов, генераторов вихрей, надстроек в носовой части тел) и способов массоэнергообмена (отсос газа из циркуляционной зоны, слив пограничного слоя, массообмен в донном следе и пр.). Рассмотрено влияние отдельных параметров, характерных для каждого способа управления, на изменение аэродинамических характеристик обтекаемых тел при отрыве.

§ 5.1. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПЕРЕД ВЫДВИЖНЫМИ УСТУПАМИ

Отрыв потока перед уступами, обращенными навстречу потоку (рис. 5.1.1), обусловлен создаваемым им положительным градиентом давления. Коэффициент критического перепада давления в зоне отрыва $p_p = (p_p - p_1)/q_1$ (здесь $q_1 = kp_1\mathbf{M}_1^2/2$ — скоростной напор перед точкой отрыва) определяется по известным числам $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{Re}_x$ для ламинарного пограничного слоя по соотношению (4.2.19), а для турбулентного — по (4.2.20).

Угол разворота потока β в точке отрыва (угол «жидкого клина») вычисляется с использованием теории скачков уплотнений:

$$\operatorname{tg}(\theta_c - \beta) = \left(\frac{k-1}{k+1}\frac{p_p}{p_1} + 1\right)\left(\frac{k-1}{k+1} + \frac{p_p}{p_1}\right)^{-1}\operatorname{tg}\theta_c, \tag{5.1.1}$$

согласно которой угол наклона скачка уплотнения

$$\theta_c = \arcsin\sqrt{\left(\frac{p_p}{p_1} + \frac{k-1}{k+1}\right)\Big/\left[2k\mathbf{M}_1^2/(k+1)\right]}; \tag{5.1.2}$$

отношение давлений после и до скачка, возникающего в точке отрыва,

$$\frac{p_p}{p_1}=1+\bar{p}_p\frac{q_1}{p_1}=1+\bar{p}_p\frac{k\mathbf{M}_1^2}{2}. \qquad (5.1.3)$$

Полагая, что граница застойной зоны прямолинейна и проходит через вершину уступа, можно вычислить длину зоны отрыва:

$$l_S=h/\mathrm{tg}\beta. \qquad (5.1.4)$$

где h — высота преграды.

Эксперименты показывают, что на торцевой поверхности ab уступа (рис. 5.1.1) давление неравномерно: у верхней кромки в области присоединения потока оно достигает максимального значения, у основания уступа близко к значению p_p.

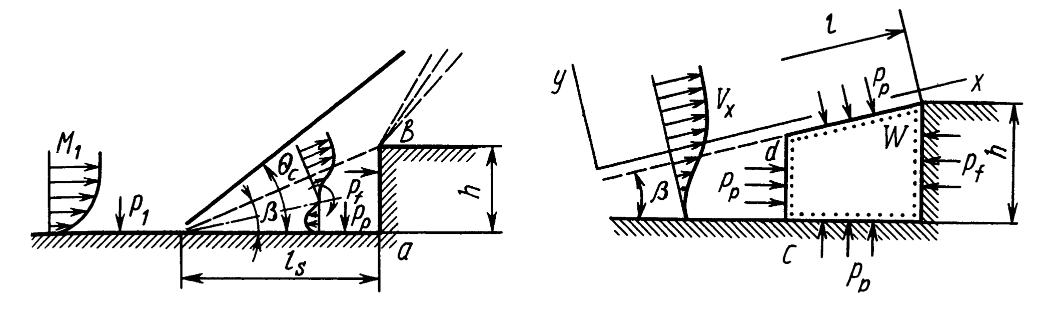


Рис. 5.1.1. Схема отрывного течения перед уступом

Рис. 5.1.2. Контрольный объем для определения среднего давления на торцевой поверхности уступа

В расчетах можно пользоваться осредненным давлением p_f, которое находится следующим образом. Выделим контрольный объем W в области отрывного течения, верхней границей которого является разделяющая линия тока, а левая граница cd, вдоль которой давление постоянно и равно p_p, принадлежит области смешения (рис. 5.1.2). Пренебрегая массовыми силами и силами трения, уравнение сохранения количества движения (4.1.11) в проекции на ось x для рассматриваемого объема единичной ширины запишем в виде

$$(p_p-p_f)h\cos\beta=-\int_{y_{\text{ст}}}^{y_{\text{рлт}}}\xi\rho V_x^2dy, \qquad (5.1.5)$$

где $y_{\text{ст}}$ — ордината основания уступа (в расчетах принимается $y_{\text{ст}}=-\infty$); ξ — коэффициент, учитывающий отличие реального профиля скоростей от теоретического.

Преобразуем правую часть уравнения (5.1.5), учитывая зависимости (4.3.10), (4.3.15), (4.3.16):

$$\int_{-\infty}^{y_{\text{рлт}}}\xi\rho V_x^2dy=\rho_0V_p^2\int_{-\infty}^{y_{\text{рлт}}}\xi\frac{\rho V_x^2}{\rho_0V_p^2}dy=\frac{kp_p\mathbf{M}_p^2(1-\mathbf{Cr}_p^2)l}{\sigma}\int_{-\infty}^{\eta_{\text{рлт}}}\xi\frac{\varphi^2}{1-\mathbf{Cr}_p^2\varphi^2}d\eta, \qquad (5.1.6)$$

где l — длина зоны смешения.

Подставляя (5.1.6) в (5.1.5), найдем

$$p_f = p_p\left(1 + \frac{k\mathrm{M}_p^2(1 - \mathrm{Cr}_p^2)}{\sigma \sin\beta\cos\beta}\int_{-\infty}^{\eta_{\text{рлт}}} \xi \frac{\varphi^2}{1 - \mathrm{Cr}_p^2\varphi^2} d\eta\right). \quad (5.1.7)$$

§ 5.2. УПРАВЛЯЮЩИЕ СИЛЫ, СОЗДАВАЕМЫЕ ИНТЕРЦЕПТОРАМИ И ЩИТКАМИ

Интерцепторы. Рассмотрим некоторые экспериментальные результаты, полученные в аэродинамических трубах для интерцепторов, расположенных на конце плоской пластинки [50, 1962, № 4, 5].

На рис. 5.2.1 приведены данные для безразмерного коэффициента Δc_y, равного отношению нормальной силы, создаваемой интерцептором, к величине $q_1 hb$.

На рис. 5.2.2 графически представлены зависимости отношения $\Delta c_y/\Delta c_x$ от числа M_1, в котором $\Delta c_x = \Delta X/(q_1 hb)$, а ΔX — осевая сила, создаваемая интерцептором. Все расчеты коэффициентов Δc_y и Δc_x по экспериментальным значениям соответствующих сил

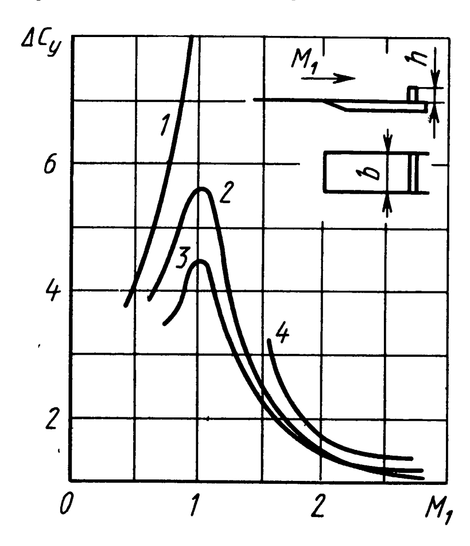


Рис. 5.2.1. Зависимость коэффициента нормальной силы Δc_y, создаваемой интерцептором, от числа M_1 и размеров интерцептора:

Кривые	h, мм	b, мм	Наличие боковых пластин
1	3	100	Да
2	4	100	Нет
3	8	100	»
4	8	50	»

велись для интерцептора шириной 1 см и, следовательно, площадью, равной h см^2. Приведенные результаты указывают на зависимость управляющих сил от геометрических размеров интерцептора, а также числа M_1 потока перед интерцептором. Установлено, что с возрастанием числа M_1 в диапазоне дозвуковых скоростей эффективность интерцепторов растет, а при $\mathrm{M}_1>1$ падает. Наиболее интенсивное уменьшение $\Delta c_y/\Delta c_x$ происходит при скоростях обтекания с числами $1 \leqslant \mathrm{M}_1 \leqslant 2$.

Экспериментальные исследования позволили установить, что в каждый момент времени картина течения около колеблющегося интерцептора остается практически такой, как и в случае устано-

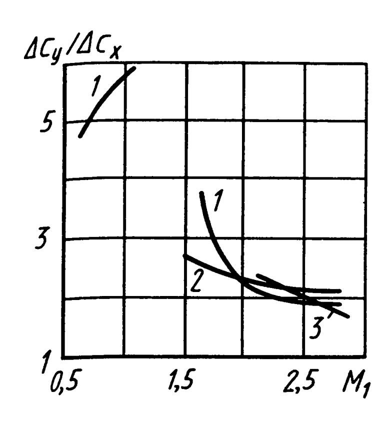


Рис. 5.2.2. Зависимость отношения коэффициентов нормальной и продольной сил, создаваемых интерцептором, от числа $\mathbf{M}_1$ и размеров интерцептора:

Кривые	*h*, мм	Наличие боковых пластин
1	4	Да
2	6	Нет
3	6	Да

вившегося обтекания с соответствующим числом $\mathbf{M}_1$. Это дает основание проводить расчет колеблющихся интерцепторов, используя *гипотезу стационарности*. Для таких интерцепторов нормальная сила $\Delta Y = \Delta c_y q_1 hbk$, где $k = (t_1 - t_2)/(t_1 + t_2)$ — коэффициент команды; t_1, t_2 — время пребывания интерцептора соответственно в верхнем и нижнем положениях.

Согласно экспериментальным данным, боковые пластины, установленные параллельно потоку и препятствующие перетеканию воздуха у интерцептора, увеличивают Δc_y.

Схема обтекания плоского интерцептора показана на рис. 5.2.3.

Расчет управляющих сил, создаваемых интерцептором, осуществляется в такой последовательности. Вначале подсчитывается число $\mathrm{Re}_{x_1} = V_1 x_1/\nu$ (здесь V_1 — скорость потока в точке отрыва S перед интерцептором; x_1 — расстояние от передней кромки пластины до этой точки; ν — кинематическая вязкость) и путем сравнения его с критическим значением $\mathrm{Re}_{кр}$ выявляется режим течения в пограничном слое перед точкой отрыва (ламинарный или турбулентный). Затем определяется коэффициент критического перепада давлений за точкой отрыва $\bar{p}_p = (p_p - p_1)/q_1$. При этом используются зависимости (4.2.19) и (4.2.20). Далее находится отношение давлений после скачка и до него $p_p/p_1 = 1 + \bar{p}_p(q_1/p_1)$ и относительное давление на торцевой поверхности интерцептора p_f/p_p по формуле (5.1.7), а также соответствующий коэффициент давления $\bar{p}_f = (p_f - p_1)q_1$.

Давление за интерцептором может быть получено также расчетным

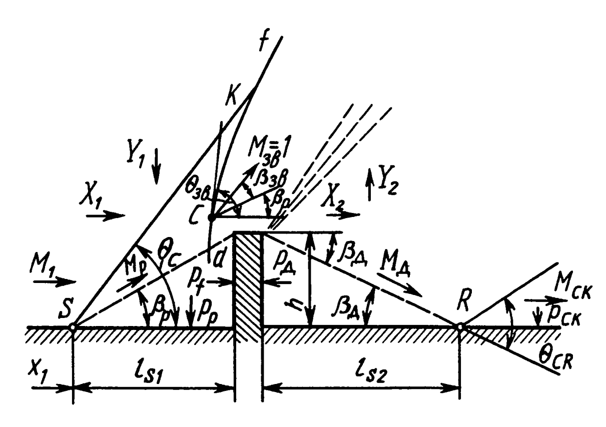


Рис. 5.2.3. Схема обтекания интерцептора

путем. Вначале по (5.1.2) подсчитывается угол косого скачка уплотнения перед интерцептором, а из формулы

$$\operatorname{tg}\beta_p=\operatorname{ctg}\theta_c(\mathbf{M}_1^2\sin^2\theta_c-1)\left[1+\left(\frac{k+1}{2}-\sin^2\theta_c\right)\mathbf{M}_1^2\right]^{-1} \quad (5.2.1)$$

определяется угол β_p. Затем находится число **M** за косым скачком:

$$\mathbf{M}_p=\left[\frac{2+(k-1)\mathbf{M}_1^2}{2k\mathbf{M}_1^2\sin^2\theta_c-(k-1)}+\frac{2\mathbf{M}_1^2\cos^2\theta_c}{2+(k-1)\mathbf{M}_1^2\sin^2\theta_c}\right]^{0,5}. \quad (5.2.2)$$

Присоединение оторвавшегося потока к интерцептору происходит с образованием криволинейного скачка уплотнения с почти прямым участком *cd* (рис. 5.2.3). Полное давление за этим скачком определяется по формуле

$$p_{0\,\text{пр}}=p_p\left(\frac{2k}{k+1}\mathbf{M}_p^2-\frac{k-1}{k+1}\right)^{-\frac{1}{k-1}}\mathbf{M}_p^{\frac{2k}{k-1}}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{-\frac{k}{k-1}}. \quad (5.2.3)$$

Для расчета параметров течения в донной области за начальное направление потока над интерцептором принимаем направление, соответствующее критической скорости, т. е. $\mathbf{M}_{\text{зв}}=1$. Оно определяется углом разворота $\beta=\beta_{\text{зв}}+\beta_p$, где $\beta_{\text{зв}}$ — угол поворота потока за скачком уплотнения *CK*, при котором скорость равна критической.

Вычисление $\beta_{\text{зв}}$ осуществляется по теории скачков уплотнения при использовании следующего соотношения:

$$\beta_{\text{зв}}=\theta_{\text{зв}}-\operatorname{arctg}\left[\frac{2+(k-1)\mathbf{M}_p^2\sin^2\theta_{\text{зв}}}{(k+1)\mathbf{M}_p^2\sin^2\theta_{\text{зв}}}\operatorname{tg}\theta_{\text{зв}}\right], \quad (5.2.4)$$

Угол наклона скачка уплотнения $\theta_{\text{зв}}$ определяется из уравнения

$$\frac{2+(k-1)\mathbf{M}_p^2}{2k\mathbf{M}_p^2\sin^2\theta_{\text{зв}}-(k-1)}+\frac{2\mathbf{M}_p^2(1-\sin^2\theta_{\text{зв}})}{2+(k-1)\mathbf{M}_p^2\sin^2\theta_{\text{зв}}}=1.$$

Задача решается методом последовательных приближений. Задавшись рядом значений донного давления $p_{\text{д}}$, при помощи газодинамических функций $\pi(\mathbf{M}_{\text{д}})=p_{\text{д}}/p_{\text{опр}}$ находим $\mathbf{M}_{\text{д}}$, а также $\mathbf{Cr}_{\text{д}}=\{1+2/[\mathbf{M}_{\text{д}}^2(k-1)]\}^{-0,5}$.

Используя решение интегрального уравнения (4.3.39), например, в виде аппроксимирующего полинонома (рис. 5.2.4)

$$\eta_{\text{рлт,д}}=-5{,}219\cdot10^{-4}\mathbf{M}_{\text{д}}^3+3{,}733\cdot10^{-3}\mathbf{M}_{\text{д}}^2+ +3{,}119\cdot10^{-2}\mathbf{M}_{\text{д}}+1{,}952\cdot10^{-1} \quad (\text{при } k=1{,}4) \quad (5.2.5)$$

находим

$$\varphi_{\text{рлт,д}}=0{,}5(1+\operatorname{erf}\eta_{\text{рлт,д}}),\quad \mathbf{Cr}_{\text{рлт,д}}=\varphi_{\text{рлт,д}}\mathbf{Cr}_{\text{д}},$$

а также

$$\mathbf{M}_{\text{рлт,д}}=\left(\frac{2}{k-1}\frac{\mathbf{Cr}^2_{\text{рлт,д}}}{1-\mathbf{Cr}^2_{\text{рлт,д}}}\right)^{0,5}. \qquad (5.2.6)$$

Одновременно вычисляем давление торможения на этой линии тока:

$$(p_0)_{\text{рлт}}=p_{\text{д}}/[\pi(\mathbf{M}_{\text{рлт,д}})]. \qquad (5.2.7)$$

По значению $\mathbf{M}_{\text{д}}$ находим функцию

$$\omega(\mathbf{M}_{\text{д}})=\sqrt{\frac{k+1}{k-1}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{k-1}{k+1}(\mathbf{M}^2_{\text{д}}-1)}-$$
$$-\operatorname{arctg}\sqrt{\mathbf{M}^2_{\text{д}}-1} \qquad (5.2.8)$$

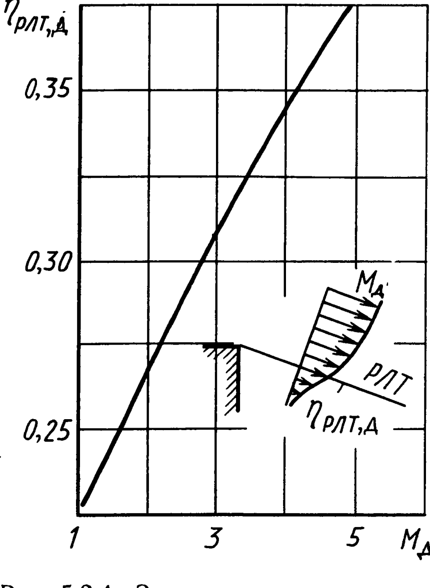


Рис. 5.2.4. Зависимость числа $\eta_{\text{рлт,д}}$ на разделяющей линии тока от числа $\mathbf{M}_{\text{д}}$

и подсчитываем $\beta_{\text{д}}=\omega(\mathbf{M}_{\text{д}})-\beta$.

Затем по соотношениям теории скачков уплотнения, зная $\beta_{\text{д}}$ и $\mathbf{M}_{\text{д}}$, определяем угол θ_{cR} и отношение давлений

$$\frac{p_{\text{ск}}}{p_{\text{д}}}=\frac{2k}{k+1}\mathbf{M}^2_{\text{д}}\sin^2\theta_{\text{ск}}-\frac{k-1}{k+1}$$

и соответствующее давление p_R в зоне присоединения по одному из критериев (см. § 4.4).

Сравнивая полученные значения p_R с давлением $(p_0)_{\text{рлт}}$, можно отыскать методом последовательных приближений такое $p_{\text{д}}$, при котором $p_R=(p_0)_{\text{рлт}}$.

Результаты расчета донного давления за интерцептором для турбулентного отрывного течения перед органом управления при использовании различных критериев присоединения показаны на рис. 5.2.5. Кривая *а* соответствует условию присоединения, для которого $p_R=0{,}65p_{\text{д}}+0{,}35p_{\text{ск}}$, кривая *б* — $p_R=p_{\text{ск}}$. Здесь же представлены результаты экспериментов для интерцептора различной высоты при обтекании его сверхзвуковым потоком воздуха.

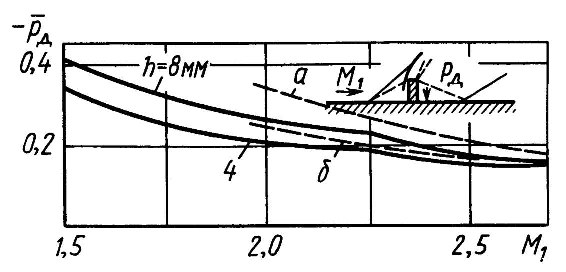


Рис. 5.2.5. Коэффициент донного давления: — — — расчет по методике

Далее оказывается возможным определить длины зон отрыва:

$$l_{S1}=h\operatorname{ctg}\beta_p \quad \text{и} \quad l_{S2}=h\operatorname{ctg}\beta_{\text{д}}.$$

и коэффициенты аэродинамических сил:

6 – 430

$$\Delta c_y = \Delta c_{y_1} - \Delta c_{y_2} = \bar{p}_p \operatorname{ctg} \beta_p - |\bar{p}_д| \operatorname{ctg} \beta_д,$$

$$\Delta c_x = \Delta c_{x1} + \Delta c_{x2} = \bar{p}_f + |\bar{p}_д|$$

Рассмотренная методика определения коэффициентов Δc_y и Δc_x пригодна для интерцепторов бесконечно большой длины или снабженных боковыми шайбами, препятствующими перетеканию газа, т. е. без учета концевых эффектов, которые проявляются тем более существенно, чем меньше отношение b/h.

При обтекании интерцептора конечного размаха наблюдается искривление линий тока в направлении концов интерцептора (рис. 5.2.6), что сопровождается уменьшением давления в зоне отрыва, особенно у периферийных частей интерцептора, по сравнению с плоским случаем обтекания. Характер изобар (рис. 5.2.7) подтверждает такую структуру течения.

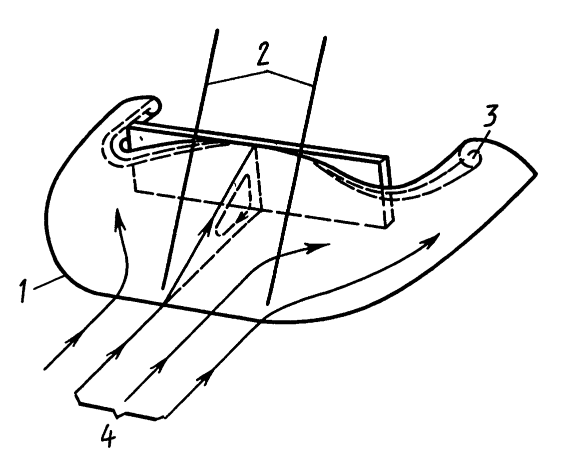


Рис. 5.2.6. Сверхзвуковое обтекание интерцептора конечного размаха:

1 — линия отрыва; *2* — линия на поверхности скачка уплотнения; *3* — вихревая пелена; *4* — линия тока на обтекаемой поверхности

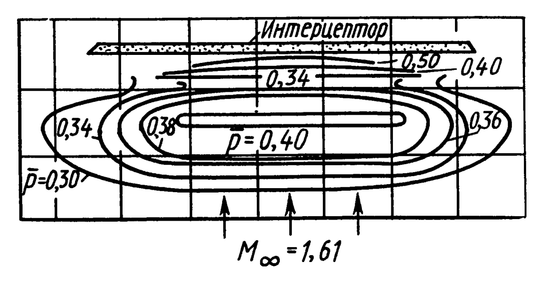


Рис. 5.2.7. Изобары в области отрывного течения перед интерцептором ($\mathbf{Re}_x = 0{,}30 \cdot 10^6$)

На основании экспериментальных данных по обтеканию преград в виде интерцепторов с различной формой торцевой поверхности (плоской, цилиндрической, сферической) установлено, что форма линии отрыва удовлетворительно описывается уравнением

$$\bar{x} = 1 - (K_S \bar{z})^{s_0}, \qquad (5.2.9)$$

где $\bar{x} = x/l_S$, $\bar{z} = z/l_S$ — относительные координаты; l_S — длина зоны отрыва в плоскости симметрии; $K_S = l_S/b_S$; b_S — половина ширины зоны отрыва; s_0 — показатель степени. Величина l_S существенно зависит от степени пространственности обтекаемой поверхности, характеризуемой параметром $\bar{b} = b/h$, где b — ширина интерцептора. С увеличением размаха выступающей преграды возрастает длина зоны отрыва l_S, которая при $\bar{b} > 8$ близка к $l_S \approx 4h$ для случая двухмерного отрыва.

Профили давления в плоскости xOy, являющейся плоскостью симметрии интерцепто-

ра (рис. 5.2.8), аппроксимируются зависимостью

$$\tilde{p}_c = (1 - \tilde{p}_{p\max})\bar{x}^m + \tilde{p}_{p\max}, \quad (5.2.10)$$

в которой $\tilde{p}_{p\max} = p_{p\max}/p_1$ — максимальное относительное давление в зоне отрыва перед интерцептором, соответствующее координате $x = 0$; m — показатель степени. Аналогичная формула для давления в поперечной плоскости

$$\tilde{p} = (1 - \tilde{p}_c)(\bar{z}/\bar{z}_p)^n + \tilde{p}_c, \quad (5.2.11)$$

где $\bar{z}_p$ — текущая координата точек в области повышенного давления, удовлетворяющая уравнению (5.2.9); n — показатель степени.

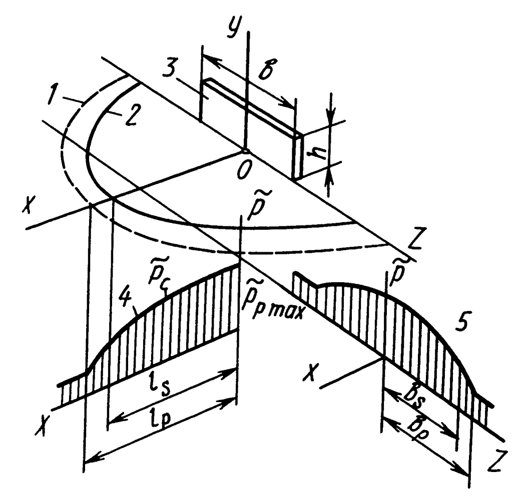


Рис. 5.2.8. Эпюры давлений в зоне отрыва:
1 — линия начала повышения давления; *2* — линия отрыва; *3* — интерцептор; *4*, *5* — эпюры давлений соответственно в продольной и поперечной плоскостях

Подставляя соотношение (5.2.10) в (5.2.11) и определяя $\bar{z}_p$ из выражения (5.2.9), получим уравнение для избыточного давления в возмущенной области перед интерцептором

$$\Delta\tilde{p} = \Delta p/p_1 = \tilde{p} - 1 = (\tilde{p}_{p\max} - 1)(1 - \bar{x}^m)[1 - K_S^n \cdot \bar{z}^n/(1 - \bar{x})^{n/s_0}]. \quad (5.2.12)$$

Геометрические параметры l_p и b_p (рис. 5.2.8), определяющие границы области повышенного давления, находятся из выражений

$$l_p = l_S[(\tilde{p}_{p\max} - 1)/(\tilde{p}_{p\max} - \tilde{p}_S)]^{1/m}, \quad (5.2.13)$$

$$b_p = b_S[(\tilde{p}_{p\max} - 1)/(\tilde{p}_{p\max} - \tilde{p}_S)]^{1/n}, \quad (5.2.14)$$

где $\tilde{p}_S$ — относительное давление на линии отрыва.

В случае трехмерного турбулентного отрыва значение давления $\tilde{p}_S$ несколько ниже, чем при двухмерном отрыве. Так как это различие невелико, то в расчетах его можно не учитывать и использовать для определения $\tilde{p}_S$ полуэмпирическую зависимость

$$\tilde{p}_S = 0{,}27 + 0{,}73\tilde{p}_{p\max}. \quad (5.2.15)$$

Сравнение экспериментальных данных с результатами расчета по формуле (5.2.10) при различных показателях степени m показано на рис. 5.2.9. Совпадение результатов расчета с экспериментом (заштрихованная область) обеспечивается при $m = 2$. Аналогично было установлено, что $n = 2$ и $s_0 = 0{,}5$.

Для расчета длины зоны трехмерного турбулентного отрыва и

максимального давления в ней $p_{p\max}$ рекомендуется применять следующие зависимости:

$$l_S = k_{\text{ф}l} k_{\text{пр}l} h \operatorname{ctg} \beta_p, \tag{5.2.16}$$

$$\tilde{p}_{p\max} = k_{\text{ф}p} k_{\text{пр}p} [1 + k\mathbf{M}_1^2 (\mathbf{M}_1^2 - 1)^{-0,25} \mathbf{Re}_x^{-0,1}], \tag{5.2.17}$$

где $k_{\text{ф}l}$, $k_{\text{ф}p}$, $k_{\text{пр}l}$, $k_{\text{пр}p}$ — коэффициенты, учитывающие соответственно форму лобовой части интерцептора и степень его пространственности; h — высота интерцептора; β_p — угол «жидкого клина».

Коэффициенты $k_{\text{ф}}$ и $k_{\text{пр}}$ в зависимостях (5.2.16) и (5.2.17) представляют отношение параметров при трехмерном отрыве к аналогичным в случае двухмерного отрывного течения при одних и тех же режимах обтекания (см. § 3.5).

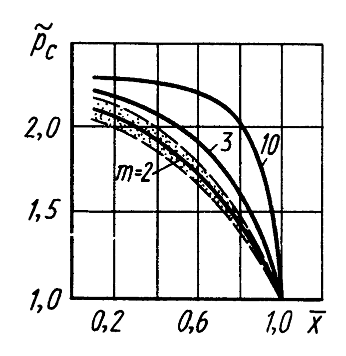


Рис. 5.2.9. Профиль давления в вертикальной плоскости симметрии при пространственном отрыве потока перед преградой

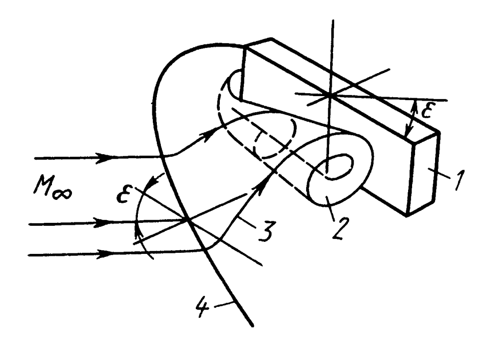


Рис. 5.2.10. Пространственный спектр течения перед косо расположенным в потоке интерцептором:

1 — интерцептор, 2 — вихревая пелена; 3 — линия тока, 4 — линия отрыва

Расчеты показывают, что угол β_p при пространственном взаимодействии, а также число **M** за скачком уплотнения целесообразно определять по теории конических течений.

Влияние угла встречи потока с интерцептором на параметры отрывного течения. Управление летательными аппаратами по крену может осуществляться за счет поворота интерцептора вокруг оси, перпендикулярной обтекаемой поверхности. Это приводит к тому, что угол встречи ε потока с интерцептором отличен от 90° (рис. 5.2.10).

При небольшом изменении угла встречи структура обтекания остается примерно такой же, как в случае установки интерцептора перпендикулярно потоку. Скос потока влияет лишь на краевые эффекты обтекания. На рис. 5.2.11 показана трансформация зон отрывного течения при изменении угла встречи от 90 до 0°. Если он не превышает 15°, то практически можно не учитывать влияния его на конфигурацию зоны отрывного течения. С увеличением угла встречи течение перед интерцептором заметно изменяется [23, 1959, № 39].

На рис. 5.2.12 приведены графики изменения давления на обтекаемой поверхности в плоскости, нормальной к интерцептору, при различных углах ε. Видно, что по мере возрастания угла встречи давление перед интерцептором непрерывно уменьшается, а следовательно, область развитого отрыва перемещается к периферийной части интерцептора. Это подтверждается характерными изобарами (рис. 5.2.13), построенными для области отрывного течения при повороте интерцептора вокруг вертикальной оси на угол $\varepsilon = 60°$.

Аэродинамические щитки на конусе. При воздействии сверхзвукового потока на торцевой щиток *6*, находящийся на боковой поверхности конуса *1*, перед ним возникает пространственный скачок уплотнения *5*, который взаимодействует с пограничным слоем и вызывает его отрыв с образованием местной зоны циркуляционного течения *4* и скачка уплотнения *3* (рис. 5.2.14). Механизм образования отрывного течения в этом случае такой же, как и рассмотренный ранее. Однако есть свои характерные особенности, обусловленные ограниченными размерами конического тела, кривизной его поверхности, а также тем, что на щиток набегает неравномерный поток.

В зависимости от параметров течения, состояния конической поверхности (гладкая, шероховатая), вида (острая, затупленная и т. д.) и ее размеров отрыв потока перед щитком может быть ламинарным, переходным или турбулентным (см. гл. 2).

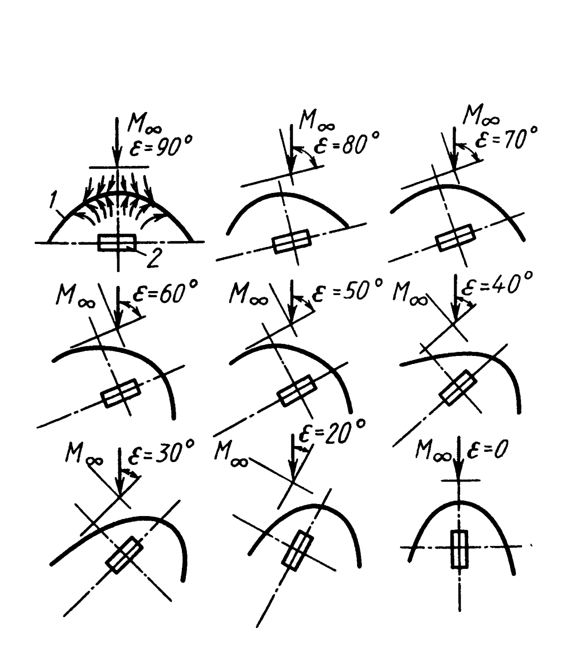
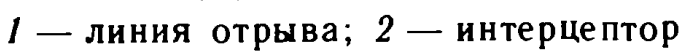


Рис. 5.2.11. Спектры течения на плоскости установки интерцептора под различными углами ε ($b/h = 2{,}5$, $\mathbf{M}_\infty = 2{,}8$):


1 — линия отрыва; *2* — интерцептор

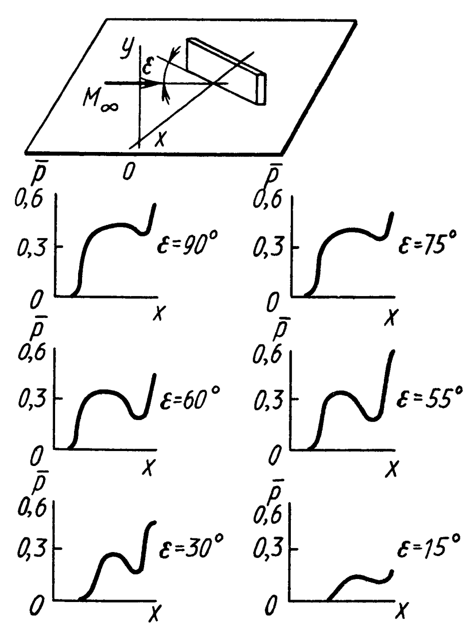


Рис. 5.2.12. Распределение давления на пластине перед интерцептором вдоль нормали к его поверхности при различных углах ε

Для ламинарного отрывного течения (рис. 5.2.14, *а*) перед щитком, так же как при обтекании его на плоскости, характерны малый угол «жидкого клина», достаточно длинная и вытянутая зона отрыва *7*, распространяющаяся на значительную часть конической поверхности. Течение вблизи щитка неустойчиво, и поэтому, как правило, происходит его турбулизация.

Турбулентный отрыв (рис. 5.2.14, *б*) характеризуется меньшими размерами зоны отрыва в плоскости симметрии, бо́льшими углами отрыва потока и размерами областей распространения возмущений в боковом направлении. Скачок уплотнения *5* может соединяться с головным скачком *2*.

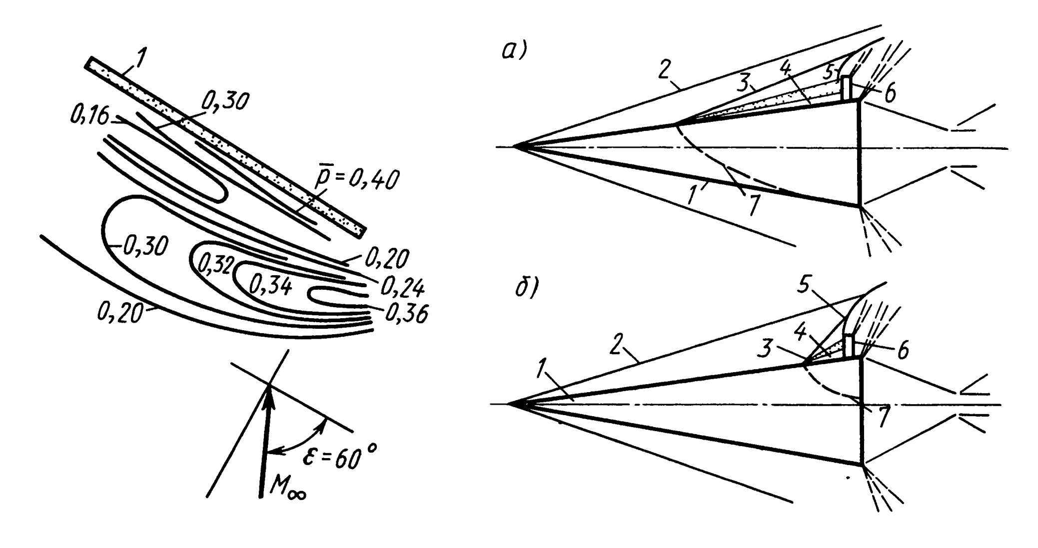


Рис. 5.2.13. Изобары на пластине перед интерцептором при $M_\infty = 1{,}61$, $\varepsilon = 60°$

Рис. 5.2.14. Схемы обтекания щитка на конусе

Теневые фотографии спектров обтекания конических тел со щитками при ламинарном ($M_\infty = 5{,}1$) (*а*) и турбулентном ($M_\infty = 3{,}4$) (*б*) отрывах приведены на рис. 5.2.15. Если размеры щитка таковы, что его ширина (размах) соизмерима с высотой h, то обтекание носит трехмерный пространственный характер.

Графики распределения давления на конической поверхности перед щитком, расположенным у дна модели, приведены на рис. 5.2.16. Перед точкой отрыва пограничный слой турбулентный. Наблюдается характерный для трехмерного отрывного течения «провал» давления в зоне отрыва. Возмущения в боковом направлении распространяются вплоть до углов $\gamma_x = 60°$.

Аэродинамические характеристики моделей со щитками зависят от положения щитков относительно вершины конуса, которое определяется относительным расстоянием $\bar{l}_щ = l_щ / L$ (где $l_щ$ — расстояние от вершины конуса до щитка; L — длина конуса).

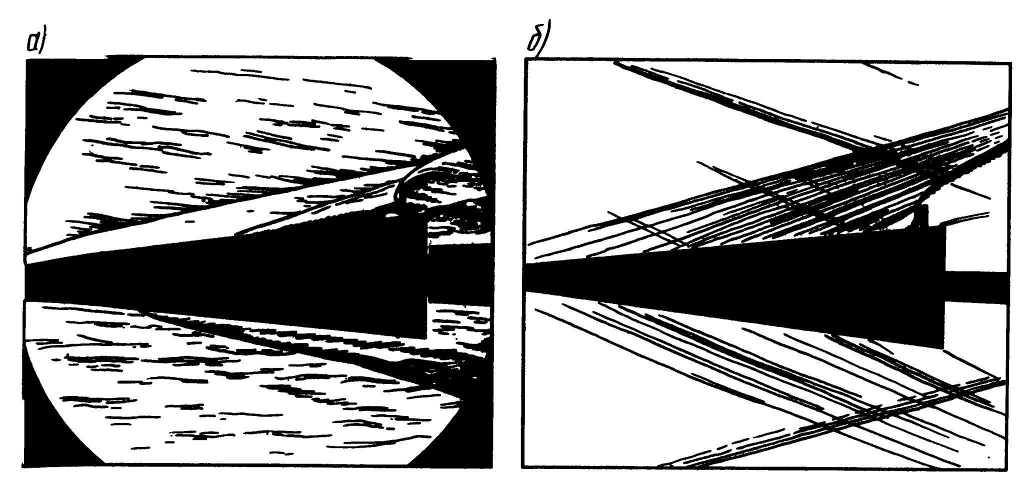


Рис. 5.2.15. Теневые фотографии обтекания конического тела со щитком

Наибольшее управляющее усилие и приращение сопротивления создают аэродинамические щитки, расположенные у донного среза конической поверхности ($\bar{l}_{щ} = 1$). В этом случае управляющее усилие формируется лишь за счет зоны повышенного давления перед щитком, наименьшим образом распространяющегося в боковом направлении и практически не попадающего на противоположную щитку поверхность конуса.

Результирующая нормальная к оси конуса сила, создаваемая щитком (рис. 5.2.17, *а*) $Y_{щ} = Y^{+}_{пв} - Y^{-}_{пн}$, где $Y^{+}_{пв}$ — нормальная сила от перераспределения давления перед щитком на верхней поверхности конуса ($\gamma_x = 0...90°$ и $270...360°$); $Y^{-}_{п.н}$ — аналогичная сила на нижней половине конуса ($\gamma_x = 90...270°$).

С приближением щитка к вершине конуса за ним образуется замкнутая область следа, для которой характерно отрицательное избыточное давление (рис. 5.2.17, *б*). Аэродинамические силы от перераспределения давления перед щитком и за ним частично компенсируются, поэтому $Y_{щ} = Y^{+}_{пв} - Y^{-}_{пн} + Y^{+}_{дв} - Y^{-}_{дв} - Y^{-}_{дн}$, где $Y^{+}_{дв}$, $Y^{-}_{дв}$, $Y^{-}_{дн}$ — нормальные

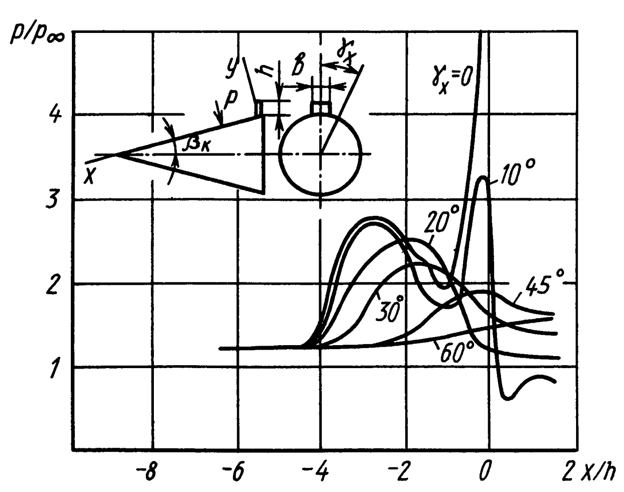


Рис. 5.2.16. Распределение давления на конической поверхности перед торцевым щитком ($M_\infty = 3{,}4$, $\beta_к = 6°$, $\alpha = 0°$, $b/h = 2$)

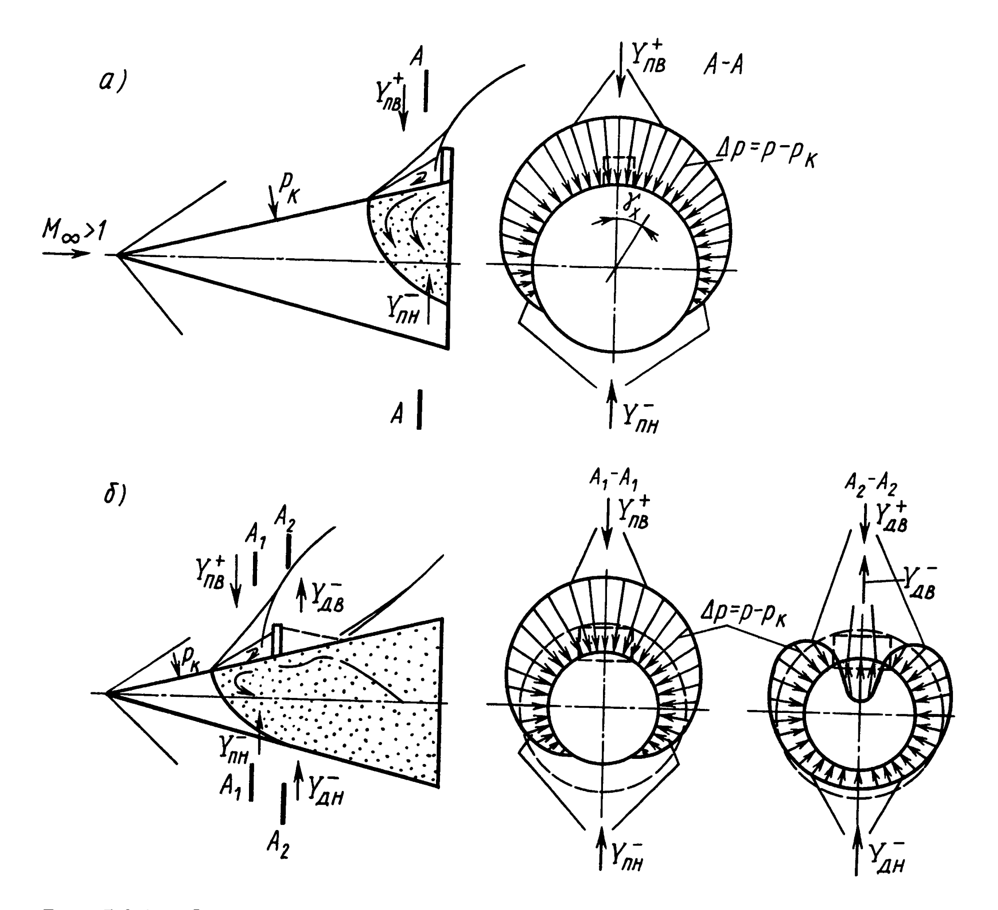


Рис. 5.2.17. Составляющие нормальной силы, создаваемой щитком на конусе: *а* — кормовое положение щитка; *б* — среднее положение щитка, Δp — избыточное давление на конической поверхности

силы от распределения давления в области за щитком. При расположении щитка непосредственно у носовой части конуса возможен случай, когда основную роль в перераспределении давления по его поверхности играет донный след за щитком и суммарная сила при его верхнем положении окажется направленной также вверх. На рис. 5.2.18 показаны результаты экспериментного определения приращений аэродинамических коэффициентов осевой $\Delta c_x = c_{x\,к\text{-}щ} - c_{xк}$ (*а*) и нормальной $\Delta c_y = c_{yк\text{-}щ} - c_{yк}$ (*б*) сил (где $c_{xк\text{-}щ}$, $c_{yк\text{-}щ}$, $c_{xк}$, $c_{yк}$ — соответственно коэффициенты комбинации конус — щиток и одного конуса) при сверхзвуковом обтекании ($\mathbf{M}_\infty = 5{,}1$) острого конуса ($\beta_к = 6°$) для различных положений торцевого щитка ($b/h = 1$).

Согласно полученным данным, с уменьшением параметра $\bar{l}_щ$ происходит снижение величины Δc_x из-за появления на конической поверхности за щитком развитой отрывной зоны с пониженным давлением, близким к донному, которое устанавливается за коническим телом. При достаточно больших значениях $\bar{l}_щ$ оторвавшийся

на верхней кромке щитка в точке S поток еще не присоединяется на конусе, а замыкается на его донный след (рис. 5.2.19, *а*).

Как только присоединение произойдет (точка R на рис. 5.2.19, *б*), параметры за щитком устанавливаются в соответствии с условиями его обтекания.

При положении щитка в точке с $\bar{l}_{щ} = 0{,}4$ для указанных параметров обтекания нормальная сила становится положительной, т. е. $(Y_{пн}^{-} + Y_{дв}^{-} + Y_{дн}^{-}) > (Y_{пв}^{+} + Y_{дв}^{+})$, и направлена в сторону выдвижения щитка (см. рис. 5.2.18, *б*).

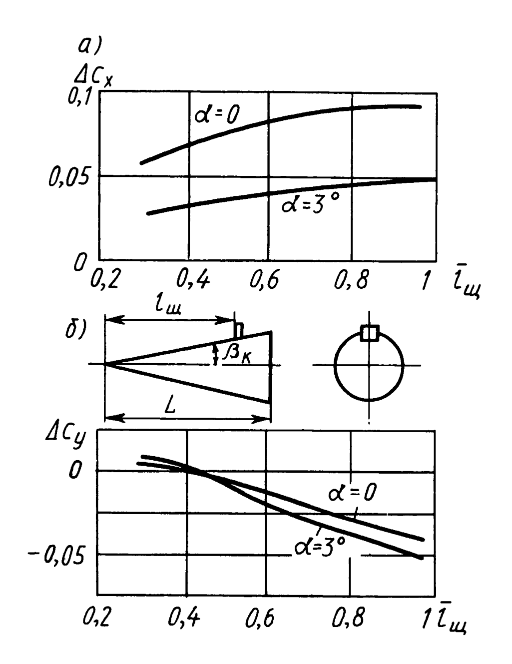


Рис. 5.2.18. Влияние местоположения щитка на аэродинамические характеристики

На параметры отрывной зоны около щитка оказывает непосредственное влияние относительный радиус затупления конуса $\bar{R}_з = R_з/R_{мид}$ ($R_з$, $R_{мид}$ — соответственно радиусы затупления и основания конуса). Это влияние наиболее проявляется при ламинарном отрывном течении перед щитком. С ростом степени затупления конуса изменяются параметры течения на его поверхности, что сказывается на характеристиках отрывного течения.

Изменение относительной длины $\bar{l}_S = l_S/h$ зоны отрывного течения в плоскости симметрии щитка в зависимости от относительного радиуса затупления конуса $\bar{R}_з$ показано на рис. 5.2.20. Возрастание $\bar{R}_з$ влечет за собой увеличение $\bar{l}_S$, что вызвано уменьшением энергии частиц газового потока у поверхности конуса за счет образования высокоэнтропийного слоя и падением их способности противостоять возмущениям, распространяемым по дозвуковой части пограничного слоя со стороны щитка. Однако суммарная нормальная сила изменяется незначительно (рис. 5.2.21), так как с увеличением $\bar{l}_S$ возрастает сила, действующая как в положительном, так и отрицательном направлениях, что связано с распространением возмущений от щитка на противоположную ему поверхность конуса.

Проследим влияние угла атаки α на аэродинамические параметры конусов со щитками. Возможны две структуры обтекания: локальный отрыв перед щитком (рис. 5.2.22, *а*) и отрыв потока с подветренной стороны конуса (рис. 5.2.22, *б*). Для первой характерно наличие лишь местного (локального) отрыва потока, вызванного щитком, а для второй — существование внешнего отрывного течения на всей подветренной стороне поверхности конуса, когда щиток целиком расположен в этой зоне отрыва. Существование

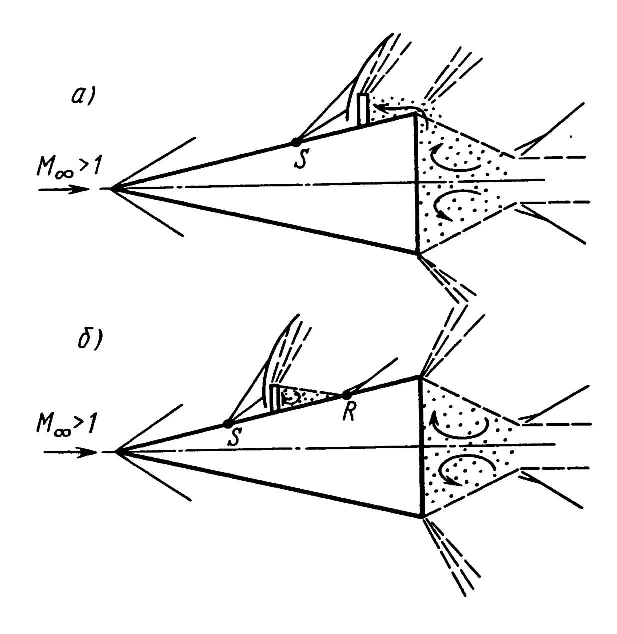


Рис. 5.2.19. Схемы течения за щитком:

а — открытый след за щитком; *б* — обтекание с присоединением потока

той или иной структуры обтекания зависит не только от угла атаки, но и от режима течения в пограничном слое (ламинарный или турбулентный), числа $\mathbf{M}_\infty$ набегающего потока, угла конуса, степени его затупления, геометрических размеров и местоположения щитка.

Изменение угла атаки в пределах сохранения локального отрыва (рис. 5.2.22, *а*) приводит к некоторой трансформации зоны отрывного течения. При ламинарном отрыве увеличение α свыше некоторого критического значения $\alpha_{кр}$ может сопровождаться резким сокращением $\bar{l}_S$ (рис. 5.2.23, случай $\bar{R}_з = 0$), что обусловлено турбулизацией потока на конусе и образованием турбулентного отрывного течения перед щитком (заштрихованная область на рисунке представляет диапазон углов α, соответствующих перестройке режимов течения). Значение $\bar{l}_S$ для турбулентного режима с увеличением α практически остается постоянным, размер же зоны отрыва в боковом направлении изменяется. На рис. 5.2.24 показаны графики распределения давления в плоскости симметрии модели, а на рис. 5.2.25 — формы линий отрыва *2* на развертке конической поверхности *1*, полученные методом сажемасляных покрытий. Отрицательному углу атаки соответствует самая широкая

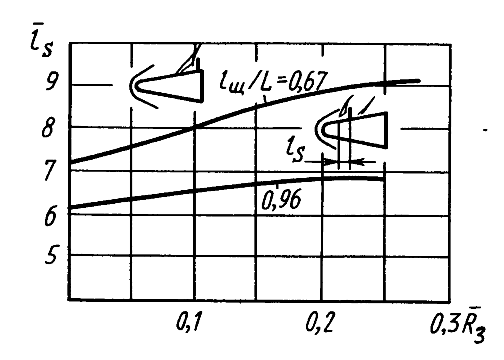


Рис. 5.2.20. Зависимость относительной длины зоны отрыва $\bar{l}_S$ от $\bar{R}_з$ ($\mathbf{M}_\infty \approx \approx 5{,}1$, $\alpha = 0°$, $b/h = 1$)

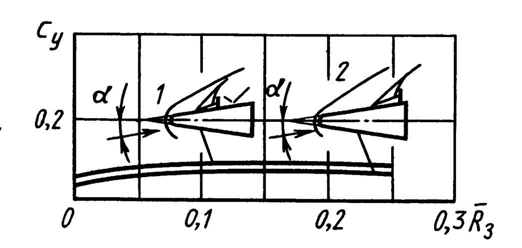


Рис. 5.2.21. Зависимость c_y от относительного радиуса затупления конуса ($\mathbf{M}_\infty \approx 5{,}1$, $\beta_к = 6°$, $b/h = 1$, $\alpha = 3°$):

1 — $l_щ/L = 0{,}67$; *2* — $l_щ/L = 0{,}96$

область возмущений, ограниченная линией отрыва $\alpha = -6°$, при $\alpha > 0$ эта область прижимается к щитку *3* (кривая $\alpha = +6°$).

Переход от структуры течения с локальным отрывом к структуре, изображенной на рис. 5.2.22,*б*, происходит либо при увеличении угла атаки до значения, при котором имеет место отрыв с подветренной стороны конуса, либо путем развития отрывного течения при $\alpha \neq 0$, когда оно достигает вершины конуса (см. рис. 5.2.23, случай $\bar{R}_з = 0{,}13$).

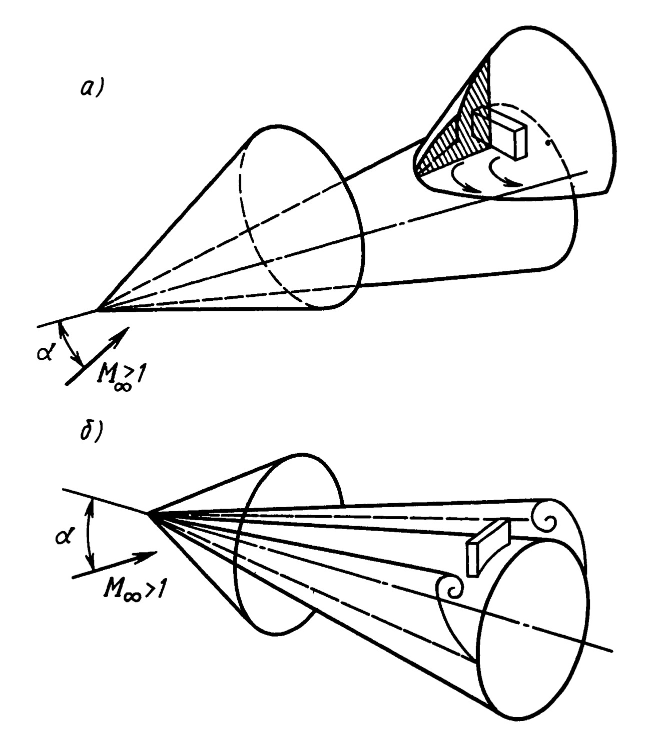


Рис. 5.2.22. Структура отрывного обтекания щитков на конусе с углом атаки α

Перестройка структур течения при изменении режимов течения в пограничном слое не приводит к существенному изменению интегральных аэродинамических характеристик конических тел со щитком (рис. 5.2.26). Действительно, при переходе от ламинарного отрыва к турбулентному сокращаются размеры зоны возмущения, но увеличивается давление в ней. Воздействие этих факторов частично компенсирует друг друга.

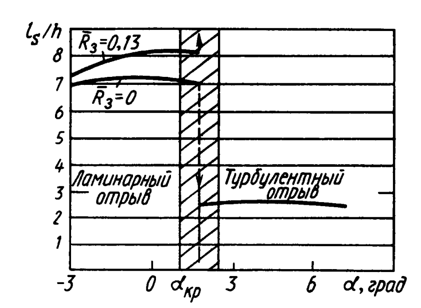


Рис. 5.2.23. Изменение относительной длины зоны отрыва (плоскость симметрии) в зависимости от угла атаки α ($M_\infty \approx 5{,}1$, $l_щ/L = 0{,}96$, $b/h = 1$, $\beta_к = 6°$)

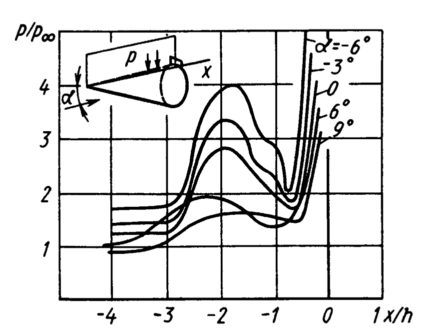


Рис. 5.2.24. Влияние угла атаки конуса на распределение давления перед щитком в плоскости симметрии ($M_\infty = 3{,}4$, $\beta_к \approx 6°$, $b/h = 1$, $\gamma_x = 0$)

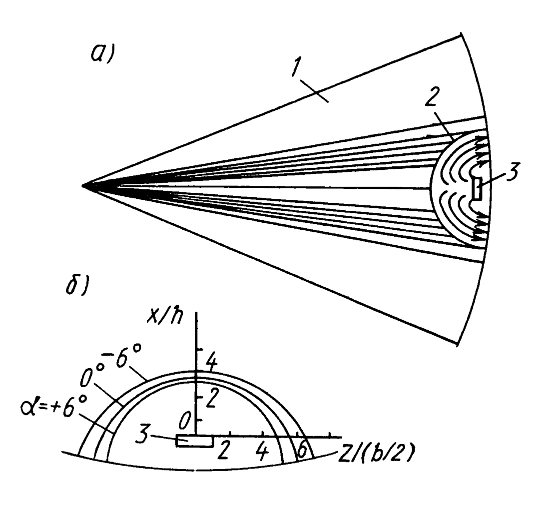


Рис. 5.2.25. Спектры течения около щитка на развертке поверхности конуса ($M_\infty = 3{,}4$, $\beta_к = 6°$, $b/h = 2$):

а — спектр обтекания на конической поверхности, *б* — трансформация линии отрыва для различных α

Сверхзвуковое обтекание щитков на телах вращения малого удлинения. Рассмотрим результаты экспериментальных исследований органов управления щиткового типа, применяемых на маневрирующих спускаемых аппаратах (СА). Форма таких СА часто выполняется в виде обратного усеченного конуса, затупленного по сфере (рис. 5.2.27). Щитки размещаются в миделевом сечении СА. Симметричная компоновка щитков позволяет поворотом их на одинаковый угол значительно увеличить коэффициент продольной силы c_x, добиваясь требуемого торможения СА, а также обеспечить необходимое при спуске аэродинамическое качество отклонением лишь части щитков, создающих нормальную силу и момент.

Графики распределения давления по лобовой поверхности модели СА и щитку представлены на рис. 5.2.28.

Известно, что затупленная сферическая лобовая поверхность обтекается начиная от критической точки *О* сначала дозвуковым потоком, а затем после «звуковой» точки *К* — сверхзвуковым. Скругляя место перехода сферического сегмента в коническую поверхность радиусом r_c, можно перемещать звуковую точку к оси

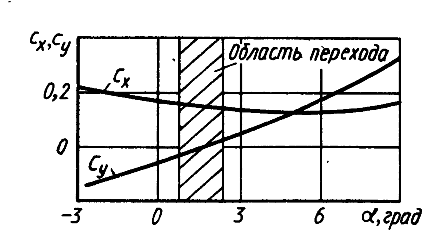


Рис. 5.2.26. Зависимость аэродинамических коэффициентов c_x и c_y для конуса со щитком от угла атаки α ($M_\infty \approx 5{,}1$, $b/h = 1$, $l_щ/L = 0{,}96$, $R_з = 0$)

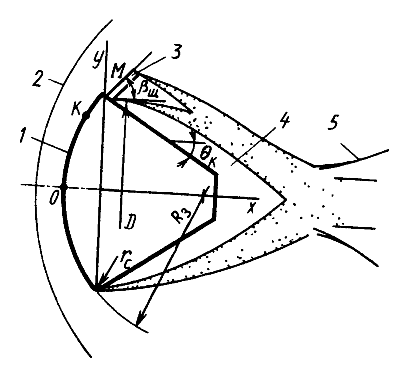
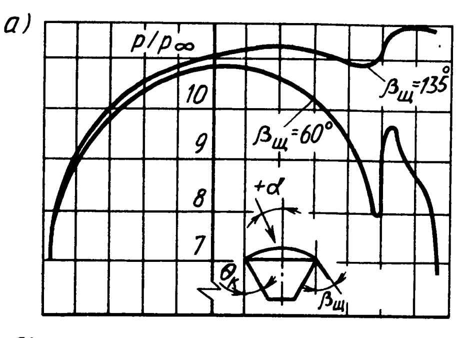
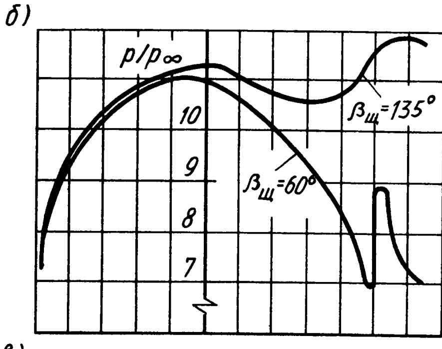


Рис. 5.2.27. Обтекание модели спускаемого аппарата со щитком:

1 — спускаемый аппарат; *2* — головная ударная волна; *3* — аэродинамический щиток; *4* — отрывная зона, *5* — хвостовой скачок уплотнения

симметрии. Так, например, при $M_\infty = 2{,}9$ и $\alpha = 0$ относительная координата точки K для нескругленного сопряжения $\bar{y} = r/D = 0{,}5$ (r — текущий радиус, D — диаметр СА), а при скруглении с $\bar{r}_c = 2r_c/D = 0{,}075$ координата $\bar{y} = 0{,}48$. Установленный за точкой сопряжения M щиток находится в зоне сверхзвукового потока.





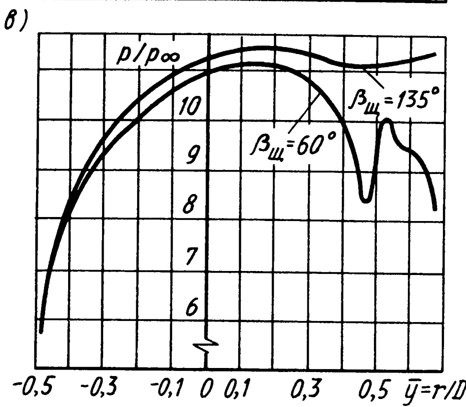


Рис. 5.2.28. Распределение давления по лобовой сегментальной поверхности и щитку при $M_\infty = 2{,}9$ и $\theta_к = 30°$:
а — $\alpha = 0$; *б* — $\alpha = +8°$, *в* — $\alpha = -8°$

Зависимость распределения давления по щитку носит существенно неравномерный характер В нижней части давление максимально, по мере приближения к его периферийной части оно уменьшается. Объясняется это различными направлениями линий тока в области воздействия потока на щиток и пространственными эффектами его обтекания. С увеличением угла атаки давление на наветренной стороне лобовой поверхности тела увеличивается, а на подветренной — уменьшается. Также падает давление и на примыкающей к ней поверхности щитка. В этом случае уменьшается угол встречи потока со щитком. При обтекании сегментально-сферического тела под отрицательным углом атаки щиток оказывает существенное влияние на распределение давления по поверхности лобовой части СА. В этом случае имеет место интерференция между потоками, обтекающими поверхности (щитка и сферического сегмента), приводящая к распространению возмущений в области дозвуковых течений на лобовом экране.

Управление аэродинамическими характеристиками тел с щитками осуществляется изменением угла наклона щитка $\beta_щ$. С увеличением $\beta_щ$ давление изменяется и на лобовой поверхности, и на самом щитке. Особенно это проявляется, когда $\beta_щ$ превышает 90°.

Из графиков рис. 5.2.28 видно, что для щитка с $\beta_щ = 135°$ по сравнению со случаем обтекания тел с наклоном щитка 60° давле-

ния в плоскости симметрии на верхней части лобовой поверхности существенно возрастают и достигают значений, близких к давлению торможения за головной ударной волной.

Для сегментально-конических тел малого удлинения значение донного давления слабо зависит от углов атаки в диапазоне их изменения от —8 до +8° (рис. 5.2.29). Это объясняется тем, что для таких тел поток отрывается, как правило, в месте сопряжения поверхностей, т. е. вся кормовая часть находится в зоне отрывного течения, давление в которой везде практически одинаково (рис. 5.2.29, *а, г*). Однако в области за щитком донное давление ниже (примерно на 20%), чем на поверхности СА, не затененной

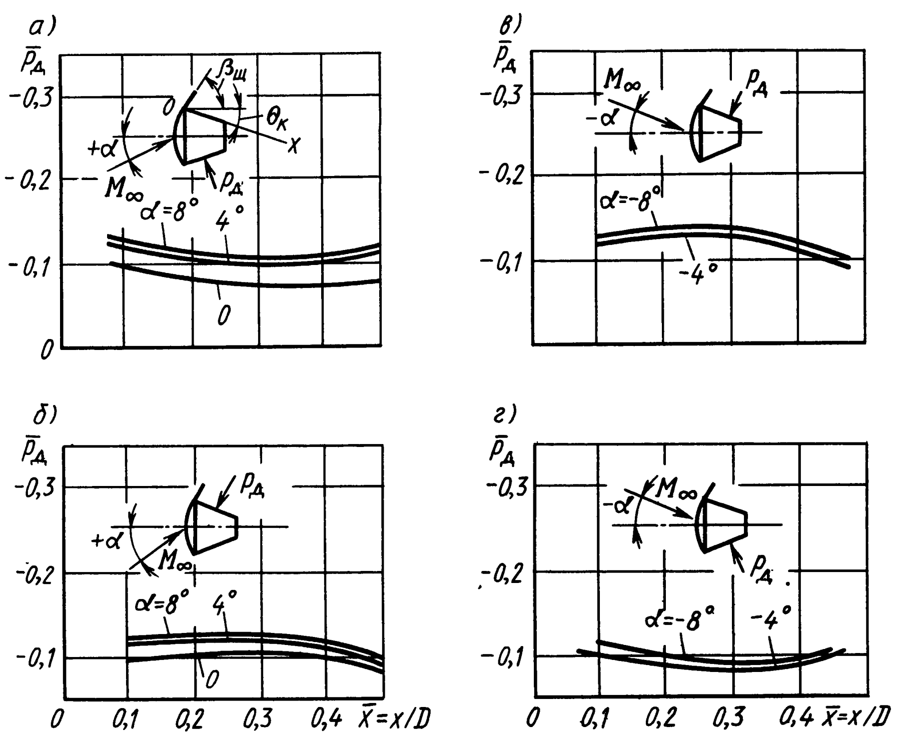


Рис. 5.2.29. Распределение давления по кормовой части сегментально-конической модели (M_∞ = 2,9; $\theta_к$ = 30°, $\beta_щ$ = 60°)

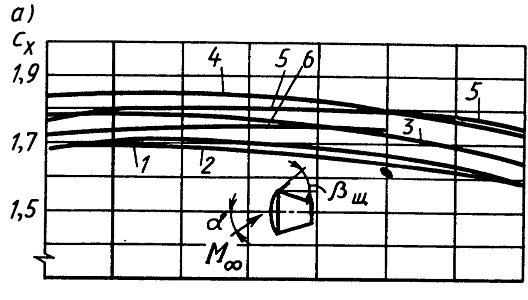
щитком (рис. 5.2.29, *б, в*). Такая закономерность наблюдается лишь для щитков, расположенных под углами $\beta_щ < 60°$. При обтекании торцевых щитков ($\beta_щ = 90°$) донное давление по всей кормовой области примерно одинаково и равно $\bar{p}_д = (p_д - p_\infty)/q_\infty = -0,1$ при числе $M = 2,9$.

На рис. 5.2.30 приведены зависимости аэродинамических коэффициентов c_x(*а*) и c_y (*б*) моделей СА с одним управляющим щитком при различных значениях углов выдвижения $\beta_щ$ и атаки α. Если $\beta_щ \leqslant 90°$, характер изменения $c_x(\alpha)$ остается одинаковым. С увеличением угла атаки α значения коэффициента c_x снижа-

ются, так как уменьшается площадь проекции управляющего щитка на плоскость, перпендикулярную оси симметрии модели.

Коэффициент осевой силы $c_x(\alpha)$ для модели СА с щитком, наклоненным под углом $\beta_щ = 30°$, ниже, чем при отсутствии такого органа управления. Это является следствием интерференции потоков, обтекающих щиток и корпус модели, в результате чего повышенное давление от управляющей поверхности передается на кормовую часть, уменьшая величину c_x.

Если $\beta_щ > 90°$, то с увеличением угла атаки до 6° коэффициент c_x несколько возрастает, а затем непрерывно уменьшается. Это связано с изменением соответствующей площади проекции щитка и интенсивности воздействия набегающего потока на управляющую поверхность.



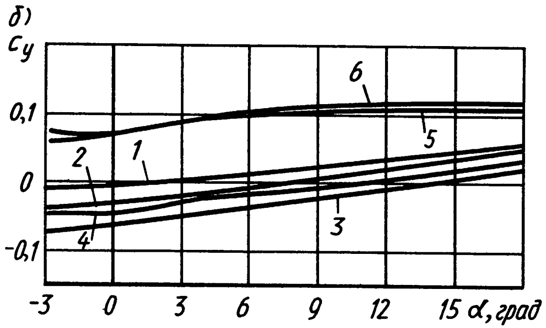


Рис. 5.2.30. Аэродинамические характеристики модели с управляющим щитком ($M_\infty = 3{,}0$; $h/b = 1$, $\bar{S}_щ = S_щ/S_{мид} = 0{,}08$):

1 — щиток отсутствует; 2 — $\beta_щ = 30°$; 3 — $\beta_щ = 60°$; 4 — $\beta_щ = 90°$; 5 — $\beta_щ = 135°$; 6 — $\beta_щ = 180°$

Зависимости коэффициента нормальной силы от угла атаки α для моделей СА с $\beta_щ < 90°$ носят линейный характер, а статическая производная от этого коэффициента по углу атаки всегда остается положительной ($c_y^\alpha > 0$). При $\beta_щ \geqslant 90°$ в зависимостях $c_y(\alpha)$ появляется нелинейность.

Графики зависимостей c_x и c_y от угла отклонения щитка $\beta_щ$ при фиксированных α приведены на рис. 5.2.31. С увеличением $\beta_щ$ коэффициент продольной силы c_x возрастает. Максимальное его значение достигается в диапазоне $\beta_щ = 90...110°$ при $-3° \leqslant \alpha \leqslant 12°$ (рис. 5.2.31, *а*). С изменением $\beta_щ$ до значения, соответствующего максимальному значению c_x, происходит возрастание как давления на торцевой поверхности щитка, так и площади его проекции в потоке. Если щиток расположен с подветренной стороны (верхняя поверхность), то рост угла атаки сопровождается его затенением, т. е. уменьшением действительного угла выдвижения $\beta_щ$, что влечет за собой уменьшение c_x. Дальнейшее увеличение угла отклонения щитка приводит к падению коэффициента продольной силы.

Зависимость коэффициента нормальной силы от угла $\beta_щ$ подчиняется более сложным закономерностям (рис. 5.2.31, *б*). При

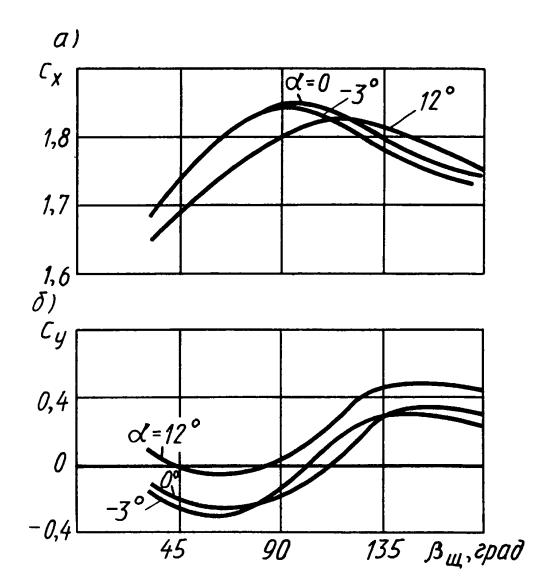


Рис. 5.2.31. Зависимость аэродинамических коэффициентов сегментально-конической модели от угла наклона щитка $\beta_щ$

отклонении щитка от 0 до 90° значение c_y достигает локального минимума. Для случая малых углов атаки этот минимум соответствует максимальному отрицательному значению нормальной силы, создаваемой щитком.

По мере увеличения угла атаки α происходит компенсация нормальных сил от перераспределения давления на органе управления и на корпусе СА. Разворот щитка против направления потока ($\beta_щ > 90°$) приводит к появлению максимума в зависимостях $c_y(\beta_щ)$. Нормальные силы, создаваемые корпусом при наличии угла атаки и щитком, суммируются. Следует отметить, что максимумы нормальной и продольной сил не соответствуют одним и тем же углам отклонения щитка.

Газодинамические интерцепторы. Известны случаи применения интерцепторов для создания управляющих усилий путем введения их в поток продуктов сгорания твердого топлива вблизи выходного сечения сопла двигательной установки. Четыре симметрично расположенных интерцептора обеспечивают управление по тангажу и рысканию. Результаты испытаний таких интерцепторов, имеющих различную форму лобовой поверхности, приведены на рис. 5.2.32...5.2.35. В сверхзвуковое осесимметричное сопло, для которого на стенке в выходном сечении число $\mathbf{M} = 3{,}5$ на различных расстояниях от его среза помещались интерцепторы. Менялись их форма и степень перерасширения потока (путем изменения давления торможения). Если интерцептор *1* имеет затупленную переднюю поверхность, то около него образуется развитая зона отрыва (рис. 5.2.32) с избыточным давлением. Это приводит к появлению управляющего усилия $\vec{P}_y$. За счет сопротивления интерцептора уменьшается тяга, создаваемая соплом *2*. Потеря тяги ΔP_x в основном обусловлена перераспределением давления по интерцептору, так как небольшое увеличение тяги от повышенного давления на стенках сопла перед интерцептором в значительной степени компенсируется соответствующим уменьшением тяги, обусловленной зоной разрежения за интерцептором.

На рис. 5.2.33 показана зависимость относительной величины управляющего усилия $\bar{P}_y = P_y/P_{max}$ от относительного расстояния

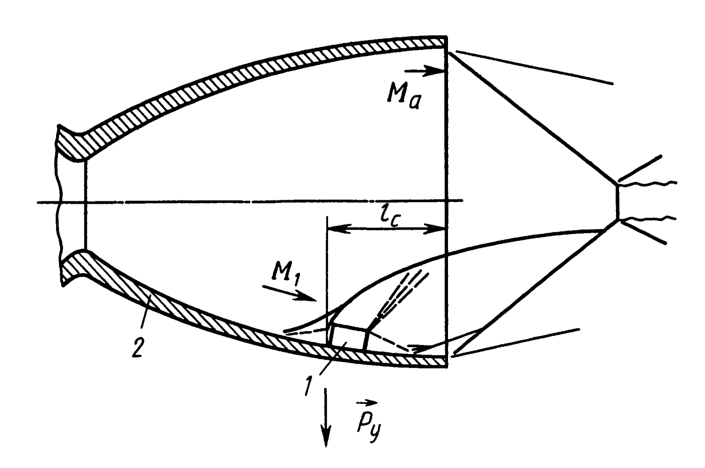


Рис. 5.2.32. Схема обтекания интерцептора в сопле:
1 — интерцептор; 2 — раструб сопла

интерцептора до выходного сечения сопла $\bar{l}_c = l_c/L$ (где L — длина сверхзвуковой части сопла; P_{max} — тяга при истечении струи в пустоту). Характер этой зависимости определяется степенью перерасширения потока на выходе из сопла, т. е. значением коэффициента нерасчетности

$$n = p_a/p_H, \qquad (5.2.18)$$

где p_a — давление на срезе сопла в выходном его сечении при условии безотрывного течения; p_H — давление среды, окружающей сопло.

Причиной существования такой зависимости является непосредственное *воздействие атмосферной среды, проникающей внутрь сопла, на течение в области следа за интерцептором.*

При значениях $n > 0{,}7$ среда вблизи выходного сечения не оказывает существенного влияния на структуру обтекания интерцептора.

Экспериментальные исследования выявили, что конфигурация и размеры зоны отрывного течения перед интерцептором при смещении его внутрь сопла, т. е. при увеличении $\bar{l}_c = l_c/L$ вплоть до 0,5, практически не меняются. Однако рост статического давления и уменьшение числа $\mathbf{M}_1$, приводящее к падению давления в

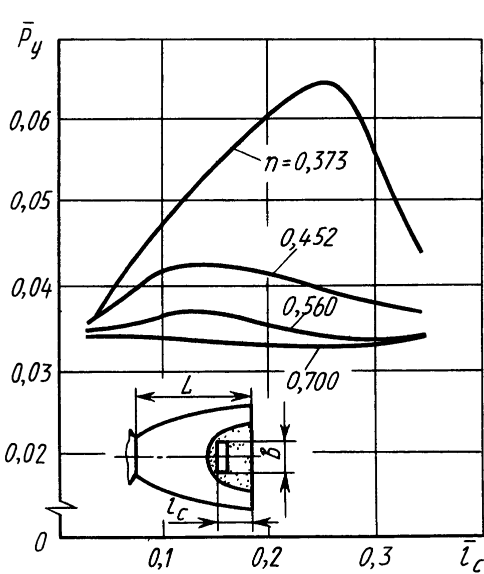


Рис. 5.2.33. Зависимость относительного управляющего усилия $\bar{P}_y$ от места расположения интерцептора в сопле ($\mathbf{M}_a = 3{,}5$, $b/h = 1{,}67$, $b/d_a = 0{,}2$)

передней зоне отрыва, компенсируют друг друга. Этим и объясняется постоянство $\bar{P}_y$ при изменении $\bar{l}_c$.

Если поток у среза сопла значительно перерасширен, а интерцептор расположен достаточно близко к выходному сечению, то в область следа за интерцептором может проникнуть атмосферная среда с повышенным давлением, создавая дополнительное управляющее усилие. Этому условию на рис. 5.2.33 соответствует, например, режим течения, для которого $n = 0{,}373$. С возрастанием $\bar{l}_c > 0{,}26$ наступит момент, когда управляющее усилие $\bar{P}_y$ начнет уменьшаться и достигнет такого значения, при котором влияние течения атмосферной среды у среза сопла сказываться не будет.

На величину управляющего усилия, создаваемого интерцептором, существенное влияние оказывает форма его лобовой поверхности.

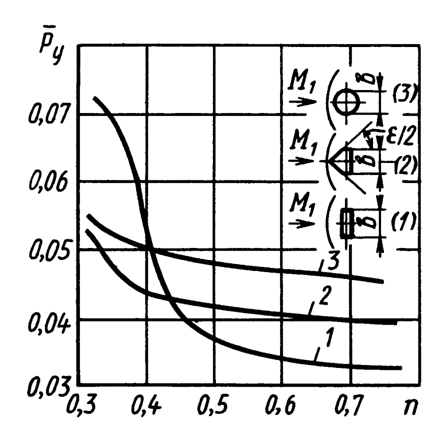


Рис. 5.2.34. Зависимости относительного усилия от степени нерасчетности потока в сопле для различных типов интерцепторов ($\mathbf{M}_1 = 3{,}3$, $\mathbf{M}_a = 3{,}5$, $b/h = 1{,}67$)

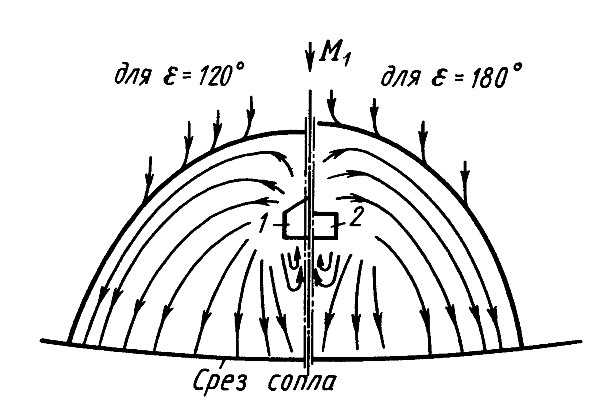


Рис. 5.2.35. Спектры течения на внутренней поверхности сопла около интерцепторов ($\mathbf{M}_1 = 3{,}3$; ε — угол раскрытия)

Зависимости $\bar{P}_y$ от коэффициента нерасчетности для интерцепторов с торцевой (кривая *1*), угловой (кривая *2*) и цилиндрической (кривая *3*) лобовыми поверхностями приведены на рис. 5.2.34.

Интерцепторы устанавливались в сверхзвуковой части сопла на расстоянии $\bar{l}_c = 0{,}25$ от его среза. При $n > 0{,}56$ практически отсутствовало воздействие отрывных течений у среза сопла на общую структуру обтекания органа управления. Согласно полученным результатам, эффективность интерцептора с угловой лобовой поверхностью ($\varepsilon = 120°$) выше, чем с торцевой ($\varepsilon = 180°$). Так как интерцепторы находятся в одинаковых условиях обтекания, имеют одну и ту же высоту h, ширину b, форму донного среза, а следовательно, равное осредненное давление в зонах отрыва, то

разница в управляющих усилиях определяется размерами области отрывного течения в окрестности интерцептора. Этот факт иллюстрируется спектрами течений на внутренней поверхности сопла, полученными методом сажемасляных покрытий (рис. 5.2.35). Видно, что для интерцептора с угловой лобовой поверхностью *1* площадь, занятая отрывным течением, превосходит область возмущений, создавамых торцевым интерцептором *2*.

Существует оптимальное значение «угла раскрытия» ε лобовой поверхности, при котором величина P_y достигает своего максимального значения. На рис. 5.2.36 приведены результаты, показывающие зависимость силы от угла раскрытия. При малых ε интенсивность скачка уплотнения перед интерцептором мала, что приводит к небольшим возмущениям потока в сопле. С увеличением ε возникает развитое отрывное течение, и при $\varepsilon_{\text{опт}} \approx 120°$ создаются условия, соответствующие максимальному распространению возмущений в боковом направлении.

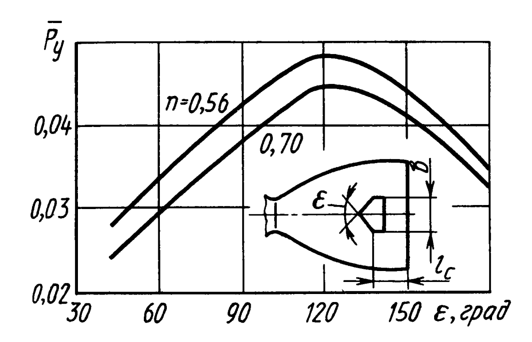


Рис. 5.2.36. Зависимость $\bar{P}_y$ от угла раскрытия ε лобовой поверхности интерцептора ($\mathbf{M}_a = 3{,}5$, $b/h = 1{,}67$, $l_c/L = 0{,}25$)

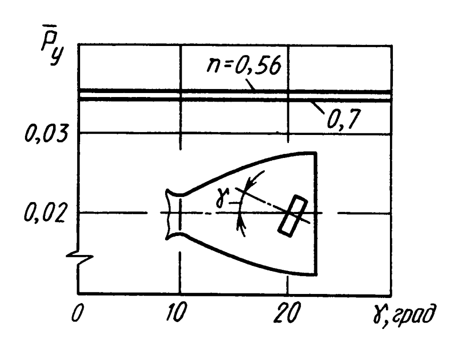


Рис. 5.2.37. Зависимость $\bar{P}_y$ от угла поворота интерцептора ($l_c/L = 0{,}25$, $b/h = 1{,}67$, $b/d_a = 0{,}2$, $\mathbf{M}_a = 3{,}5$, $\mathbf{M}_1 = 3{,}3$)

Наибольшую эффективность имеет интерцептор, выполненный в виде цилиндра (см. рис. 5.2.34), что обусловлено малыми размерами донной области течения с пониженным давлением. Однако такой тип интерцептора не позволяет осуществлять управление по крену, что может быть достигнуто применением интерцепторов с угловой или торцевой поверхностями.

Следует отметить слабое влияние каналов управления при повороте интерцептора вокруг вертикальной оси (например, с торцевой поверхностью) для создания момента крена. Так же как при внешнем обтекании, существует диапазон углов $\gamma = 0...30°$, для которого $\bar{P}_y$ сохраняется неизменным (рис. 5.2.37).

Результаты испытаний торцевых интерцепторов, имеющих верхнюю кромку в виде дуги окружности, при обтекании горячим газом приведены на рис. 5.2.38 и 5.2.39 [31, 1972, № 6].

Зависимость угла отклонения вектора тяги $\delta_p = \arcsin(P_y/P_{max})$ от степени загромождения выходного сечения сопла интерцептором $\bar{S}_и = S_и/S_a$ (где $S_и$ — площадь интерцептора; S_a — площадь выходного сечения сопла) близка к линейной (рис. 5.2.38). С помощью этого графика и формулы $\bar{P}_y = \sin\delta_p$ можно подсчитать эффективность интерцепторного управления $\bar{P}_y$, а следовательно, и значение управляющего усилия P_y. Относительные потери тяги $\Delta\bar{P}_x = \Delta P_x/P_{max}$ оказываются весьма значительными (рис. 5.2.39).

При введении в струю двух соседних интерцепторов в результате аэродинамической интерференции происходит поворот вектора управляющего усилия в плоскости, перпендикулярной оси двигательной установки, на угол γ. Судить о взаимном влиянии интерцепторов можно по графику (рис. 5.2.40), построенному для случая, когда один из интерцепторов закреплен неподвижно и обеспечивает степень загромождения выходного сечения сопла, равную 0,184.

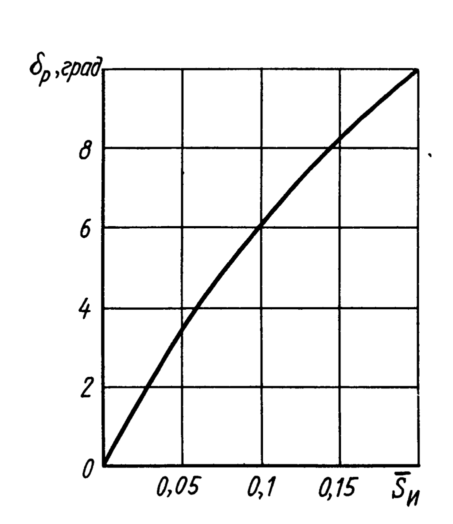


Рис. 5.2.38. Зависимость угла отклонения вектора тяги $\delta_р$ от $\bar{S}_и$

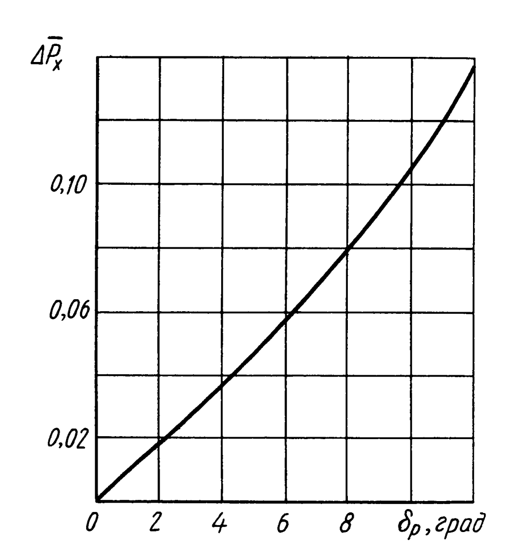


Рис. 5.2.39. Зависимость относительной потери тяги $\Delta\bar{P}_x$ от угла $\delta_р$

Расположение газодинамических органов управления в соплах двигателей, работающих с перерасширением, требует учитывать особенности образования сложной структуры течения вблизи среза сопла. Это прежде всего связано с воздействием возмущений, вносимых органом управления, на зону взаимодействия скачка уплотнения, существующего из-за нерасчетного режима истечения основного потока, с пограничным слоем в выходном сечении сопла. Если органы управления выполнены в виде газового руля, щитка, интерцептора, размещаемых внутри сопла, то возмущения вызваны отрывом основного потока за этими органами управления при их обтекании.

Структуры обтекания газодинамического щитка 2, установленного внутри перерасширенного сопла 1 под различными углами поворота $\beta_{щ}$, показаны на рис. 5.2.41.

Для малых $\beta_{щ}$ (рис. 5.2.41, *а*) характерно то, что скачок уплотнения 3 перед щитком не вызывает отрыва основного потока. За щитком же имеет место отрывное течение с образованием зоны 4 пониженного давления и области *R* присоединения потока. В скачке уплотнения 5 происходит изменение параметров течения до значений, примерно соответствующих изэнтропическому расширению невозмущенного потока в этом сечении сопла. Так как сопло перерасширено, т. е. давление на срезе сопла p_a меньше, чем давление в атмосфере p_H, то за выходным его сечением образуется система скачков уплотнения 6 (скачков «нерасчетности»), вызванных торможением сверхзвукового потока атмосферной средой. Управляющее усилие в этом случае определяется избыточным положительным давлением на щитке и отрицательным — за ним (в донном следе).

С увеличением угла поворота $\beta_{щ}$ (рис. 5.2.41, *б*) перед и за щит-

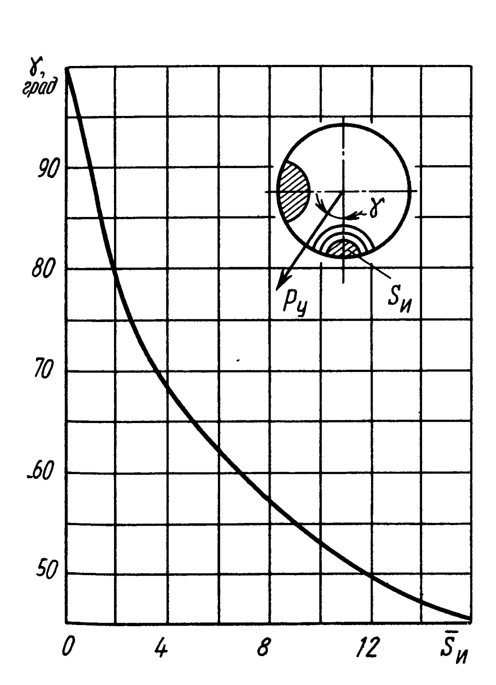


Рис. 5.2.40. Зависимость угла направления действия управляющего усилия от степени загромождения сопла нижним интерцептором $\bar{S}_и$, %

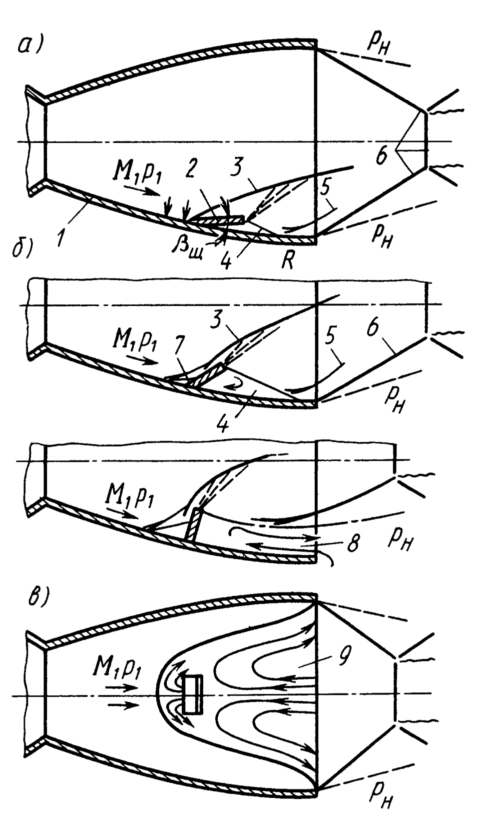


Рис. 5.2.41. Газодинамические щитки в перерасширенном сопле

ком появляется единая зона пространственного отрывного течения. Присоединение потока происходит ближе к срезу сопла. И наконец, при последующем возрастании $\beta_ш$ наступает такой момент (рис. 5.2.42, *в*), когда след за щитком откроется, т. е. область присоединения *R* выйдет за пределы сопла. В этом случае во всей зоне *9* за щитком будет находиться возвратное атмосферное течение *8* с давлением, близким к $p_н$. При такой структуре взаимодействия основного потока с щитком и атмосферой значительную часть управляющего усилия составляет доля, обусловленная затеканием среды в область следа со стороны среза сопла.

На рис. 5.2.42 показана полученная экспериментальным путем зависимость относительной величины управляющего усилия $\bar{P}_у = P_у/P_{max}$ от степени перерасширения потока в сопле $n = p_a/p_н$ при обтекании щитков с углами наклона $\beta_ш = 10°$ (кривая *1*) и $\beta_ш = 20°$ (кривая *2*). Коэффициент нерасчетности $n = (\pi(\mathbf{M}_a)/p_н)p_0$ изменялся за счет давления торможения p_0 основного потока. Щиток имел форму прямоугольника с относительными шириной $b/d^* = 0{,}670$ и высотой $l/d^* = 0{,}585$. Сопло с диаметром критического сечения $d^* = 35{,}85$ мм было спрофилировано на число $\mathbf{M}_a = 3{,}5$, в сечении перед щитком число $\mathbf{M}_1 = 3{,}3$. Испытание проводилось на холодном воздухе. Приведенные данные соответствуют случаям, когда перед щитком не возникает развитого отрывного течения. Для сравнения на этом же графике показаны значения $\bar{P}_у$ (кривые *1′* и *2′*), полученные расчетом по теории скачков уплотнения без учета воздействия вносимых щитком возмущений на течение у среза сопла. В диапазоне коэффициентов нерасчетности $n = 0{,}25...0{,}45$ управляющие усилия были больше их величин, создаваемых только за счет повышения давления на передней поверхности щитка. С увеличением *n* разность между указанными значениями управляющих усилий уменьшается. Отличие величин, соответствующих кривым *1* (*2*) и *1′* (*2′*), объясняется существованием за щитком области повышенного давления, что обусловлено проникновением атмосферной среды со стороны среза сопла. На рис. 5.2.43 приведен график осредненного относительного давления

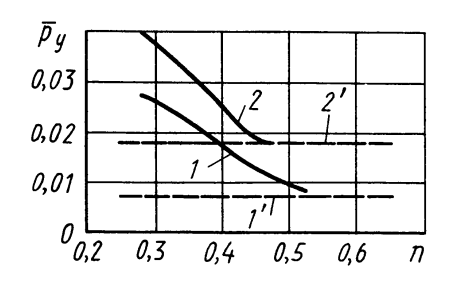


Рис. 5.2.42. Зависимость $\bar{P}_у$ газодинамического щитка от коэффициента нерасчетности *n*

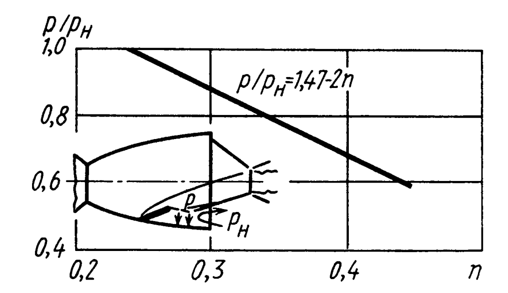


Рис. 5.2.43. Зависимость давления в зоне атмосферного течения от коэффициента нерасчетности *n*

для этой зоны при различных числах $\mathbf{M}_a$ и углах раскрытия сопла в зависимости от коэффициента нерасчетности. Зависимость аппроксимируется функцией

$$p/p_H = 1{,}47 - 2n. \qquad (5.2.19)$$

Для расчета управляющего усилия, создаваемого газодинамическим щитком в перерасширенном сопле, можно рекомендовать следующую зависимость: $\bar{P}_у = \bar{P}_щ + \Delta\bar{P}$, где $\bar{P}_щ = P_щ/P_{max}$ — относительное усилие, обусловленное перераспределением давления на щитке; $\Delta\bar{P} = \Delta P/P_{max}$ — относительная добавочная сила, вызванная возвратным атмосферным течением.

Величина $\Delta\bar{P}$ определяется по формуле

$$\overline{\Delta P} = \frac{2[(p_H/p_0)(1{,}47-2n) - \pi(\mathbf{M}_{ср})]}{\pi\varepsilon(1)z(\mathbf{M}_a)}\left\{\left[\left(\frac{\tilde{l}_c}{\cos\theta_{ср}} + l_щ\cos\beta_щ\right)\operatorname{tg}\alpha + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \bar{b}\right]\left(\frac{\tilde{l}_c}{\cos\theta_{ср}} - \bar{l}_щ\cos\beta_щ\right)\right\}\cos\theta_{ср}, \qquad (5.2.20)$$

где $\varepsilon(1)$ $\pi(\mathbf{M}_{ср})$, $z(\mathbf{M}_a)$ — газодинамические функции; $\alpha = \arcsin(1/\mathbf{M}_1)$ — угол слабых возмущений; $\mathbf{M}_{ср}$ — осредненное число $\mathbf{M}$ в невозмущенном потоке между сечениями, проходящими через начало щитка и срез сопла; $\bar{l}_щ = l_щ/d^*$, $\bar{b} = b/d^*$ — относительные геометрические размеры щитка (рис. 5.2.44); $\tilde{l}_c = l_c/d^*$; l_c — расстояние вдоль оси сопла от начала щитка до среза сопла; $\theta_{ср}$ — средний полуугол наклона образующей сопла.

Соотношение (5.2.20) получено из условия, что в области взаимодействия основного и атмосферного потоков кривизна сопла пренебрежимо мала, размеры возмущенной зоны течения ограничены линиями a_1a_2 и a_3a_4 слабых возмущений, срезом сопла и линией k_1k_2, совпадающей с проекцией верхней кромки щитка на внутреннюю поверхность сопла.

Границей существования структур течения (см. рис. 5.2.41) в общем случае является условие, при котором область присоединения оторвавшегося основного потока за щитком достигает зоны падения на внутреннюю поверхность сопла скачка уплотнения,

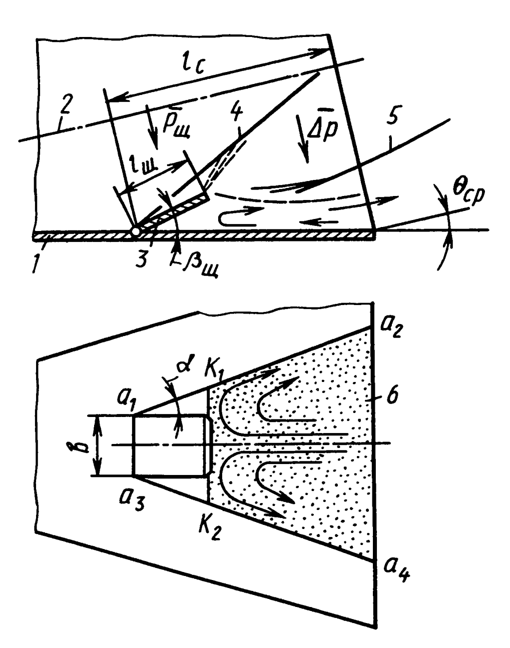
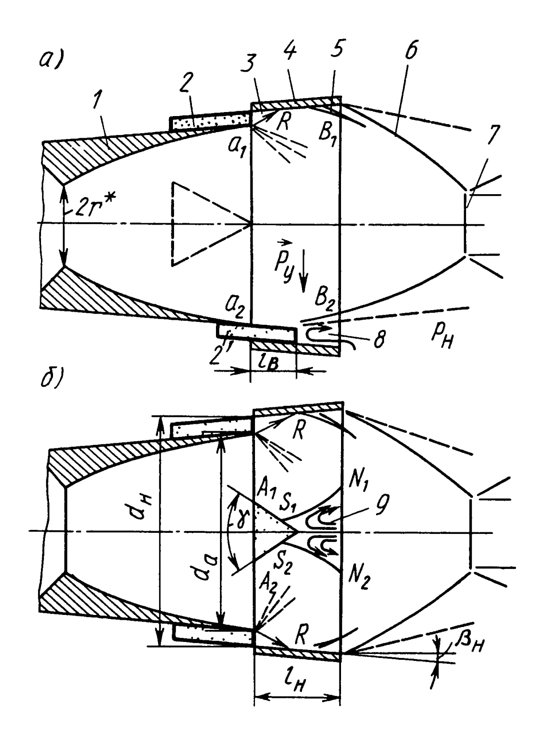


Рис. 5.2.44. Схема течения к расчету управляющего усилия:

1 — сопло; 2 — продольная ось симметрии сопла, 3 — щиток; 4, 5 — скачки уплотнения; 6 — область атмосферного течения

вызванного нерасчетным режимом истечения потока. Положение зоны присоединения R можно определить расчетным путем, например используя методику § 5.8 для малых углов $\beta_щ$ и § 5.2, если перед щитком образуется развитый отрыв.

«Тангенциальный» щиток. Управление вектором тяги, создаваемой с помощью сопла *1*, снабженного насадком *4* (рис. 5.2.45, *а*), возможно осуществлять за счет несимметричного выдвижения пластины (*2'*), скользящей по внутренней поверхности насадка. Такой орган управления называют «тангенциальным» щитком. Щиток имеет клинообразную форму в плане (рис. 5.2.45, *б*), высота его $h = (d_н - d_a)/2$, где $d_н$, d_a — соответственно диаметры насадка и выходного сечения сопла.



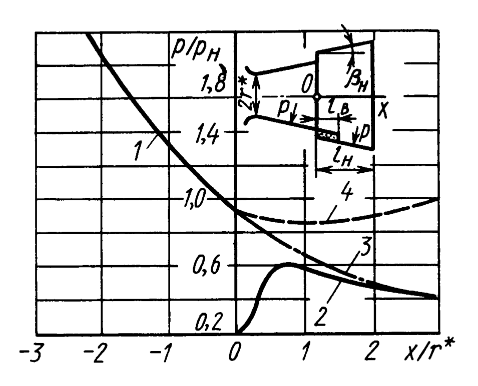


Рис. 5.2.45. Схема обтекания тангенциального щитка и насадка:
а — плоскость создания управляющего усилия, *б* — вид в плане

Рис. 5.2.46. Распределение давления на стенках сопла и насадка:
1, *2* — управляющий щиток вне потока, *3*, *4* — $\bar{l}_в = l_в/l_н = 0{,}64$

Если щиток расположен вне потока (положение *2*), то отрывное течение с кромки a_1 излома образующей сопла присоединяется к поверхности насадка (область R) с образованием зоны отрыва *3*, скачка уплотнения *5*. Геометрические размеры насадка таковы, что в выходном его сечении b_1b_2 поток перерасширен (давление в атмосфере p_H больше давления в потоке на срезе насадка p_1). Взаимодействие такого потока с атмосферной средой сопровождается образованием системы скачков уплотнений *6* и *7*. Интенсивность скачка уплотнения *6* мала, и он не вызывает отрыва основного потока от внутренних стенок насадка вблизи его выходного сечения b_1b_2.

При выдвижении «тангенциального» щитка к срезу насадка область присоединения потока R перемещается в этом же направлении. Наступит такой момент (положение $2'$), когда поток не будет присоединяться к поверхности насадка и за щитком образуется открытый донный след. Это приведет к проникновению атмосферной среды с повышенным давлением ($p_H > p_1$) в область отрыва и образованию возвратного течения *8*. На сопловом насадке со стороны пластины в области *9* (рис. 5.2.45, *б*) и на обтекаемой основным потоком поверхности щитка будет действовать избыточное положительное давление, что и создает управляющее усилие $P_у$.

На рис. 5.2.46 приведены графики распределения давления в плоскости симметрии «тангенциального» щитка. Кривая *1* показывает изменение давления в сопловом раструбе до места сопряжения с насадком, кривая *2* — распределение давления по насадку при отсутствии щитка. Видно, что давление за срезом сопла резко падает (аналогично течению за уступом, см. § 2.5), а затем в области присоединения потока возрастает и стремится к давлению на стенках сопла при условии продолжения его контура на длину насадка (кривая *3*).

Кривая *4* соответствует условиям распространения атмосферной среды с давлением $p_H > p_1$ в области следа за щитком. В этом случае давление по длине насадка меняется незначительно и его можно считать равным 0,95 p_H.

Зависимость величины относительного управляющего усилия $\bar{P}_y = P_y / P_{max}$, где P_{max}—пустотная тяга, от относительной длины $\bar{l}_В = l_В / l_н$ выдвижения тангенциального щитка, где $l_н$ — длина насадки, приведена на рис. 5.2.47. Экспериментальные результаты получены для случая, когда на срезе сопла число $\mathbf{M}_a = 3{,}25$, угол раскрытия щитка $\gamma = 75°$, насадок конической формы с полууглом $\beta_н = 16°$ и размерами $\bar{l}_н = l_н / r^* = 2{,}62$, $d_н / d_a = 1{,}06$, где r^* — радиус критического сечения сопла. Оказалось, что кроме конструктивных параметров на величину управляющего усилия влияет степень перерасширения потока в сопле, характеризующаяся коэффициентом нерасчетности $n = p_a / p_H$. Чем меньше n и больше $\bar{l}_в$, тем выше управляющее усилие, создаваемое «тангенциальным» щитком.

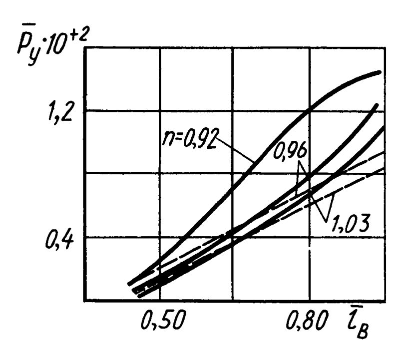


Рис. 5.2.47. Зависимость величины относительного управляющего усилия от $\bar{l}_в$:

——— эксперимент, — — — расчет

Считая, что управляющее усилие складывается из двух составляющих, обусловленных проникновением атмосферной среды в глубь насадка ($\bar{P}_{у1}$) и обтеканием основным потоком поверхности щитка ($\bar{P}_{у2}$), можно записать, что

$$\bar{P}_y = P_y/P_{max} = \bar{P}_{y1} + \bar{P}_{y2}. \quad (5.2.21)$$

Величина $\bar{P}_{y1}$ определяется формулой

$$\bar{P}_{y_1} = \frac{P_{y_1}}{P_{max}} = \frac{\Delta p_1 S_{b1}}{2\varepsilon(1) p_0 z(\lambda_a) S^*} =$$

$$= \frac{0{,}5}{\varepsilon(1) z(\lambda_a) S^*}\left(0{,}95\frac{p_H}{p_0} - \frac{p_{cp}}{p_0}\right)\left\{2\,\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}(l_b - l_н + 3{,}6h\xi) + \right.$$

$$\left. + 3{,}6h\xi\left[\frac{[0{,}95(k+1)p_н]/p_0) + (k-1)}{2kM_{cp}^2 - 0{,}95(k+1)p_н/p_{cp} - (k-1)}\right]^{0{,}5}\right\} 3{,}6h\xi\cos\beta_н, \quad (5.2.22)$$

где Δp_1 — избыточное давление в зоне возвратного течения атмосферной среды; $S_{в1}$ — площадь $S_1S_2N_2N_1$ (см. рис. 5.2.45), омываемая этим течением; $\varepsilon(1)$, $z(\lambda_a)$ — газодинамические функции; λ_a — приведенная скорость в выходном сечении сопла; S^* — площадь критического сечения сопла; p_{cp}, $\mathbf{M}_{cp}$ — осредненные давление и число $\mathbf{M}$ на участке насадка длиной $l_н - l_в$ при отсутствии в потоке щитка; p_o — давление в камере двигателя; $h = (d_н - d_a)/2$ — высота «тангенциального» щитка; ξ — коэффициент, учитывающий протяженность области присоединения, равный 1,8; $k = c_p/c_v$ — отношение удельных теплоемкостей.

Второе слагаемое в (5.2.21)

$$\bar{P}_{y2} = \frac{P_{y2}}{P_{max}} = \frac{\Delta p_2 S_{b2}}{2\varepsilon(1) p_0 z(\lambda_a) S^*} =$$

$$= \frac{0{,}25}{\varepsilon(1) z(\lambda_a) S^*}\left(\frac{p_1}{p_0} - \frac{p_д}{p_0}\right)\left\{(l_н - 3{,}6h\xi)\left[\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}(l_в - \right.\right.$$

$$\left.\left. - l_н + 3{,}6h\xi) + l_в\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}\right]\right\}\cos\beta_н, \quad (5.2.23)$$

где $\Delta p_2 = (p_1 - p_д)/2$ — осредненное избыточное давление на верхней поверхности щитка; S_{b2} — площадь $A_1S_1S_2A_2$ (см. рис. 5.2.45), на которую действует давление Δp_2; $p_д$ — донное давление за срезом сопла, которое может быть определено известными методами (см. § 5.8) или по эмпирической зависимости

$$p_д/p_1 = 1/\mathbf{M}_1 - 0{,}1. \quad (5.2.24)$$

Расчеты по (5.2.21)...(5.2.23) показали, что приемлемое совпадение с экспериментом (рис. 5.2.47) получается при следующих условиях: углы раскрытия сопла и насадка равны, истечение из сопла близко к расчетному ($n = 1$), длина насадка изменяется в диапазоне $(0...3)r^*$.

§ 5.3. УПРАВЛЕНИЕ ОТРЫВОМ С ПОМОЩЬЮ ГЕНЕРАТОРОВ ВИХРЕЙ, ТУРБУЛИЗАТОРОВ И КАВЕРН

Генераторы вихрей. Применяются главным образом для управления отрывом потока на крыльях и в диффузорах. С их помощью *подводится дополнительная энергия в пограничный слой, повышается уровень его турбулентности и сопротивляемости отрыву.*

На рис. 5.3.1 приведены оптимальные виды неподвижных генераторов вихрей, создающих в потоке крупномасштабное вихреобразование и обладающих наименьшим сопротивлением. Высота выступа h таких устройств над обтекаемой поверхностью, как правило, соизмерима с толщиной пограничного слоя. Они разделяют поток в пограничном слое на две части и создают условия для образования двух спутных вихрей.

Генераторы вихрей способствуют перемешиванию высокоэнергетического внешнего потока с низкоскоростным пограничным слоем, оттесняя его от обтекаемой поверхности. За счет создания продольных спиралеобразных вихрей, и взаимодействия их между собой в пристеночное низкоскоростное течение поступают частицы газа с достаточно большим количеством движения в направлении основного потока. Этот процесс перераспределения энергии между отдельными слоями потока противодействует нарастанию толщины пограничного слоя и уменьшает влияние положительного градиента давления, существование которого способствует появлению отрывного течения.

Экспериментально установлено, что крупномасштабное перемешивание с помощью сравнительно больших и далеко разнесенных генераторов значительно эффективнее, чем мелкомасштабное. Это связано с достаточно быстрым «затуханием» мелких вихрей в потоке, а следовательно, и с малым влиянием на характеристики течения в пограничном слое.

На рис. 5.3.2 приведены зависимости коэффициентов подъемной силы гладкого крыла *1* от угла атаки при использовании генераторов вихрей в виде крылышек *2* и клиньев *3*. Клиновидные генераторы вихрей дают несколько бóльшую подъемную силу по сравнению с генераторами-крылышками. Благодаря применению клиньев увеличивается линейный участок кривой подъемной силы. Угол атаки, соответствующий

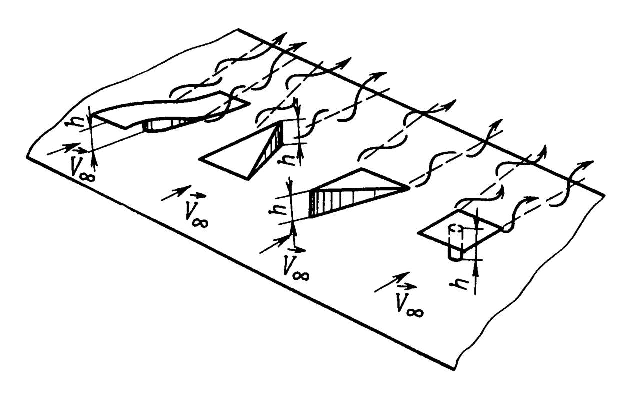


Рис. 5.3.1. Разновидности генераторов вихрей

максимальной подъемной силе, возрастает с 13 до 20°, а значение коэффициента подъемной силы увеличивается до 1,89 [28].

Турбулизаторы. Применяются при специальной турбулизации потока для предотвращения или затягивания отрыва, так как ламинарный пограничный слой более чувствителен к отрыву, чем турбулентный. Искусственная турбулизация потока осуществляется с помощью простейших устройств, называемых *турбулизаторами*, в качестве которых могут применяться малые уступы, преграды или неровности, обусловленные шероховатостью поверхности. Например, чтобы улучшить обтекание шара *1* и уменьшить его сопротивление, на поверхность *2* помещают проволочное кольцо *T* (рис. 5.3.3). Отрыв потока происходит в точке S_2 вместо точки S_1 на гладкой сфере, что уменьшает область донного следа с пониженным давлением по сравнению со случаем обтекания без турбулизатора.

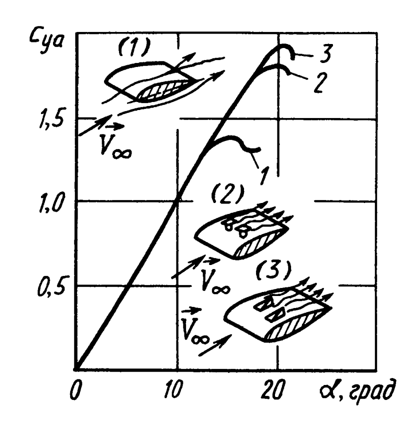


Рис. 5.3.2. Влияние генератора вихрей на подъемную силу профиля

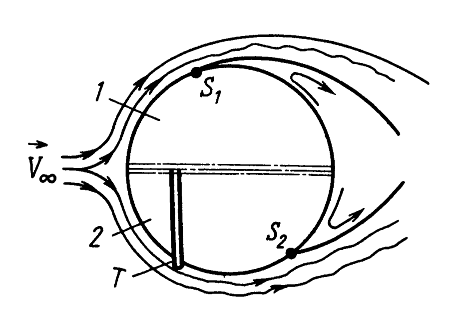


Рис. 5.3.3. Схема обтекания сферы дозвуковым потоком

Однако, как показывают исследования, не всякий уступ (шероховатость) оказывает воздействие на переход ламинарного течения в турбулентное. В случае единичного цилиндрического турбулизатора (например, в виде отдельной тонкой проволоки, закрепленной поперек потока), вызывающего переход течения, высота его должна превосходить

$$h_{\text{кр}} > F\nu/\sqrt{\tau_{\text{ст}}/\rho}\ , \tag{5.3.1}$$

где $F = 13...20$ — эмпирический коэффициент; $\tau_{\text{ст}}$ — напряжение трения в ламинарном пограничном слое в месте расположения турбулизатора.

Для турбулизатора с более плоскими куполообразными элементами коэффициент F намного больше, чем в соотношении (5.3.1), а для остроконечных элементов, наоборот, меньше.

Эффективность турбулизатора определяется не только его высотой h, но и расположением относительно места зарождения пограничного слоя. Опыты показали, что при небольшом удалении турбулизатора от передней кромки $(V_\delta x/\nu < 10^5)$ переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный происходит непосредственно около этого элемента, если $V_\delta h_{кр}/\nu \geqslant 600$. При большем расстоянии $(V_\delta x/\nu > 10^5)$ имеет место неравенство $V_\delta h_{кр}/\nu \geqslant 900$.

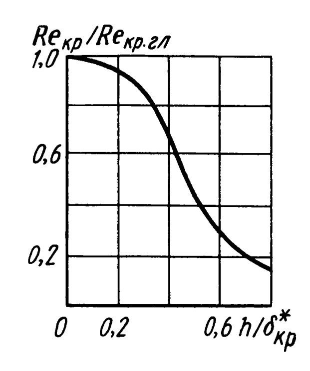


Рис. 5.3.4. Влияние турбулизатора на переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный

Для определения положения точки перехода при наличии турбулизатора в случае $V_\delta x/\nu \sim 10^5$ можно воспользоваться экспериментальной кривой (рис. 5.3.4), определяющей функцию

$$\mathbf{Re}_{кр}/\mathbf{Re}_{кр\ гл} = f(h/\delta^*_{кр}), \qquad (5.3.2)$$

где $\mathbf{Re}_{кр\ гл} = V_\delta x_{п.гл}/\nu$, $\mathbf{Re}_{кр} = V_\delta x_п/\nu$ — критические числа Рейнольдса соответственно для гладкой стенки и с турбулизатором; $x_п$, $x_{п\ гл}$ — координаты точек перехода; $\delta^*_{кр} = 1{,}72\sqrt{\nu x/V_\delta}$. Эти экспериментальные результаты получены для условий «спокойной» атмосферы (с нулевой начальной турбулентностью). Увеличение начальной турбулентности при заданном турбулизаторе еще больше снижает число $\mathbf{Re}_{кр}$.

Полученные данные о влиянии единичного турбулизатора на переход могут быть с известным приближением использованы при оценке этого влияния и в случае произвольной формы турбулизатора.

Каверны. Выполняют роль турбулизатора потока. Глубина H их в этом случае соизмерима с толщиной пограничного слоя δ. Однако если $H \gg \delta$, то каверна может быть использована в качестве устройства, обеспечивающего направленное изменение аэродинамических характеристик.

Если каверна расположена перед органом управления, например щиткового типа (рис. 5.3.5, *а*), она ограничивает распространение отрывного течения перед щитком. Увеличение длины каверны сокращает размеры области отрыва и приближает обтекание щитка к невязкому случаю (рис. 5.3.5, *б*). При этом повышается давление на лобовую часть щитка, что приводит к возрастанию аэродинамического сопротивления. Влияние относительной длины глубокой каверны $(H \gg L)$ на характеристики отрывного течения показано на рис. 5.3.6. При $\bar{L} = L/R =$ 0,13 или 0,16 (R — радиус сегментально-сферического щитка) отрыв потока полностью ликвидируется. Изменение геометрических параметров каверны L и H_1, H_2 (рис. 5.3.7) позволяет управлять обтеканием летательного аппа-

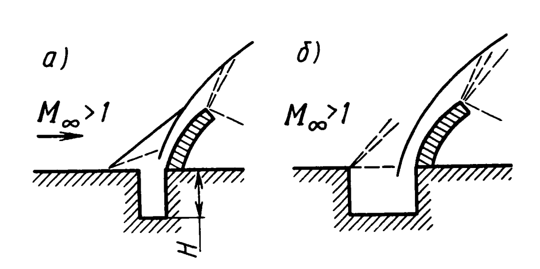


Рис. 5.3.5. Схемы обтекания щитка с каверной

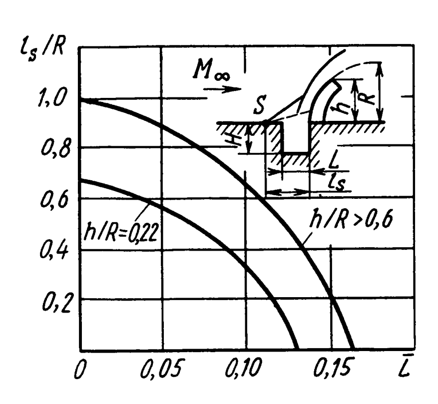


Рис. 5.3.6. Влияние длины каверны на отрывное течение перед сегментально-сферическим щитком ($\mathbf{M}_\infty = 3{,}4$)

рата в процессе его движения по траектории. Действительно, выбором L и H_2 в каверне организуется течение с повышенным или пониженным давлением, с промежуточным присоединением потока или достаточно интенсивным скачком уплотнения у задней стенки каверны (см. § 2.6).

Рассмотрим расчет параметров течения в каверне *5* при сверхзвуковом ее обтекании (рис. 5.3.7). Если высота заднего тела *4* больше, чем переднего *6* ($H_2>H_1$), то оторвавшийся поток *1* поворачивается вверх и в точке отрыва *O* возникает скачок уплотнения *7*. В том случае, когда $H_2<H_1$, отрыв сопровождается образованием течения разрежения, поток разворачивается вниз. В точке присоединения всегда наблюдается скачок уплотнения *7'*.

Газ в выемке находится в циркуляционном движении, так как он увлекается оторвавшимся потоком с образованием области смешения, а в окрестности точки присоединения из зоны смешения газ поступает внутрь выемки.

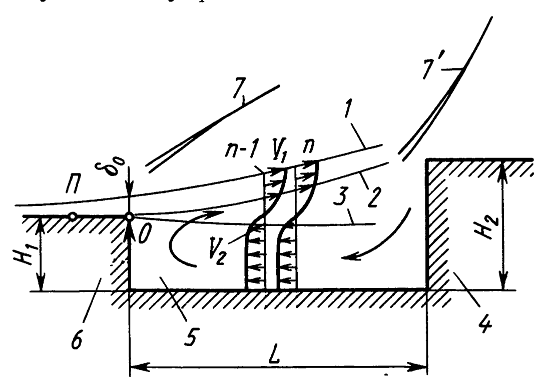


Рис. 5.3.7. Модель течения при обтекании сверхзвуковым потоком каверны

Расчетная схема течения сделана при следующих допущениях. Полагаем, что газ идеальный, температура торможения неизменна во всей области отрыва, поперечный градиент статического давления после поворота потока в точке отрыва отсутствует.

Тела, образующие выемку *5*, осесимметричные, соосные или плоские, расположены под нулевым углом атаки. Параметры потока перед точ-

кой отрыва считаются известными из расчета внешнего обтекания переднего тела *6*. Профиль скорости универсальный во всех сечениях пограничного слоя. Встречное течение в отрывной зоне одномерно, а при наличии уступа влияние пограничного слоя на его дне пренебрежимо мало. В области присоединения справедлива гипотеза Корста (полное давление на разделяющей линии тока равно статическому давлению за скачком уплотнения). Начальная толщина δ_0 пограничного слоя в точке отрыва учитывается соответствующим переносом начала формирования свободного пограничного слоя вверх по потоку на расстояние x_0 (точка П). При этом предполагается, что до точки отрыва и скорость, и расход на внутренней его границе равны нулю. Переменность скорости встречного течения по длине отрывной зоны учитывается разбиением ее на ряд участков, в пределах которых эта скорость осредняется. Расчетная схема справедлива при $L/H_1<4$ [16, 1968, № 3]. Исходные данные: δ_0, λ_∞ (или $\mathbf{M}_\infty$), k, H_1, H_2 и L.

Порядок проведения расчета. Задаемся значением угла β поворота потока за скачком уплотнения в точке отрыва. По зависимости теории скачков уплотнения [8] для λ_∞, k и β находим безразмерную скорость за скачком уплотнения λ_1 (т. е. на внешней границе зоны смешения *1*). Из выражения

$$b/x = 0{,}27(1-\lambda_1^2/12) \qquad (5.3.1)$$

по значению $b=\delta_0$ определяем условное смещение x_0 начала зоны смешения (рис. 5.3.8).

Разбиваем длину L впадины на n участков: $\Delta x = L/(n\cos\beta)$. Текущие координаты точек участков нижней границы *3* (см. рис. 5.3.7) зоны смешения подсчитываем по формулам

$$x_i = x_0 + \Delta x_i; \qquad y_{2i} = \bar{y}_{2i} b_i,$$

$$\bar{y}_{2i} = H_i^{**}\left[\frac{\tau(\lambda_1)}{\tau(\lambda_{2i})}\frac{\lambda_{2i}}{\lambda_1}\left(1+\frac{\lambda_{2i}}{\lambda_1}\right)\right]^{-1};$$

где $H_i^{**} = \int_0^1 \frac{\tau(\lambda_1)}{\tau(\lambda)}\frac{\lambda}{\lambda_1}(1-\lambda_{2i}/\lambda_1)(1-\eta^{3/2})^2 d\eta$ — относительная толщина потери импульса; $\eta = (y - y_{2i})/b_i$ — безразмерная ордината в области смешения; b_i — ширина i-го участка области смешения, определяемая из (5.3.1); $\lambda_{2i} = V_{2i}/a^*$ — безразмерная скорость на внутренней границе области смешения; V_{2i} — продольная составляющая скорости на внутренней границе области смешения; a^* — критическая скорость звука в сверхзвуковом потоке за скачком уплотнения; $\tau(\lambda)$ — известная газодинамическая функция [8].

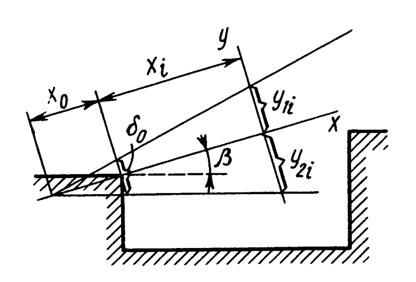


Рис. 5.3.8. Схема для расчета параметров в области смешения

Профиль скорости в области смешения определяем в соответствии с формулой Шлихтинга:

$$\lambda = \lambda_1[1 - (1 - \lambda_{2i}/\lambda_1)(1 - \eta^{3/2})^2]. \qquad (5.3.2)$$

Значения безразмерных поперечной и продольной составляющих скорости встречного потока будут

$$\bar{V}_{2i} = V_{2i}/V_1 = 0{,}27\tau(\lambda_{2i})H_i^{**}/\tau(\lambda_1);$$

$$\bar{\lambda}_{2n} = \lambda_{2n}/\lambda_1 = \left[\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\tau(\lambda_1)}{\tau(\lambda_{2i})}\left(\bar{V}_{2i} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \bar{\lambda}_{2i}\bar{y}_{2i}\frac{b}{x}\right)\right]\left[\frac{\tau(\lambda_1)}{\tau(\lambda_2)_{n-1}}(1-n)\left(\frac{H_1}{x_{n-1}} + (\bar{y}_2)_{n-1}\frac{b}{x}\right)\right]^{-1}.$$

В начале расчета принимаем $\bar{\lambda}_{21} = \lambda_{21} = 0$.

Переменные величины во втором сомножителе определяют из решений $(n - 1)$-го участка. Найденное значение $\bar{\lambda}_2$ в конечном сечении первого участка принимаем в качестве постоянной безразмерной встречной скорости на втором участке и т. п.

Определяем относительный расход газа:

$$\Delta\bar{\dot{m}}_{2i} = \frac{\Delta\dot{m}_{2i}}{\rho_1 V_1 b_i} = \frac{\tau(\lambda_1)}{i\tau(\lambda_{2i})}\left[\left(\frac{x}{b}\right)\bar{V}_{2i} - \bar{\lambda}_{2i}\bar{y}_{2i}\right],$$

где $\Delta\dot{m}_{2i}$ — расход газа, поступающего внутрь пограничного слоя из зоны отрыва через единицу ширины поверхности ее внутренней границы. Из уравнения

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta\bar{\dot{m}}_{2i} = \int_0^{\eta_3} \frac{\tau(\lambda_1)}{\tau(\lambda)}\left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)d\eta$$

находим по участкам относительную координату разделяющей линии 2 (см. рис. 5.3.7) тока η_3 [λ/λ_1 определяют по формуле (5.3.2)]. По найденному значению η_3 подсчитываем λ_3. Полагая, что перед плоским торцом заднего тела скачок уплотнения близок к прямому, из уравнения $y(\lambda_4)/[y(1/\lambda_4)] = 1/[\pi(\lambda_3)]$, выражающего условия присоединения Корста, где $y(\lambda)$ и $\pi(\lambda)$ — известные газодинамические функции, найдем значение λ_4 на линии тока, проходящей через переднюю кромку тела. Этому значению λ_4, согласно (5.3.2), соответствует безразмерная ордината линии тока η_4.

Если в результате построения разделяющей линии тока окажется, что она проходит через переднюю кромку заднего тела, то значение угла поворота потока в точке отрыва β выбрано правильно. В противном случае расчет надо повторить для других значений β, соответствующих этому условию.

Представляет интерес другой подход к решению задачи сверхзвукового обтекания выемок.

Предполагается, что выемка имеет острые кромки и форму, близкую к цилиндрической (рис. 5.3.9). Пограничные слои внешне-

го потока и внутри выемки турбулентные. Смешение двух потоков происходит при постоянном давлении и числе **Pr** = 1. Течение двухмерное (плоское).

Силу сопротивления определяют из уравнения сохранения количества движения:

$$X=\int_0^L \tau_p dx-\int_{y_{\text{рлт}}}^{y_p} \rho V_x^2 dy+\dot{m}_j V_j, \qquad (5.3.3)$$

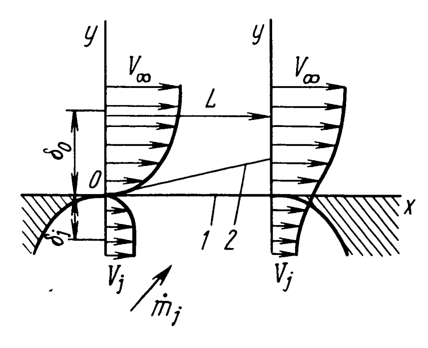


Рис. 5.3.9. Схема течения в окрестности каверны

где L — длина зоны контакта потоков внешнего и в выемке; τ_p — напряжение трения на разграничивающей линии тока; y_p, $y_{\text{рлт}}$ — соответственно ординаты разграничивающей 2 и разделяющей 1 линий тока; $\dot{m}_j$ — массовый секундный приток газа, вдуваемого в выемку; V_j — скорость вдува (в направлении x).

Из (5.3.3) после ряда преобразований получаем зависимость для определения коэффициента сопротивления:

$$c_x=X/(q_\infty L)=2[J_1(\eta_R)-J_1(\eta_{\text{рлт}})+J_2(\eta_{\text{рлт}})-J_2(\eta_R)-\sigma_{11}\Delta]/\sigma_{11}, \qquad (5.3.4)$$

где σ_{11} — параметр смешения двух спутных потоков, определяемый эмпирическим соотношением $\sigma_{11}=\sigma_1(1+0{,}4\varphi_j)/(1-\varphi_j)$, в котором $\sigma_1=12+2{,}758\mathbf{M}_\infty$; M_∞ — число **M** внешнего потока, соответствующее скорости V_∞, $\varphi_j=V_j/V_\infty$;

$$J_1(\eta)=\varphi_j\frac{1-\mathbf{Cr}_\infty^2}{T_{0j}/T_{0\infty}-\mathbf{Cr}_\infty^2\varphi_j^2}\eta_{Rj}+\int_{\eta_{Rj}}^{\eta}\frac{(1-\mathbf{Cr}_\infty^2)\varphi d\eta}{T_{0j}/T_{0\infty}-\mathbf{Cr}_\infty^2\varphi^2}; \qquad (5.3.5)$$

$$J_2(\eta)=\varphi_j^2\frac{1-\mathbf{Cr}_\infty^2}{T_{0j}/T_{0\infty}-\mathbf{Cr}_\infty^2\varphi_j^2}\eta_{Rj}+\int_{\eta_{Rj}}^{\eta}\frac{(1-\mathbf{Cr}_\infty^2)\varphi^2 d\eta}{T_{0j}/T_{0\infty}-\mathbf{Cr}_\infty^2\varphi^2}; \qquad (5.3.6)$$

$\mathbf{Cr}_\infty$ — число Крокко, соответствующее $\mathbf{M}_\infty$; $\varphi=V_x/V_\infty=[(1+\varphi_j)+(1-\varphi_j)\operatorname{erf}\eta]/2$ — профиль скорости в области смешения; T_{0j}, $T_{0\infty}$ — соответственно температуры торможений вдуваемого газа и внешнего потока; $\eta=\sigma_{11}y/x$ — безразмерная координата линий тока в области смешения; η_{Rj} — достаточно большое отрицательное значение η, при котором $(\varphi-\varphi_j)\to 0$; η_R — достаточно большое значение η, при котором $\varphi\to 1$; $\eta_{\text{рлт}}$ — значение η на разделяющей линии тока;

$$\Delta=\delta_0^{**}/L+(\rho_j/\rho_\infty)\delta_j^{**}\varphi_j^2/L+(1-\varphi_j)\dot{m}_j/(L\rho_\infty V_\infty) \qquad (5.3.7)$$

— параметр смещения, позволяющий учитывать совместно влияние начальных параметров пограничных слоев и приток вдуваемого газа в выемку (где δ_0^{**} и δ_j^{**} — соответственно толщины потери

импульса в пограничных слоях внешнего потока и потока в выемке в начале области смешения; ρ_∞ и ρ_j — плотности внешнего и вдуваемого потоков), или $\Delta = \Delta_0 + \Delta_j$; $\Delta_0 = \delta_0^{**}/L + (1-\varphi_j)m_j/ /(L\rho_\infty V_\infty)$; $\Delta_j = (\rho_j/\rho_\infty)\delta_j^{**}\varphi_j^2/L$.

При решении задачи используют уравнение, отражающее условия сохранения механических видов энергии,

$$\int_0^L \tau_p V_p dx - 0{,}5 \int_{y_{\text{рлт}}}^{y_p} \rho V_x^3 dy = \iiint_{(W)} e_D dW, \qquad (5.3.8)$$

в котором V_p — скорость на разграничивающей линии тока; W — объем выемки; e_D — скорость рассеяния механической энергии в единице объема.

Полагая, что острая задняя кромка и почти цилиндрическая форма впадины сведут к минимуму рассеяние механической энергии в области присоединения и в ядре потока в каверне, диссипацию энергии учитывают лишь в зоне смешения и в пограничном слое на стенках впадины.

Для определения параметров пограничного слоя на стенках впадины применяют интегральные соотношения, которые для несжимаемой жидкости и безградиентного течения имеют вид

$$\left(\frac{2}{n+2}\varphi_\delta^2 - \frac{\varphi_j\varphi_\delta}{n+1}\right)\frac{d\bar\delta}{d\bar x} + \frac{n\bar\delta}{n+1}\left(\varphi_j - 2\frac{n+1}{n+2}\varphi_\delta\right)\frac{d\varphi_\delta}{d\bar x} = \frac{0{,}0225\varphi_\delta^{(2n/(n+1))}}{(\bar\delta \mathbf{Re}_L)^{2/(n+1)}}; \qquad (5.3.9)$$

$$\frac{d\varphi_\delta}{d\bar x} = -\frac{1-\varphi_j}{\sqrt{\pi}} e^{-(\eta_{\text{рлт}} - \sigma_{11}\bar\delta)^2} \sigma_{11} \frac{d\bar\delta}{d\bar x}, \qquad (5.3.10)$$

где n — параметр, определяющий профиль скорости турбулентного пограничного слоя; $\varphi_\delta = V_\delta/V_\infty$ — скорость на внешней границе пограничного слоя толщиной δ; $\bar\delta = \delta/L$; $x = x/L$; x — координата пограничного слоя вдоль поверхности выемки, максимальное значение которой $L_{\text{в}}$; $\mathbf{Re}_L = V_\infty L \rho_\infty/\mu_\infty$; μ_∞ — динамическая вязкость газа внешнего потока.

Безразмерный интеграл рассеяния в пограничном слое выемки

$$\bar E_{\text{в}} = \frac{E_{\text{в}}}{\rho_\infty V_\infty^3 L/2} = \frac{J_4(\eta_0) - J_4(\eta_\delta)}{\sigma_{11}} + \frac{\delta}{L}\varphi_\delta^3 \frac{n}{n+1}\left[\left(\frac{\varphi_j}{\varphi_\delta}\right)^2 - \frac{n+1}{n+3}\right], \qquad (5.3.11)$$

где $J_4(\eta_0) = J_4(0)$; $J_4(\eta_\delta) = J_4(\eta_{\text{рлт}} - \sigma_{11}\bar\delta)$, для вычисления которых используется формула

$$J_4(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} \frac{(1 - \mathbf{Cr}_\infty^2)\varphi(\varphi^2 - \varphi_j^2)}{T_{0j}/T_{0\infty} - \mathbf{Cr}_\infty^2 \varphi^2} d\eta. \qquad (5.3.12)$$

Полная передача механической энергии спутной струе

$$E_{\text{сп}} = \int\limits_0^L \tau_p V_p dx - 0{,}5 \int\limits_{y_{\text{рлт}}}^{y_p} \rho V_x^3 dy - E_{\text{см}}, \tag{5.3.13}$$

где $E_{\text{см}}$ — скорость полной диссипации в области смешения.

Тогда, учитывая, что в соответствии с принятым выше допущением $\iiint\limits_{(W)} e_D dW = E_{\text{сп}} + E_{\text{см}}$, из (5.3.8) и (5.3.13) имеем условие сохранения механических видов энергии

$$\bar{E}_{\text{сп}} = \bar{E}_{\text{в}}, \tag{5.3.14}$$

где

$$\bar{E}_{\text{сп}} = E_{\text{сп}} / (\rho_\infty V_\infty^3 L/2) = J_4(\eta_{\text{рлт}})/\sigma_{11}\,. \tag{5.3.15}$$

Значение $\eta_{\text{рлт}}$ можно определить по формуле

$$J_1(\eta_{\text{рлт}}) = [J_1(\eta_R) - J_2(\eta_R) - \sigma_{11}\Delta]/(1 - \varphi_j). \tag{5.3.16}$$

Для расчета c_x исходными данными будут Δ_0, $\mathbf{Re}_L$, $L_{\text{в}}/L$, $\mathbf{Cr}_\infty$, $T_{0j}/T_{0\infty}$, ρ_∞/ρ_j. Порядок проведения расчета следующий. Задаемся величиной φ_j. Методом последовательных приближений находим значение $\eta_{\text{рлт}}$, для чего, задавшись значением $\eta_{\text{рлт}}$, решаем систему двух уравнений (5.3.9) и (5.3.10) с начальными условиями $x = 0$, $\delta = 0$:

$$\varphi_\delta(0) = \varphi(\eta_{\text{рлт}}) = [(1 + \varphi_j) + (1 - \varphi_j)\operatorname{erf}\eta_{\text{рлт}}]/2.$$

В результате для заданного отношения $L_{\text{в}}/L$ имеем значения $\bar{\delta}$ и φ_δ. По известной формуле для принятого значения n (например, $n = 7$) подсчитываем отношение $\bar{\delta}_j^{**}/L = \bar{\delta} n/[(n+1)(n+2)]$. Это дает возможность найти по зависимости (5.3.7) параметр смещения Δ_j, а затем и $\Delta = \Delta_0 + \Delta_j$. Правильность выбора значения $\eta_{\text{рлт}}$ проверяется путем сопоставления полученной выше Δ с ее значением, найденным из (5.3.16).

С помощью (5.3.11) подсчитываем безразмерный интеграл рассеяния в пограничном слое выемки, а по формулам (5.3.12) и (5.3.15) — полную передачу энергии спутной струе и проверяем выполнение условия (5.3.14). В случае несовпадения значений $\bar{E}_{\text{сп}}$ и $\bar{E}_{\text{в}}$ задаемся новой величиной φ_j и повторяем весь расчет и т. д.

Для определенных в результате сближений значений φ_j и $\eta_{\text{рлт}}$ по (5.3.5) и (5.3.6) подсчитываем $J_1(\eta_{\text{рлт}})$ и $J_2(\eta_{\text{рлт}})$, а по (5.3.4) находим искомое значение коэффициента сопротивления впадины.

§ 5.4. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ НАДСТРОЙКИ В НОСОВОЙ ЧАСТИ ТЕЛА

Одним из способов управления аэродинамическим сопротивлением затупленных тел является применение надстроек, выполненных, например, в виде иглы или иглы с дисками. Такие конструкции позволяют снизить коэффициент лобового сопротивления и существенно изменить положение центра давления тела.

Изменение характера обтекания под влиянием иглы. Симметричное обтекание. Для значительного снижения лобового сопротивления перед затупленной носовой частью летательного аппарата, движущегося со сверхзвуковой скоростью, устанавливают надстройку в виде тонкого цилиндрического заостренного тела (иглы). При этом уменьшаются тепловые потоки к обтекаемой поверхности от сильно разогретого омывающего газа. Все это позволяет снизить мощность двигательной установки летательного аппарата и уменьшить вес теплозащитных покрытий.

Регулируя положение иглы, можно изменять лобовое сопротивление, что необходимо для обеспечения маневра летательного аппарата. Такая игла, выполненная в виде тонкого прямого тела вращения, является достаточно эффективным органом управления, удобным в конструктивном отношении. Следует, однако, учитывать, что при определенных условиях могут возникнуть пульсации потока на поверхности носовой части, снижающие эффект от применения иглы и затрудняющие управление полетом.

Рассмотрим картину течения перед затупленным телом с центральной иглой. Если длина такой иглы *2* не превышает расстояния до криволинейного отошедшего скачка уплотнения *1* (рис. 5.4.1, *а*), то ее влияние распространяется лишь на течение за этим скачком и оказывается несущественным. Выдвижение острия иглы *2* за пределы криволинейного скачка уплотнения (рис. 5.4.1, *б*) приводит к перестройке структуры возмущенного потока, которая характеризуется новой системой скачков уплотнения. Это обусловлено отрывом потока от поверхности иглы, который обычно происходит вблизи основания конического острия (излома). Такой отрыв вызывается большим положительным градиентом давления в пограничном слое на поверхности иглы, обусловленным торможением потока перед телом. В результате отрыва возникает застойная зона *5* с возвратным тече-

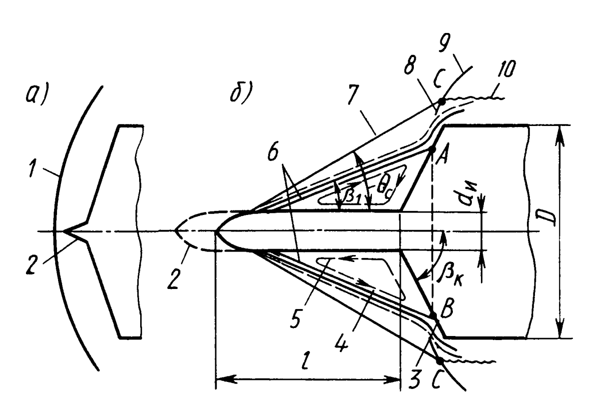


Рис. 5.4.1. Симметричное обтекание сверхзвуковым потоком затупленного тела с иглой

нием. Оторвавшийся пограничный слой смешивается в зоне *4* с внешним возмущенным течением и присоединяется к обтекаемой затупленной поверхности в области *3*. Разделяющие линии тока *6* в зоне смешения образуют поверхность, близкую к конической, пересекающуюся с головной частью в точках *A* и *B*. В месте присоединения сверхзвуковой поток претерпевает поворот, который вызывает криволинейный скачок уплотнения *8*, пересекающийся в точке *C* с коническим скачком *7*, идущим от области отрыва. В результате такого взаимодействия скачков за этой точкой возникает третий скачок *9*. Все эти скачки образуют тройную конфигурацию, за которой образуются линии тангенциального разрыва скорости *10*, создающие вихревую поверхность.

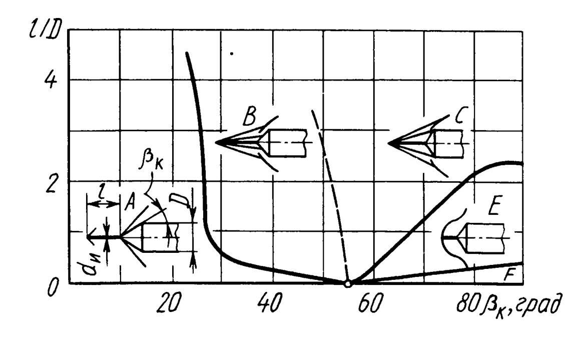


Рис. 5.4.2. Режимы обтекания цилиндрического тела с коническим носком и центральной иглой

При дальнейшем выдвижении иглы угол β_1, под которым происходит отрыв потока, постепенно уменьшается, скачок уплотнения становится слабее и давление за ним снижается. В этом случае продольный градиент давления в пограничном слое на поверхности иглы может оказаться небольшим и не вызовет отрыва вблизи острия. Поэтому отрыв произойдет на некотором удалении от излома поверхности иглы.

С помощью экспериментального графика (рис. 5.4.2) можно наглядно показать возможные режимы обтекания цилиндрического тела с коническим затуплением и центральной иглой. Каждая точка на графике соответствует определенной конфигурации модели. В результате экспериментов, проведенных при $\mathbf{M}_\infty = 10$, $T_{0\infty} = 300$ K, $T_\infty = 48$ K, $\mathbf{Re}_D = V_\infty D/\nu_\infty = 1{,}57 \cdot 10^3$, $d_и/D = 0{,}031$ ($d_и$ — диаметр иглы), было выявлено пять различных режимов течения, каждый из которых соответствует определенным значениям относительной длины иглы l/D и угла заострения конуса $\beta_к$.

В режиме *A* течение обусловлено относительно малыми углами $\beta_к$ (докритическими), при которых перед головным конусом возникает присоединенный конический скачок уплотнения. Давление за ним оказывается сравнительно небольшим, и оно незначительно сказывается на давлении в пограничном слое на поверхности иглы. При этом продольный градиент давления невелик и отрыва не происходит.

Режим течения *B* характеризуется большими значениями угла заострения конуса, при которых происходит отрыв потока с поверхности иглы с последующим присоединением на поверхности конуса.

В режиме *C* углы заострения конуса сверхкритические. Присое-

динение оторвавшегося потока происходит в этом случае в месте перехода конической поверхности в цилиндрическую.

Режим *E* в отличие от режимов течения *A*, *B* и *C*, являющихся установившимися, реализуется при бóльших значениях сверхкритических углов $\beta_к$ и относительных длинах l/D, меньших, чем для режима *C*. Режим *E* имеет неустановившийся характер. Течение перед телом сопровождается пульсацией потока, частота которой зависит от числа $\mathbf{M}_\infty$. По экспериментальным данным, эта частота может достигать значений $(0,6...2)\cdot10^4$ $с^{-1}$, причем пульсации возникают у головных частей с резкими изломами поверхности и могут не появиться, если такие изломы отсутствуют (например, у цилиндрических тел со сферическим носком).

Физическая природа пульсаций объясняется неустойчивостью обтекания затупленного тела с достаточно короткой иглой. Спектр обтекания при этом периодически изменяется. В одном предельном положении, когда криволинейный скачок уплотнения перед телом максимально приближен к его поверхности, неустойчивость связана с образованием отрыва на поверхности иглы перед скачком. Зона отрыва перемещается вверх по потоку, и, как только она достигает острия иглы, оторвавшийся поток присоединяется к поверхности тела под большим углом. При этом возникает криволинейный скачок уплотнения в области присоединения, угол которого у поверхности тела близок к $\pi/2$. Из-за неблагоприятных условий присоединения, связанных с большим давлением за скачком, бóльшая часть газа, попадающая в застойную зону из области смешения, остается в ней. В связи с этим поперечные размеры застойной зоны увеличиваются, что продолжается до тех пор, пока разделяющая линия тока не попадет на излом образующей. В результате газ истекает из застойной зоны и спектр потока возвращается к первоначальному состоянию. Присоединение потока, при котором не нарушается баланс массы газа в застойной зоне, позволяет избежать пульсаций. Этого можно достичь за счет скругления острых кромок затупления. В этом случае углы «присоединения» будут достаточно малы и обеспечат приемлемый перепад давлений на скачке уплотнения на участке присоединения.

Режим течения *F* возникает, когда игла не проникает через отсоединенный скачок уплотнения и не вносит практически изменений в поток.

Снижение лобового сопротивления и тепловых потоков к поверхности затупленных тел с иглами происходит из-за образования перед такими телами застойных зон, близких к коническим («жидкие» конусы), давление в которых значительно меньше, чем за криволинейными отошедшими скачками уплотнения перед такими же телами, но без игл. Скорости возвратных течений внутри застойных зон сравнительно невелики, поэтому теплоотдача к обтекаемой поверхности также мала. Значительные тепловые потоки возникают лишь в области присоединения, что обусловлено движением газа,

близким по своему характеру к течению в окрестности точки полного торможения на обтекаемой поверхности.

Существующие методы аэродинамического расчета затупленных тел, оснащенных иглами, основаны на использовании соответствующих экспериментальных данных. При этом определение лобового сопротивления связано с нахождением распределения давления по обтекаемой поверхности головной части. На рис. 5.4.3 показаны опытные данные, характеризующие относительные значения коэффициента давления $\bar{p}/\bar{p}_{max}$ на сферической головной части цилиндра с иглой при различных отношениях ее длины l к диаметру сферы $D_{сф}$. При отсутствии иглы ($l/D_{сф} = 0$) коэффициент давления $\bar{p}$ достигает своего максимального значения $\bar{p}_{max}$ в передней точке

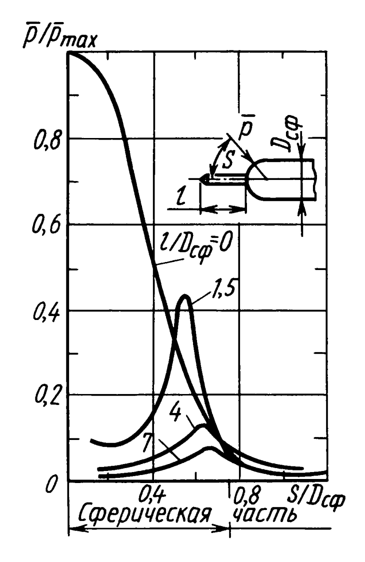


Рис. 5.4.3. Распределение относительного значения коэффициента давления $\bar{p}/\bar{p}_{max}$ по поверхности затупленного цилиндра с иглой при различных значениях $l/D_{сф}$

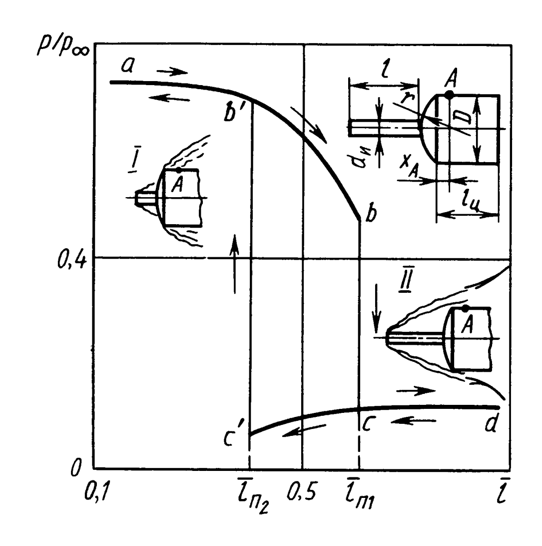


Рис. 5.4.4. Гистерезис давления на поверхности цилиндрического затупленного тела с иглой

сферы ($\bar{p}/\bar{p}_{max} = 1$), а затем резко снижается до места ее сопряжения с цилиндром. Установка иглы существенно изменяет характер распределения коэффициента давления и его значение. При $l/D_{сф} > 1$ это значение значительно уменьшается у основания иглы на сфере, причем зона пониженного давления сохраняется на значительной ее части. Вблизи места сопряжения отношение $\bar{p}/\bar{p}_{max}$ достигает максимума. При этом для $l/D_{сф} = 1{,}5$ оно оказывается несколько большим, чем в случае отсутствия иглы. При значительной длине иглы ($l/D_{сф} = 4; 7$) отношение $\bar{p}/\bar{p}_{max}$ уменьшается. Это характерно и для участка поверхности вблизи места сопряжения

сферы с цилиндром. Перераспределение давления обусловливает уменьшение лобового сопротивления сферической головной части, что значительно для игл с большей длиной.

Приведенная на рис. 5.4.4 зависимость относительного давления p/p_∞ на цилиндре ($l_ц/D = 1$) с сегментальным носком ($\bar{r} = 2r/D = 2{,}36$) от относительной длины $\bar{l} = l/D$ иглы ($\bar{d}_и = d_и/D = 0{,}1$) свидетельствует о том, что при изменении длины иглы может возникнуть гистерезис [16, 1984, № 2]. Данные получены при нулевом угле атаки и $\mathbf{M}_\infty = 0{,}94$. Давление измерялось в точке A на поверхности цилиндра, отстоящей от угловой его кромки на расстоянии $x_A = 0{,}16\ D$.

В отличие от известных примеров (см. § 3.8) в рассматриваемом случае гистерезис появляется вследствие перестройки структуры течения, связанной с различным обтеканием лобовой поверхности тела. При изменении $\bar{l}$ от 0 до $\bar{l}_{п1}$ присоединение оторвавшегося с иглы потока происходит до верхней кромки сферического сегмента (структура I на рис. 5.4.4). Точка A расположена в зоне отрыва внешнего потока. Этим условиям соответствует участок кривой изменения давления ab.

С увеличением $\bar{l}$ (при $\bar{l} \geqslant \bar{l}_{п1}$) присоединение происходит за изломом образующей, что сопровождается местным ускорением потока, давление за точкой b на кривой давления изменяется скачкообразно и для новой структуры течения II кривая давления идет по участку cd.

Обратная перестройка структур течения, связанная с уменьшением длины иглы, происходит при $\bar{l}_{п2} < \bar{l}_{п1}$.

Расчет параметров течения. Рассмотрим случай установившегося отрывного осесимметричного обтекания (при $\alpha = 0$) тела с иглой, когда отрыв потока происходит вблизи острия иглы и сохраняются все закономерности, свойственные «свободному взаимодействию».

Параметры течения перед зоной отрыва $\mathbf{M}_1$, p_1, ρ_1, T_1 известны.

Считая режим течения турбулентным, по формуле (4.2.20) найдем давление в отрывной зоне p_p. Эксперименты показывают, что за линией отрыва течение близко к коническому, поэтому угол отрыва β_p (в градусах) можно вычислить, используя зависимость [9]

$$\beta_p = \left[\frac{2(p_p - p_1)}{(k\mathbf{M}_1^2 p_1)(0{,}0016 + 0{,}002\mathbf{M}_1^{-2})} \right]^{0{,}588},$$

а число $\mathbf{M}_p$ определить по соотношениям для конических скачков уплотнения.

Далее в зависимости от типа лобовой поверхности — торцевой (рис. 5.4.5, *а*), сегментально-сферической (рис. 5.4.5, *б*) или конической (рис. 5.4.5, *в*) — выбирается расчетная модель течения.

Для торцевой и сегментально-сферической поверхностей в ок-

рестности линии присоединения R возникает криволинейный скачок уплотнения ab, обусловленный воздействием потока на часть лобовой поверхности RB (рис. 5.4.5, *а, б*), лежащей выше разделяющей линии тока. Полагаем, что на эту часть поверхности, площадь которой $S_1 = \pi(r^2 - r_R^2)$, действует давление $p_{\text{ск}\,x}$, соответствующее статическому давлению за прямым скачком уплотнения. Его можно найти с помощью зависимостей теории скачков уплотнения по скорости потока на граничной линии тока, приходящей в верхнюю кромку B. На внутреннюю поверхность тела ($S = \pi r_R^2$) действует давление p_f, определяемое из (4.2.20) и (5.1.7).

Линия присоединения потока смещена относительно кромки B на величину $\Delta r = r - r_R$. Координату точки r_R определяем, используя условие присоединения Корста $p_{0\,\text{рлт}} = p_{\text{ск}\,x}$.

Это условие позволяет найти отношение давлений:

$$p_{\text{ск}\,x}/p_p = [1 + 0{,}5(k-1)\mathbf{M}_{\text{рлт}}^2]^{k/(k-1)}, \tag{5.4.1}$$

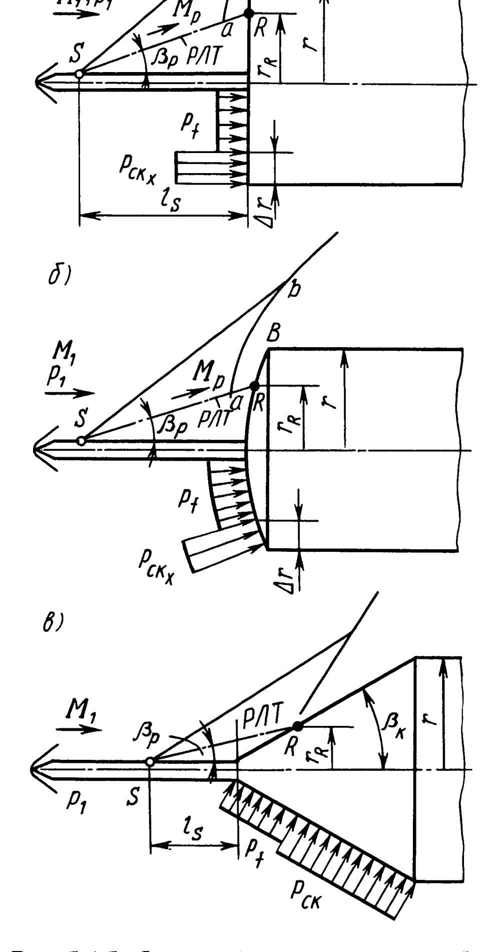


Рис. 5.4.5. Схема обтекания тел с иглой

где

$$\mathbf{M}_{\text{рлт}} = 0{,}5(1 + \operatorname{erf}\eta_{\text{рлт}})\mathbf{Cr}_p\left\{\frac{k-1}{2}\left[1 - 0{,}25(1 + \operatorname{erf}\eta_{\text{рлт}})^2\mathbf{Cr}_p^2\right]\right\}^{-0{,}5} \tag{5.4.2}$$

— число $\mathbf{M}$ на разделяющей линии тока; $\mathbf{Cr}_p$ — число Крокко на внешней границе зоны смешения.

В соотношении (5.4.2) $\eta_{\text{рлт}}$ определяется решением уравнения (4.3.39) или по графику рис. 4.3.5.

По величине $p_{\text{ск}\,x}/p_p$, используя зависимости для прямого скачка уплотнения, находим число $\mathbf{M}$ на линии тока, приходящей в верхнюю кромку лобовой поверхности:

$$\mathbf{M}_x = \sqrt{[(k+1)/(2k)]p_{\text{ск}\,x}/p_p + (k-1)/(2k)}$$

и, следовательно, соответствующую безразмерную координату этой линии:

$$\mathrm{erf}\,\eta_x = \frac{2}{\mathbf{Cr}_p}\left(1 + \frac{2}{(k-1)\mathbf{M}_x^2}\right)^{-0{,}5} - 1.$$

Радиус $r_R = r - \Delta\eta_x x/(\sigma\cos\beta_p)$ линии присоединения с учетом $\Delta\eta_x = \eta_x - \eta_{\text{рлт}}$, $x = r_R/\sin\beta_p$, $\sigma = 12 + 2{,}578\ \mathbf{M}_p$, имеет вид $r_R = [r(12 + 2{,}758\ \mathbf{M}_p)\sin 2\beta_p]/[(12 + 2{,}758\ \mathbf{M}_p)\sin 2\beta_p + 2\Delta\eta_x]$.

Для конической лобовой поверхности координата линии присоединения вычисляется с использованием полуэмпирической зависимости

$$r_R = \delta_1\left[150\left(\frac{p_{\text{ск}} - p_p}{p_p\mathbf{M}_p^2 k}\right)^2 - 25\left(\frac{p_{\text{ск}} - p_p}{p_p\mathbf{M}_p^2 k}\right) + 3\right]\frac{\sin\beta_p \sin\beta_{\text{к}}}{\sin(\beta_{\text{к}} - \beta_p)},$$

где δ_1 — толщина пограничного слоя на игле перед зоной отрыва; $p_{\text{ск}}$ — давление на конической лобовой поверхности; $\beta_{\text{к}}$ — угол конуса; p_p — давление в области отрыва.

При расчете продольной силы принимаем, что давление в области, ограниченной радиусом r_R, равно p_f, а вне его — $p_{\text{ск}}$.

Влияние угла атаки. Для практических целей важно знать, как будут изменяться аэродинамические характеристики затупленных тел с иглами при различных углах атаки. При небольших их значениях отрывное течение приобретает несимметричный характер, причем на наветренной стороне зона отрыва меньше, а на подветренной больше.

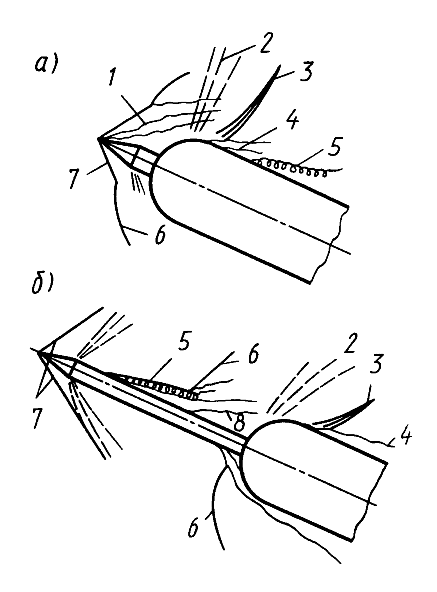


Рис. 5.4.6. Обтекание затупленных тел с иглами под большими углами атаки:

а — короткая игла, *б* — длинная игла

Увеличение угла атаки (рис. 5.4.6, *а*) нарушает симметрию фронта головного скачка уплотнения *7* и приводит к тому, что оторвавшийся на подветренной стороне поток *1* не попадает на поверхность тела. В непосредственной близости от места перехода носовой части в цилиндрическую поток разгоняется до сверхзвуковой скорости, возникает волна разрежения *2*, формируется пограничный слой *4*. Ниже по потоку образуется скачок уплотнения *3*, за которым происходит отрыв и появляются два вихря *5* с противоположными направлениями вращения (как и при обтекании длинных тел вращения под углами атаки [28]). Если удлинить иглу (рис. 5.4.6, *б*), то отрыв с образованием вихрей *5* будет происходить уже на подветренной стороне самой иглы. Однако это не исключает возможность отрыва потока *8* на той же

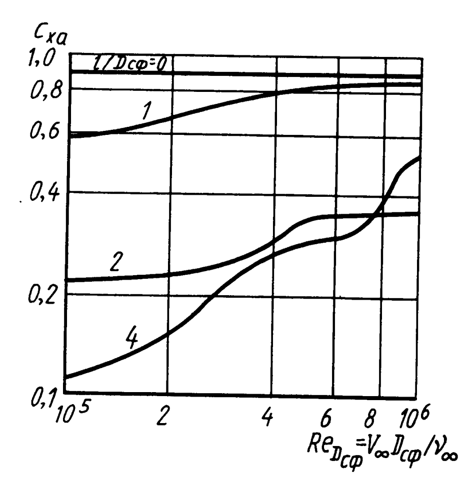


Рис. 5.4.7. Зависимость коэффициента c_{xa} от числа **Re** и относительной длины иглы

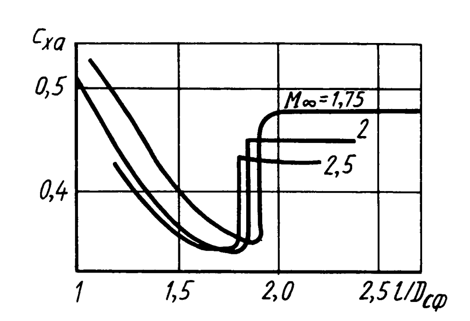


Рис. 5.4.8. Зависимость коэффициента c_{xa} от числа **M** и относительной длины иглы

стороне иглы непосредственно перед головной частью тела. В рассматриваемых случаях обтекание наветренной стороны характеризуется, как и при нулевом угле атаки, отрывом. Однако при этом наблюдается уменьшение размеров застойной зоны. Соответственно деформируются и скачки уплотнения *6* перед телом.

Аэродинамические характеристики. Как показали исследования, *коэффициент лобового сопротивления* $c_{xa} = 4X/(\pi q_\infty D^2_{сф})$ существенно изменяется в зависимости от чисел $\mathbf{M}_\infty$ и $\mathbf{Re}_{D_{сф}} = V_\infty D_{сф}/\nu_\infty$). По результатам экспериментов, полученным для цилиндрического тела со сферическим носком при $\mathbf{M}_\infty = 6{,}8$, различных числах $\mathbf{Re}_{D_{сф}}$ и отношениях $l/D_{сф}$ (рис. 5.4.7), ясно видна тенденция увеличения c_{xa} с ростом числа $\mathbf{Re}_{D_{сф}}$. Это можно объяснить уменьшением критического перепада давления в точке отрыва потока на игле, сужением «жидкого конуса», а следовательно, и зоны с пониженным давлением на сфере. При этом в случае турбулентного пограничного слоя, который возникал на длинной игле ($l/D_{сф} = 4$), с увеличением $\mathbf{Re}_{D_{сф}}$ возрастание c_{xa} происходит значительнее [28].

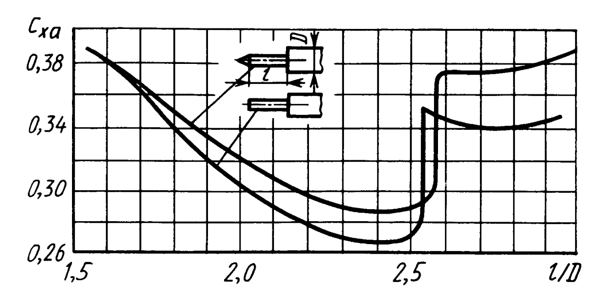


Рис. 5.4.9. Зависимость коэффициента c_{xa} от отношения l/D в случае применения заостренной или затупленной иглы

Для тех же моделей на рис. 5.4.8 приведены данные, характеризующие изменение c_{xa} от $\mathbf{M}_\infty$. При увеличении $\mathbf{M}_\infty$ коэффициент c_{xa} уменьшается, однако с ростом отношения $l/D_{сф}$ может наступить момент почти скачкообразного возраста-

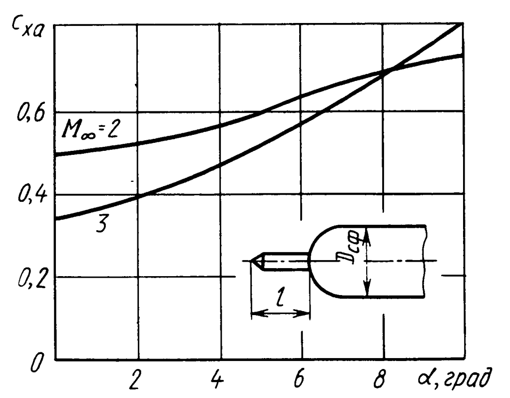


Рис. 5.4.10. Зависимость коэффициента c_{xa} от числа $\mathbf{M}_\infty$ и углов α(при $l/D_{сф} = 1{,}5$)

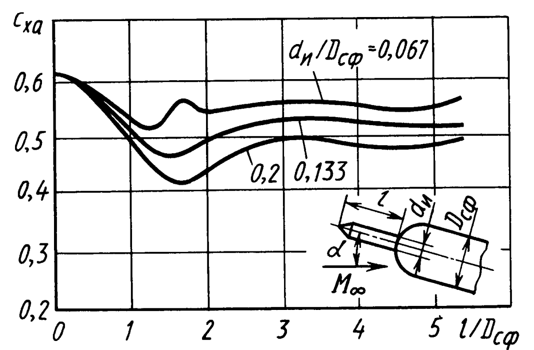


Рис. 5.4.11. Зависимость c_{xa} от диаметра $d_и$ и длины иглы l ($\mathbf{M}_\infty = 1{,}81$; $\mathbf{Re}_{D_{сф}} = 0{,}31 \times \times 10^6$; $\alpha = 5°$)

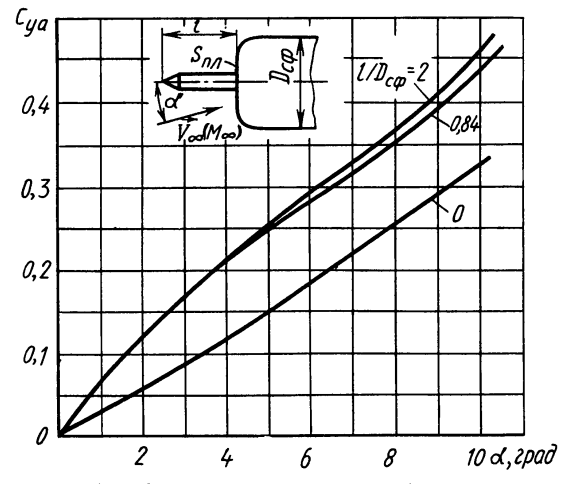


Рис. 5.4.12. Зависимость коэффициента c_{ya} от угла α тела со скругленным торцом и с центральными иглами различного удлинения ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}5$, $\mathbf{Re}_{D_{сф}} = 0{,}57 \cdot 10^6$; $\bar{S}_{пл} = S_{пл}/S_{мид} = 0{,}5$)

ния c_{xa}, что обусловлено быстрым переходом ламинарного пограничного слоя в турбулентный, который сопровождается значительным ростом давления в застойной зоне перед сферическим телом.

Форма самой иглы также влияет на лобовое сопротивление. Это видно из рис. 5.4.9, где показано изменение c_{xa} в зависимости от отношения l/D для двух игл, одна из которых имеет затупленный, а другая — заостренный носок. Коэффициент лобового сопротивления тела с заостренной иглой оказывается несколько бо́льшим во всем диапазоне значения l/D.

Графики на рис. 5.4.10 позволяют судить о влиянии угла α и числа $\mathbf{M}_\infty$ на коэффициент c_{xa}. При сравнительно небольших $\alpha < 8°$ возрастание $\mathbf{M}_\infty$ приводит к снижению c_{xa}, а при значениях $\alpha > 8°$ наблюдается противоположный эффект. Это объясняется тем, что при больших углах атаки существенно возрастает составляющая сопротивления обусловленная цилиндрическим участком обтекаемого тела, которая значительно увеличивается с ростом $\mathbf{M}_\infty$.

Практический интерес представляют данные об изменении коэффициента сопротивления в зависимости от длины иглы l и ее диаметра $d_и$ при $\alpha \neq 0$. Из рис. 5.4.11 видно, что с увеличением $d_и$ коэффициент c_{xa}

уменьшается для игл с относительной длиной $l/D_{сф} < 1,2$. Это связано с уменьшением угла, под которым происходит отрыв потока. Увеличение углов атаки заметно снижает влияние поперечного размера иглы на c_{xa}.

Некоторые экспериментальные данные об изменении *коэффициента подъемной силы* c_{ya} *и продольного момента* m_{za} получены для цилиндрических тел со сферическим носком и плоским торцом, снабженных иглами. Удлинение таких тел равно трем, а длины игл выбирались переменными. Продувки в аэродинамических трубах велись при $\mathbf{M}_\infty = 2$ и 3, $\mathbf{Re}_{D_{сф}} = (0,3...0,9) \cdot 10^6$.

На рис. 5.4.12 приведены зависимости c_{ya} от α при различных отношениях $l/D_{сф}$, из которых виден эффект значительного увеличения подъемной силы за счет установки иглы (кривые $l/D_{сф} = 0$ и 0,84). Однако иглы с удлинениями от 0,84 до 2 обеспечивают сравнительно малое увеличение подъемной силы.

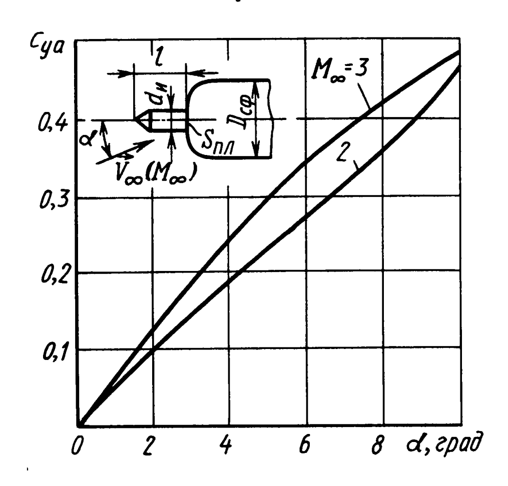


Рис. 5.4.13. Зависимость коэффициента c_{ya} от числа $\mathbf{M}_\infty$ при различных углах α тела со скругленным торцом и с иглой, имеющей плоский носок ($l/d_{сф} = 1,5$; $\bar{S}_{пл} = S_{пл}/S_{мид} = 0,4$; $\mathbf{Re}_{D_{сф}} = 0,6 \cdot 10^6$)

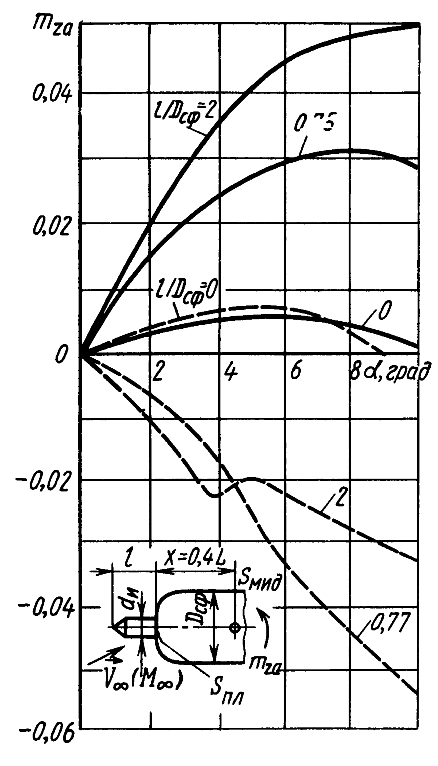


Рис. 5.4.14. Зависимость коэффициента m_{za} затупленных тел с иглами, имеющими плоский носок, от углов атаки и относительных длин игл:
——— $\bar{S}_{пл} = 0,4$; — — — $\bar{S}_{пл} = 1$

Влияние числа $\mathbf{M}_\infty$ на коэффициент подъемной силы иллюстрируют графики на рис. 5.4.13. Заметное изменение c_{ya} от $\mathbf{M}_\infty$ отмечено в диапазоне углов атаки 3...9°, причем с ростом $\mathbf{M}_\infty$ коэффициент подъемной силы увеличивается. Изменение числа $\mathbf{Re}_{D_{сф}}$ в пределах $(0,3...0,9) \cdot 10^6$ практически не влияло на величину c_{ya}. Степень затупления носка тела оказывает существенное влияние на коэффициент подъемной силы при $\bar{S}_{пл} = S_{пл}/S_{мид} > 0,5$ (где $S_{пл}$ —

площадь плоской части лобовой поверхности тела). Например, если $\bar{S}_{пл}$ увеличить до единицы (плоское затупление), то c_{ya} возрастает более чем на 50%.

Экспериментальное значение коэффициента продольного момента m_{za} находилось относительно точки модели, отстоящей от носка на расстоянии $\bar{x} = x/L = 0{,}4$ (здесь L — длина модели). Его значение существенно зависит от длины иглы и от степени затупления носка (рис. 5.4.14). При этом влияние степени затупления оказывается особенно значительным, о чем свидетельствует тот факт, что у симметричных тел без иглы и с иглами разной длины при малой степени затупления $\bar{S}_{пл} = 0{,}04$ (сплошные линии на рис. 5.4.14) возникает дестабилизирующий продольный момент почти на всех углах атаки. Однако при большой величине $\bar{S}_{пл}$ игла обеспечивает статическую устойчивость (пунктирные линии).

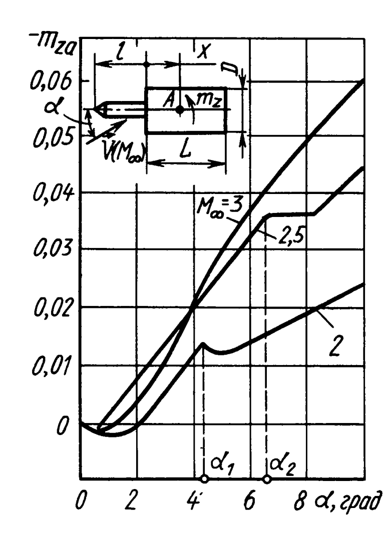


Рис. 5.4.15. Зависимость коэффициента m_{za} от числа M_∞ ($l/D = 1{,}5$; $Re_D = 0{,}6 \cdot 10^6$; $\bar{x} = 0{,}4L$):

α_1, α_2 — значения углов атаки, соответствующие скачкообразному перемещению точки отрыва

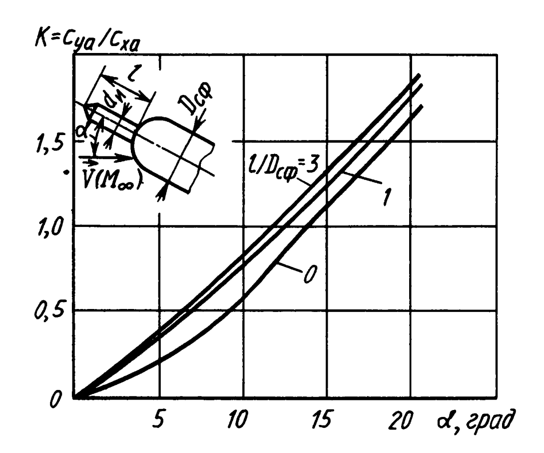


Рис. 5.4.16. Изменение аэродинамического качества в зависимости от угла атаки при различных относительных длинах игл ($M_\infty = 1{,}81$; $Re_{D_{сф}} = 0{,}31 \cdot 10^6$; $\bar{S}_{пл} = 0$; $d_и/D_{сф} = 0{,}2$)

На рис. 5.4.15, где показано влияние числа M_∞ на m_{za}, прослеживается тенденция к увеличению статической устойчивости с возрастанием числа M_∞. Следовательно, применение игл в качестве стабилизирующих устройств возможно лишь с некоторого значения M_∞, зависящего от различных факторов (относительной длины иглы, степени затупления тела и др.), которое обычно устанавливается экспериментально.

Число Re_D оказывает незначительное влияние на коэффициент продольного момента. Заострение игл существенно не изменяет

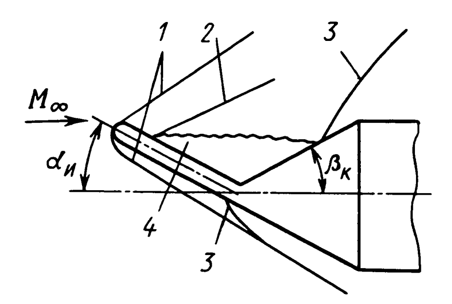


Рис. 5.4.17. Картина обтекания тела с конической головной частью и центральной (несоосной) иглой сверхзвуковым потоком:

1 — скачки уплотнения перед иглой; 2 — скачок уплотнения перед застойной зоной; 3 — скачки уплотнения на конической поверхности; 4 — застойная зона

картины обтекания тел по сравнению с их затупленной формой, поэтому практически удобнее применять скругленную форму носка иглы.

На рис. 5.4.16 показано изменение аэродинамического качества $K = c_{ya}/c_{xa}$ затупленного цилиндрического тела с иглой в зависимости от угла атаки и относительного удлинения иглы. Установка иглы существенно увеличивает аэродинамическое качество, обеспечивает практически линейный характер его изменения в зависимости от α. При этом относительная длина иглы $l/D_{сф}$ мало влияет на величину аэродинамического качества.

Управлять подъемной силой затупленного тела с помощью иглы можно и при $\alpha = 0$, однако при этом игла должна быть отклонена на некоторый угол $\alpha_и$ относительно продольной оси тела (рис. 5.4.17). Экспериментальные результаты, полученные для конической модели с углом $\beta_к = 30°$ и отклоненной центральной иглы ($l/D = 1$) при $M_\infty = 2{,}01$, приведены на рис. 5.4.18 и 5.4.19. Как видно, картина обтекания во многом оказывается такой, как у затупленных тел с соосными иглами при углах атаки, отличных от нуля (см. рис. 5.4.6, *а*).

Графики изменения относительного статического давления p/p_0 (p_0 — давление торможения в набегающем потоке) в различ-

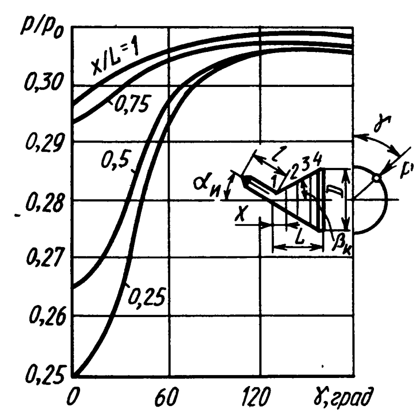


Рис. 5.4.18. Распределение относительного давления по поверхности конуса с наклонной иглой ($M_\infty = 2{,}01$; $l/D = 1$; $\alpha = 30°$)

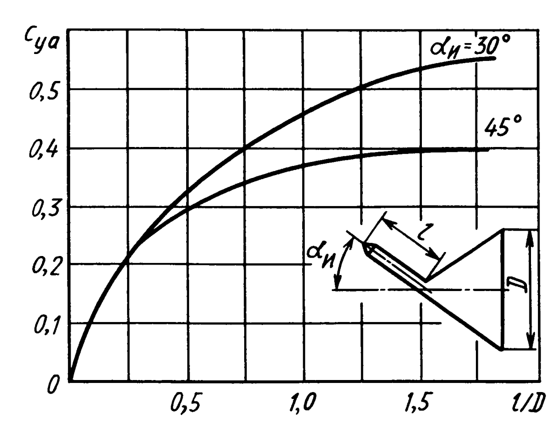


Рис. 5.4.19. Зависимость коэффициента подъемной силы от относительной длины иглы

ных точках поверхности конуса приведены на рис. 5.4.18. Благодаря образованию за отклоненной иглой застойной зоны давление на части конуса вблизи иглы уменьшается. Это приводит к снижению сопротивления и к возникновению подъемной силы, значение которой может быть достаточным для управления полетом.

Графики на рис. 5.4.19 показывают изменение коэффициента подъемной силы при установке иглы в зависимости от ее относительной длины, а также угла отклонения $\alpha_{\text{и}}$. Увеличение значений l/D способствует росту коэффициентов c_{ya}.

Обтекание тел с дисковыми надстройками. На рис. 5.4.20 показаны структуры обтекания цилиндра дозвуковым невозмущенным потоком с торцевым затуплением (*а*) и такого же тела с аэродинамической надстройкой (*б*), выполненной в виде диска. Если надстройки нет, то с кромок цилиндра происходит срыв потока с образованием у боковой его поверхности развитой зоны отрывного течения.

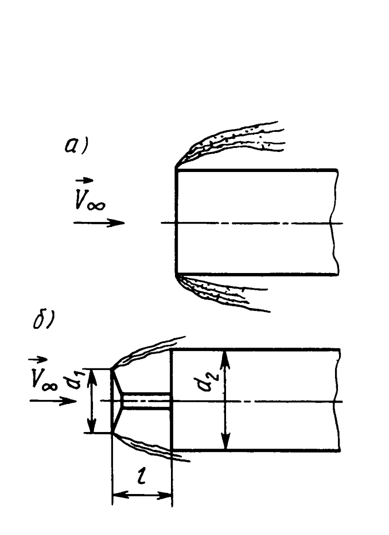


Рис. 5.4.20. Обтекание затупленного цилиндра (*а*) и цилиндра с надстройкой (*б*)

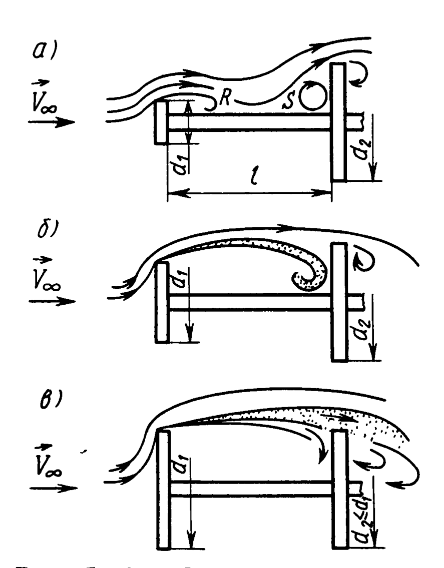


Рис. 5.4.21. Структуры обтекания двух дисков при различных отношениях их диаметров d_1/d_2

Аэродинамическая надстройка изменяет структуру течения перед цилиндром (рис. 5.4.20, *б*). С кромок диска происходит отрыв потока с образованием струйного слоя смешения. Оторвавшийся поток воздействует на торцевую поверхность тела, перераспределяя давление на ней по сравнению со случаем обтекания его без надстройки. В зависимости от конструктивных параметров системы, т. е. от соотношения диаметров диска d_1 и цилиндра d_2 и расстояния l между ними, возможен различный эффект, приводящий к уменьшению или увеличению лобового сопротивления. Однако центр давления, как правило, смещается вниз по потоку, что

увеличивает статическую устойчивость тела.

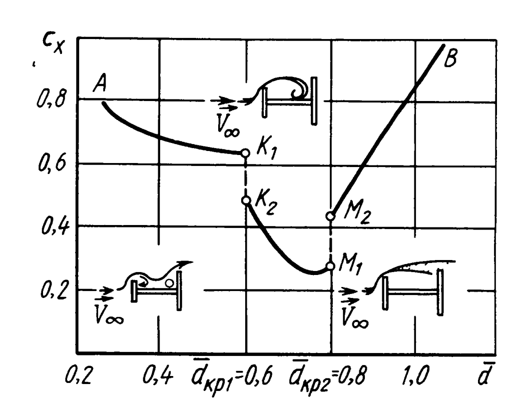


Рис. 5.4.22. Зависимость коэффициента c_x от величины $\bar{d} = d_1/d_2$

На рис. 5.4.21 показаны основные возможные структуры дозвукового обтекания системы, состоящей из двух дисков при $\alpha = 0$. Если диаметр второго диска d_2 существенно больше, чем первого d_1 (рис. 5.4.21, *а*), а расстояние l превосходит d_2, то оторвавшийся за первым диском поток присоединяется в области R и вновь отрывается в области S перед вторым диском (структура *а*). При увеличении d_1 (рис. 5.4.21, *б*) области присоединения R и отрыва S сливаются и образуют между дисками единую зону циркуляционного течения (структура *б*). И наконец, при соизмеримых значениях d_1 и d_2 (рис. 5.4.21, *в*) струйный слой смешения воздействует на верхнюю кромку второго диска и замыкается на область ближнего следа за ним, изменяя параметры течения в ней (структура *в*). В пространство между дисками попадает лишь низкоэнергетическая часть слоя смешения.

Моментам перестройки структур течения соответствуют критические значения отношения диаметров $\bar{d}_{кр1} = (d_1/d_2)_{кр1}$ и $\bar{d}_{кр2} = (d_1/d_2)_{кр2}$. Изменение структур обтекания приводит к скачкообразному изменению коэффициента продольной силы c_x. На рис. 5.4.22 приведена зависимость c_x для системы, состоящей из двух соединенных иглой дисков, от величины $\bar{d} = d_1/d_2$ в диапазоне скоростей $V_\infty = 22...44$ м/с [44, 1980, № 3].

Каждой структуре *а, б, в* (рис. 5.4.21) соответствует свой участок графика. Если $\bar{d} < \bar{d}_{кр1} = 0{,}6$ (участок AK_1), то существует структура *а* с двумя раздельными зонами отрыва между дисками. При этом с увеличением $\bar{d}$ наблюдается уменьшение c_x. В момент, когда $\bar{d} = \bar{d}_{кр}$, происходит перестройка структуры обтекания с образованием единой развитой зоны отрыва (структура *б*). Возрастанию $\bar{d}$ в диапазоне 0,6...0,8 соответствует участок K_2M_1 уменьшения коэффициента c_x. Минимум сопротивления достигается в тот момент, когда длина донного следа за первым диском становится такой же, как расстояние его до второго диска l, и поток в области возвратного течения «скользит» по его поверхности (вектор его скорости параллелен поверхности второго диска). При $\bar{d}_{кр2} = 0{,}8$ происходит еще одна (повторная) перестройка режима обтекания и образуется структура *в*, характерная тем, что струйный слой смешения перестает взаимодействовать со вторым диском и замыкается на область ближнего следа за ним. В этом случае второй диск находится в области возвратного течения первого

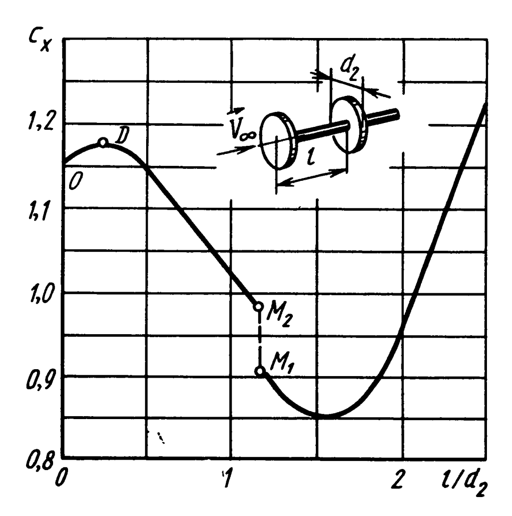


Рис. 5.4.23. Коэффициент продольной силы соединенных иглой дисков ($\bar{d} = d_1/d_2 = 1$)

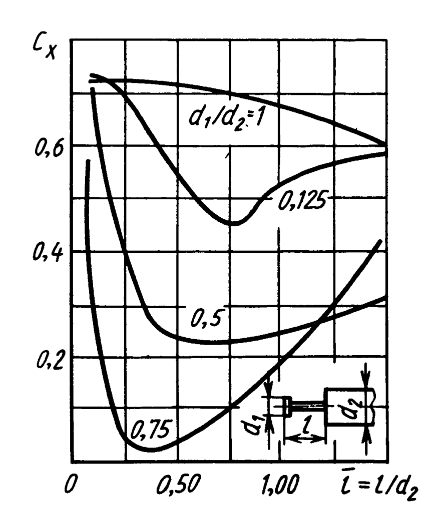


Рис. 5.4.24. Зависимость коэффициента c_x от $\bar{l} = l/d_2$ ($\mathrm{Re}_{d_2} = 5 \cdot 10^5$)

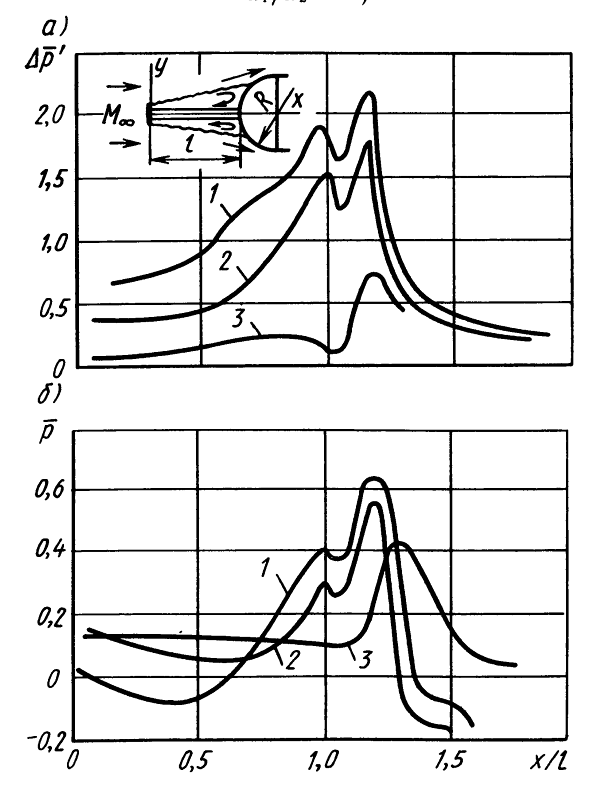


Рис. 5.4.25. Пульсационное (*а*) и статическое (*б*) давления при обтекании затупленного тела с надстройкой:

1 — $\mathrm{M}_\infty = 0{,}6$; $d_н/(2R) = 0{,}147$, $l/(2R) = 1{,}03$; ($d_н$ — диаметр насадка); *2* — $\mathrm{M}_\infty = 0{,}9$; $d_н/(2R) = 0{,}147$, $l/(2R) = 1{,}03$; *3* — $\mathrm{M}_\infty = 3{,}5$; $d_н/(2R) = 0{,}184$; $l/(2R) = 1{,}03$

диска и с увеличением $\bar{d}$ его влияние на уменьшение сопротивления постепенно снижается.

Зависимость c_x от относительного расстояния $\bar{l} = l/d_2$ между одинаковыми дисками $d_1 = d_2$ приведена на рис. 5.4.23. Раздвижение дисков приводит сначала к некоторому повышению c_x (участок *OD*), а затем уменьшению его до точки M_2, что объясняется влиянием на общую структуру течения особенностей в перераспределении давлений за надстройкой, образованием неравномерного слоя смешения, воздействующего на второй диск и на формирование донного течения за ним. Скачкообразное изменение c_x (участок M_2M_1) соответствует условиям перестройки течения от структуры *в* к структуре *б* (рис. 5.4.21). Минимальное значение c_x достигается при

$\bar{l} = 1{,}6$ в результате образования наиболее скоростного циркуляционного течения между дисками.

Аналогичным образом изменяется коэффициент продольной силы для системы цилиндр — диск. На рис. 5.4.24 показаны графики зависимости c_x от $\bar{l} = l/d_2$ при различных $\bar{d} = d_1/d_2$ [54]. Коэффициент c_x учитывает лишь перераспределение давления и трения на диске, игле и лобовой поверхности цилиндра. Скорости обтекания лежат в диапазоне 7,6...57,9 м/с. Так же как для системы с двумя дисками, существует минимум коэффициента c_x при изменении $\bar{l}$, значение которого зависит от относительного размера дисковой надстройки $\bar{d}$, так как для каждого $\bar{d}$ существует оптимальное значение $\bar{l}$, при котором получается минимальная сила сопротивления.

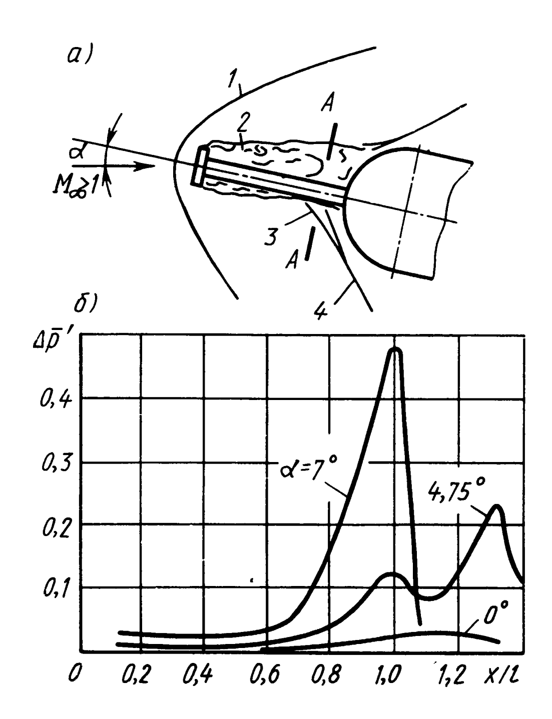


Рис. 5.4.26. Схема течения (*а*) и пульсации давления (*б*) на теле с надстройкой при больших углах атаки ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}7$): *1* — скачок уплотнения перед диском, *2* — оторвавшийся пограничный слой; *3* — скачок уплотнения, вызванный присоединением потока к насадку, *4* — то же, но к носовой части тела

На определенных режимах обтекания затупленных тел с надстройками в виде комбинации диск — игла на их поверхности возникают пульсации давления, которые могут привести к разрушениям конструкции. Поэтому необходимо знать уровень таких пульсаций.

Эксперименты показывают, что наличие пульсаций свойственно любой скорости обтекания. Их уровень для определенной конструкции надстройки и размеров ее уменьшается с возрастанием числа $\mathbf{M}_\infty$ невозмущенного потока. На рис. 5.4.25 показаны зависимости распределения коэффициента пульсационного и статического давлений по длине иглы и носовой части обтекаемого тела.

Наибольший уровень пульсации давления достигается в области присоединения оторвавшегося потока к носовой поверхности тела. Величина пульсаций зависит также от угла атаки. С увеличением его возрастает уровень максимума пульсаций давления.

При сверхзвуковых скоростях обтекания тела с надстройкой под большим углом атаки оторвавшийся с задней кромки диска поток присоединяется к поверхности иглы в некотором промежуточном сечении *А—А* (рис. 5.4.26, *а*) с образованием скачков уплотнения перед носовой частью тела. На этой стороне надстройки в ок-

рестности скачка уплотнения возникают наиболее интенсивные пульсации давления, уровень которых превосходит в несколько раз соответствующую величину при нулевом угле атаки (рис. 5.4.26, *б*).

§ 5.5. ВДУВ ГАЗА ИЗ ТОНКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА, УСТАНОВЛЕННОГО ПЕРЕД НОСОВОЙ ЧАСТЬЮ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Эффективность управляющего воздействия на поток, обтекающий затупленные поверхности летательных аппаратов, можно существенно повысить, используя комбинированное приспособление, состоящее из цилиндрической иглы и устройства для вдува через нее газа в набегающий поток.

Рассмотрим некоторые результаты при $\mathbf{M}_\infty = 2{,}25$ [56], полученные экспериментально для затупленных тел и установленных на них цилиндрических игл различной длины с отверстиями в головной части для вдува газа (водорода). На рис. 5.5.1 и 5.5.2 показано изменение коэффициента лобового сопротивления тела c_{xa}, вызванное перераспределением давления по поверхности

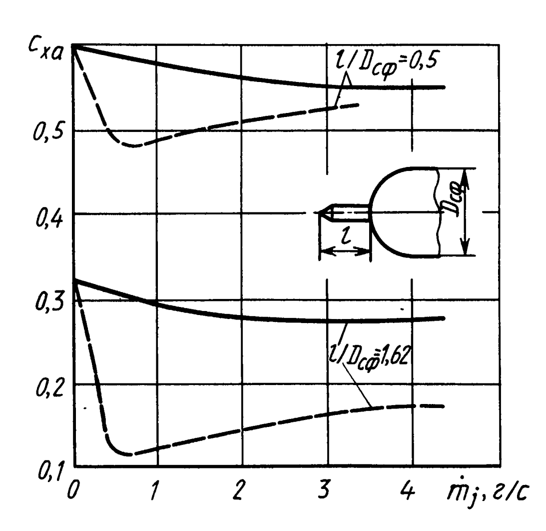


Рис. 5.5.1. Изменение коэффициента лобового сопротивления в зависимости от расхода вдуваемого газа $\dot{m}_j$ при различных удлинениях центрального тела:



——— без воспламенения газа, — — — с воспламенением газа

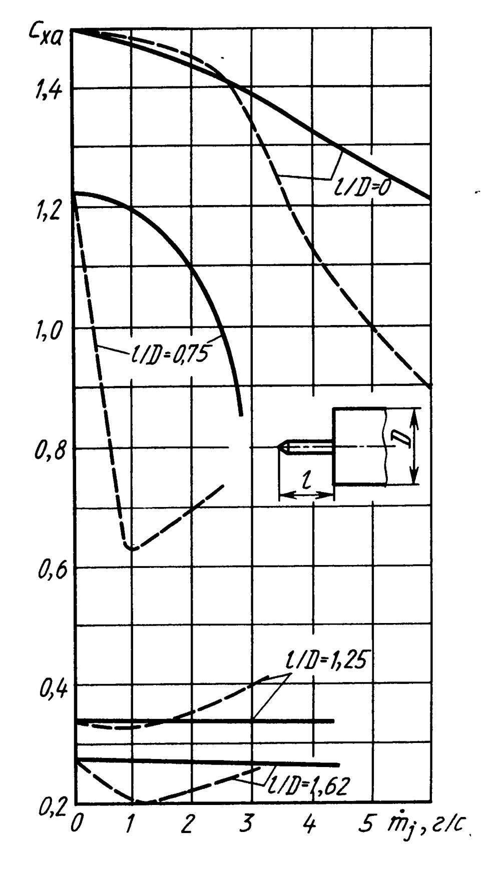


Рис. 5.5.2. Изменение коэффициента лобового сопротивления в зависимости от расхода вдуваемого газа $\dot{m}_j$ при различных удлинениях центрального тела:

——— без горения газа; — — — с воспламенением газа

его носка. Вдув водорода осуществляется без воспламенения и с воспламенением.

Для сферического носка (рис. 5.5.1) вдув дополнительной массы газа в пространство перед телом заметно снижает сопротивление как при короткой, так и при длинной иглах. В тех случаях, когда водород воспламеняется, сопротивление снижается значительнее уже при достаточно малых расходах газа, однако с их увеличением эффект снижения c_{xa} уменьшается.

Для моделей с плоским торцом наблюдаемое явление оказывается более сложным (рис. 5.5.2). Если иглы имеют достаточно большую длину ($l/D = 1,62$), то вдув водорода мало снижает значение c_{xa}. Но при горении водорода и малых его расходах c_{xa} уменьшается заметно, тогда как с увеличением расхода эффект снижения c_{xa} практически исчезает. Укороченные иглы ($l/D = 1,25$) усиливают влияние горения водорода, но с повышением расхода сопротивление не уменьшается, а увеличивается. Дальнейшее уменьшение длины ($l/D = 0,75$) делает чувствительнее зависимость c_{xa} от расхода вдуваемого водорода как в случае горения, так и при отсутствии воспламенения. При этом укорочение иглы сопровождается ростом c_{xa}.

В экспериментах, проводимых на моделях с плоскими торцами, отмечался пульсирующий характер потока без вдува при всех относительных длинах игл. Замеренные средние значения давлений оказывались завышенными, по-видимому, из-за воздействия почти прямого скачка уплотнения, периодически возникающего перед телом. Вдув водорода оказывал стабилизирующее влияние, и пульсации исчезали. Однако при повышенных расходах горящего газа они возникали вновь.

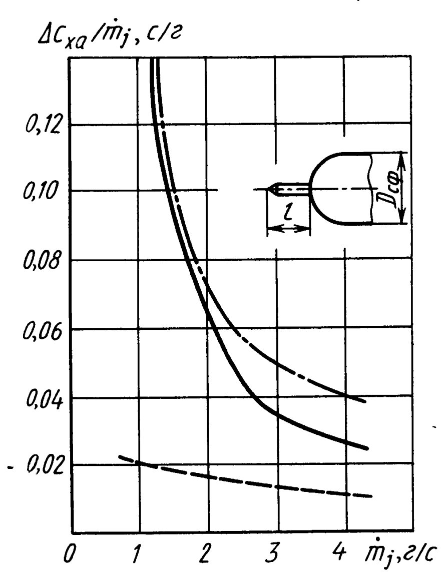


Рис. 5.5.3. Зависимость отношения $\Delta c_{xa}/\dot{m}_j$ от расхода вдуваемого газа для моделей со сферическим затуплением ($l/D_{сф} = 1,62$):

— — — — без горения газа,
—·—·— с воспламенением газа,
——— эффект от горения газа

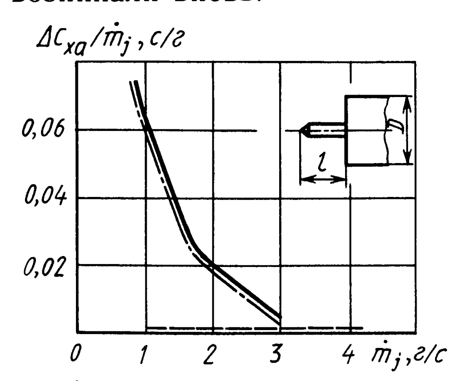


Рис. 5.5.4. Зависимость отношения $\Delta c_{xa}/\dot{m}_j$ от расхода вдуваемого газа для тел с плоским торцом ($l/D = 1,62$):

— — — без воспламенения газа,
—·—·— с воспламенением газа,
——— эффект от горения газа (водорода)

На рис. 5.5.3 и 5.5.4 показан характер изменения коэффициента сопротивления, отнесенного к расходу вдуваемого газа соответственно для моделей со сферическим носком и плоским торцом. Это изменение определялось как разность соответствующих значений коэффициентов без вдува и при вдуве, т. е. $\Delta c_{xa} = (c_{xa})_{\dot{m}_j=0} - (c_{xa})_{\dot{m}_j\neq 0}$.

Изменение коэффициента сопротивления, приходящееся на единицу расхода, при вдуве воспламеняющегося водорода $\Delta c_{xa} = (c_{xa})_{\dot{m}_j\neq 0} - (c_{xa})_{\dot{m}_j\neq 0,\ \text{воспл}}$.

Из рис. 5.5.3 видно, что наиболее эффективен вдув газа при горении, а также без воспламенения при малых расходах. Эффект от горения водорода с ростом расхода уменьшается.

В случае обтекания моделей с плоским торцом (рис. 5.5.4) при отношении $l/D = 1{,}62$ расход практически не влияет на изменение c_{xa} при вдуве невоспламеняющегося водорода (штриховая кривая совпадает с осью абсцисс). Однако если вдув водорода сопровождается его горением, то наибольшие значения $\Delta c_{xa}/\dot{m}_j$ получаются при малых расходах (сплошная и штрихпунктирная кривые совпадают).

§ 5.6. ОТСОС ГАЗА ИЗ ЗОНЫ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ

Одним из методов управления отрывными течениями является отсос газа из застойной зоны, осуществляемый, например, через щель, расположенную вдоль линии шарниров элерона или закрылка. Отсос является эффективным средством уменьшения площади, занятой отрывным течением, и способствует направленному изменению аэродинамических характеристик обтекаемого тела. Исследования показали, что ламинарный пограничный слой более чувствителен к отсосу, чем переходный или чисто турбулентный, т. е. при одинаковых расходах отсасываемого газа точка отрыва ламинарного пограничного слоя перемещается на большее расстояние.

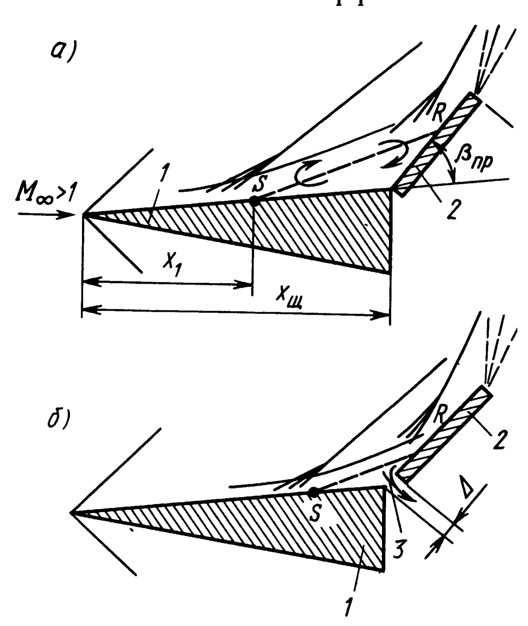


Рис. 5.6.1. Течение при отрыве потока без отсоса (*а*) и с отсосом (*б*) газа из циркуляционной зоны

Экспериментальные исследования. Изменение характеристик при отрыве гиперзвукового ламинарного пограничного слоя исследовалось на модели (рис. 5.6.1), представляющей собой клин *1* с полученным углом 12°, к которому был прикреплен закрылок *2*

[33, 1968, № 2; 1970, № 2]. Угол отклонения закрылка $\beta_{пр}$ изменился в диапазоне 5...20°. Отсос происходил в область за донный срез через зазор *3* переменной ширины Δ между клином и закрылком.

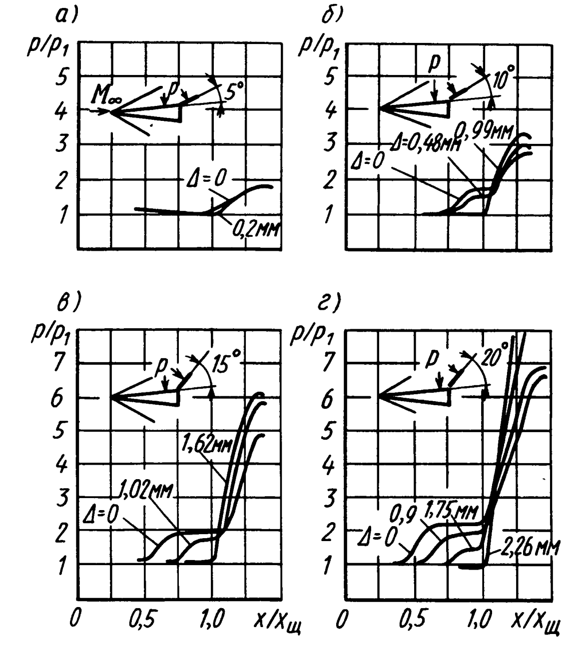


Рис. 5.6.2. Распределение давлений перед преградой при отсосе из ламинарной зоны отрыва ($\mathbf{M}_\infty = 12$; $\mathbf{Re}_{x_щ} = 2{,}76 \cdot 10^5$)

На рис. 5.6.2, *а—г* показаны типичные распределения давлений на поверхности клина и закрылка. Видно, что с увеличением ширины зазора Δ, а следовательно, и расхода отсасываемого газа $\dot{m}$ зона отрывного течения постепенно сокращается и при некотором критическом размере $\Delta_{кр}$ отрыв потока полностью ликвидируется.

Характер распределения давления в возмущенных областях остается таким же и при других числах $\mathbf{M}_\infty$.

Результаты экспериментальных исследований показали, что *в условиях ламинарного отрыва для его ликвидации достаточно отсосать небольшую часть расхода в пограничном слое.* Величина этого расхода зависит от угла отклонения закрылка $\beta_{пр}$. Например, если $\beta_{пр} = 10°$, то для устранения отрыва требуется отсосать 12% расхода в пограничном слое, а при $\beta_{пр} = 20°$ расход возрастает до 37,5%. Были получены обобщенные характеристики массообмена и установлена зависимость относительного массового расхода, необходимого для устранения отрывного течения с заданной длиной зоны отрыва.

На рис. 5.6.3 приведены графики зависимостей для размеров застойной зоны и расхода отсасываемого воздуха при различных числах $\mathbf{M}_1$. По оси ординат отложен относительный расход $\dot{m}_{\delta*} = [\dot{m}/(\rho_\delta V_\delta \delta^*)_{xщ}] \cdot 100\%$, где $\dot{m}$ — расход отсасываемого газа на единицу ширины щели *3* между клином *1* и щитком *2* (см. рис. 5.6.1), обеспечивающий полную ликвидацию застойной зоны; $(\rho_\delta V_\delta \delta^*)_{xщ}$ — расход в пограничном слое в сечении у щели; δ^* — толщина вытеснения; $x_щ$ — расстояние от передней кромки клина до щели. По оси абсцисс отложено отношение $(x_щ/x_1)_{\dot{m}=0}$, где x_1 — расстояние от передней кромки до точки отрыва *S* при условии, что отсоса нет ($\dot{m} = 0$).

Эти результаты соответствуют числам $\mathbf{M}_1 = 5{,}3...8$ и $\mathbf{Re}_{xщ} =$

$= 1{,}76...5{,}68$. При таких условиях возникал устойчивый ламинарный пограничный слой. Размеры застойной зоны без отсоса регулировались углом поворота щитка.

Графики на рис. 5.6.3 указывают на существенную зависимость длины зоны отрыва от расхода отсасываемой массы. Например, при $\mathbf{M}_1 = 5{,}3$ и относительном расстоянии точки отрыва $(x_{щ}/x_1)_{\dot{m}=0} = 2$ для полной ликвидации застойной зоны достаточно отсосать около 20% массы воздуха, протекающего через поперечное сечение пограничного слоя у щели.

Отсос газа при турбулентном отрыве приводит к такому же эффекту, как в случае ламинарного отрывного течения. С увеличением расхода отсасываемой массы газа наблюдается постепенное уменьшение размеров зоны отрывного течения. На рис. 5.6.4 приведены зависимости распределения давления в возмущенных областях при обтекании преграды потоком воздуха с числом $\mathbf{M}_\infty = 1{,}93$ и $\mathbf{Re}_x = 6{,}4 \cdot 10^6$ [23, 1970, № 5]. Отсос осуществлялся через щель между преградой и обтекаемой поверхностью. Угол наклона преграды $\beta_{пр}$

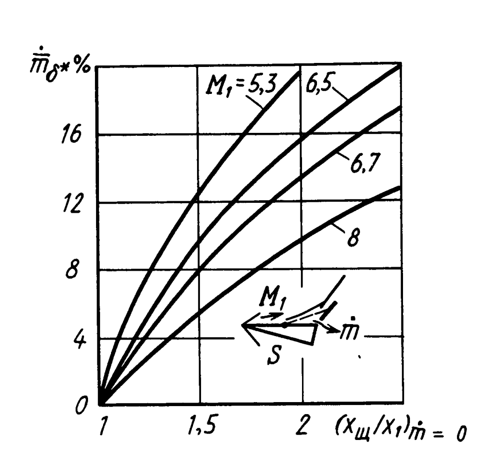


Рис. 5.6.3. Зависимость протяженности зоны отрыва от массового расхода отсасываемого газа

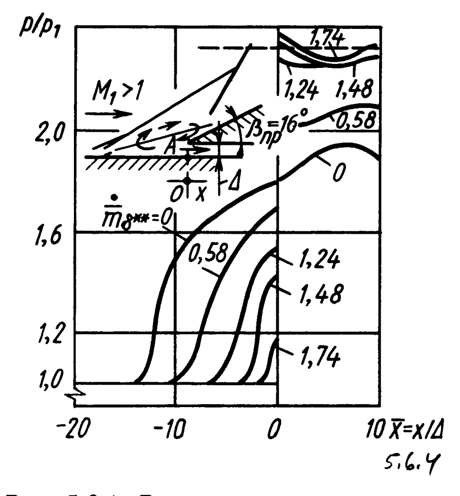


Рис. 5.6.4. Распределение давления при отсосе газа из застойной зоны перед наклонной преградой ($\Delta = 2{,}54 \cdot 10^{-3}$ м)

изменялся в диапазоне 8...16°, высота щели принимала значения 1,27 и 2,54 мм. При отсутствии отсоса измеренное значение давления на преграде ниже теоретического (штриховая линия на рис. 5.6.4). Это означает, что область отрыва охватывает всю поверхность преграды. С увеличением расхода отсасываемого воздуха, а следовательно, и относительной его величины $\dot{m}_{\delta^{**}} = \dot{m}/(\rho_\infty V_\infty \delta^{**})$ давление на ней возрастает и течение в «углу сжатия» приближается к течению невязкого газа. Например, при относительном расходе $\dot{m}_{\delta^{**}} = 1{,}74$ зона отрыва исчезает. Графики изменения давления у основания преграды (точка A) в зависимости от расхода $\dot{m}_{\delta^{**}}$ позволяют определить такое его критическое

значение $(\dot{\bar{m}}_{\delta^{**}})_{кр}$, которое соответствует ликвидации отрывного течения. С увеличением расхода отсасываемого газа (рис. 5.6.5) линейно возрастает давление на поверхности преграды. При $\dot{\bar{m}}_{\delta^{**}}=0$ давление в точке A равно давлению в зоне отрыва. Если давление достигает значения $(p/p_1)_н$, соответствующего невязкому обтеканию (штриховая линия), то полученный расход отсасываемого газа равен критическому $(\dot{\bar{m}}_{\delta^{**}})_{кр}$.

Отсос газа из застойной зоны может осуществляться и через систему отверстий, расположенных по всей области отрывного течения (так называемый распределенный отсос). Влияние такого отсоса с поверхности тела вращения *1* на изменение относительной длины зоны отрыва $\Delta\bar{l}_S=(l_{S_0}-l_S)/l_{S_0}$, где l_S, l_{S_0} — соответственно длина зоны отрыва при отсосе и без него, показано на рис. 5.6.6. Видно, что распределенный отсос через щели *2* оказывается достаточно эффективным средством управления отрывным течением. Для полного устранения отрывного течения переходного типа перед «юбкой» *3* с углом 15° требуется расход отсасываемого газа, составляющий ~10% расхода в пограничном слое (8% для «юбки» с $\beta_{пр}=7{,}5°$).

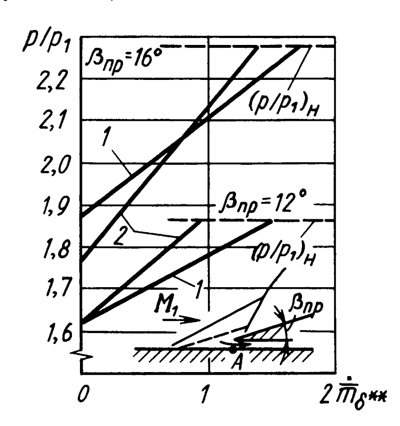


Рис. 5.6.5. Зависимость давления на преграде (в точке A) от расхода отсасываемого газа:

1 — $\Delta_1 = 2{,}54$ мм, *2* — $\Delta_2 = 1{,}27$ мм

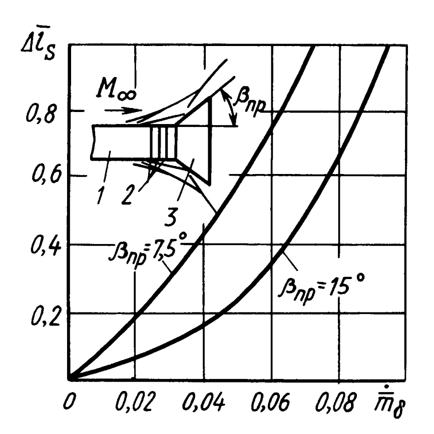


Рис. 5.6.6. Зависимость уменьшения длины зоны отрыва от расхода при распределенном отсосе ($M_\infty = 2{,}5...3{,}5$)

Расчет параметров турбулентных отрывных течений при отсосе газа из области отрыва. Расчет отрывных течений осуществляют, предполагая, что отсасываемая из области возвратного течения масса газа располагается между двумя линиями тока: поверхностной и той, которая определяет расход этой массы. В случае полной ликвидации отрывного течения необходимо отсасывать всю массу газа, поступающего в застойную зону, т. е. находящегося ниже разделяющей линии тока.

Параметры турбулентного отрывного течения можно находить с достаточным приближением, полагая, что такое течение является плоским. Каждая из областей (отрыва, смешения, присоединения и возвратного течения) исследуется независимо друг от друга. Рассматривается случай, когда угол преграды $\beta_{пр}$, вызывающей отрыв потока, меньше критического, при котором в невязком потоке скачок уплотнения становится искривленным. Задача решается в два этапа. Первоначально по полуэмпирическим соотношениям определяются параметры отрывного течения, соответствующие нулевому отсосу газа (размеры области взаимодействия при отрыве, давление, плотность, скорость в застойной зоне, положение разделяющей линии тока, а также масса отсасываемого газа, необходимая для полной ликвидации отрывного течения). Затем находится уменьшение зоны отрывного течения, обусловленное отсосом некоторой заданной массы газа из области возвратного течения. В области смешения профиль скорости описывается зависимостью, принятой для случая постоянного давления. Расчет давления в области присоединения основывается на допущении, согласно которому газовый поток претерпевает сжатие, в результате чего за пределами вязкого слоя образуется основной скачок уплотнения конечной интенсивности. При этом давление в точке присоединения оказывается почти таким, как давление торможения на разделяющей линии тока в конце области смешения.

Целью расчета является нахождение размеров области отрывного течения и значений давлений в характерных зонах на обтекаемой поверхности при определенном расходе отсасываемого газа, необходимого для вычисления управляющего усилия.

Структура отрывного течения при отсосе газа из застойной зоны показана на рис. 5.6.7.

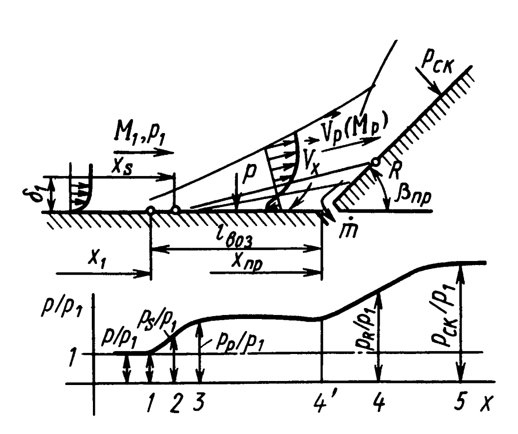


Рис. 5.6.7. Схема для расчета отрывных течений с отсосом:

1 — точка начала повышения давления; 2 — точка отрыва, 3 и 4′ — «плато» постоянного давления; 4 — точка присоединения, 5 — конец области присоединения

Исходными данными для расчета параметров в зоне отрывного течения являются число $\mathbf{M}_1$, давление p_1, плотность ρ_1, скорость V_1, динамическая вязкость μ_1 невозмущенного потока, отношение удельных теплоемкостей $k = c_p/c_v$, местоположение преграды $x_{пр}$, масса отсасываемого газа $\dot{m}$.

Расчет отрывного течения при отсутствии отсоса ($\dot{m} = 0$). Для выбранной координаты $x_1 < x_{пр}$, соответствующей невозмущенному потоку перед точкой отрыва, определяем параметры пограничного слоя. Принимаем, что $x_S \approx x_1$, и на-

ходим относительный критический перепад давления в точке отрыва:

$$p_S/p_1 = 1 + 0{,}745kM_1^2/[\mathrm{Re}_{x1}^{0,1}(M_1^2 - 1)^{0,25}], \qquad (5.6.1)$$

где $\mathrm{Re}_{x1} = V_1x_1/(\mu_1/\rho_1)$.

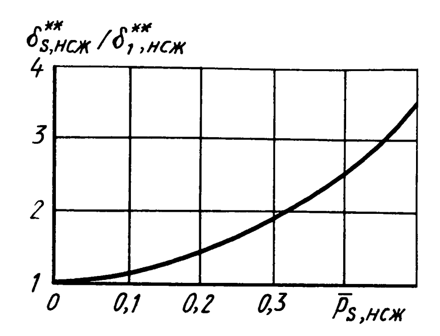


Рис. 5.6.8. Изменение относительной толщины потери импульса

Используя соотношения для косого скачка уплотнения, по степени повышения давления определяем число M_S, скорость V_S и угол поворота потока β_S в точке отрыва. В свою очередь, V_S позволяет найти коэффициент давления в точке отрыва для несжимаемой жидкости:

$$\bar{p}_{S,\,нсж} = 1 - V_S^2/V_1^2\ . \qquad (5.6.2)$$

Соответствующую толщину потери импульса $\delta^{**}_{S,нсж}$ можно определить с помощью графика на рис. 5.6.8 [32, 1966, № 1]: $\delta^{**}_{S,нсж} = \delta^{**}_{1,нсж}f(\bar{p}_{S,нсж})$, где $\delta^{**}_{1,нсж} = 0{,}036/\mathrm{Re}_{x1}^{0,2}$.

Относительное давление в области отрывного течения

$$p_p/p_1 = 1 + \frac{kM_1^2}{2}\bar{p}_p. \qquad (5.6.3)$$

Значение коэффициента давления $\bar{p}_p$ вычисляется по (4.2.20). По теории косого скачка уплотнения вычисляем:
число M на внешней границе зоны отрывного течения

$$M_p = \left[\frac{2 + (k-1)M_1^2}{2kM_1^2\sin^2\theta_{ср} - (k-1)} + \frac{2M_1^2\cos^2\theta_{ср}}{2 + (k-1)M_1^2\sin^2\theta_{ср}}\right]^{0,5}, \qquad (5.6.4)$$

где

$$\theta_{ср} = \arcsin\{(p_p/p_1 + (k-1)/(k+1))/(M_1^2 2k/(k+1))\}^{0,5}, \qquad (5.6.5)$$

соответствующее число

$$\mathrm{Cr}_p = [1 + 2/(k-1)M_p^{-2}]^{-0,5}, \qquad (5.6.6)$$

угол поворота потока в области смешения

$$\beta_p = \mathrm{arctg}\left\{\sqrt{\frac{2kM_1^2}{(p_p/p_1)(k+1) + (k-1)} - 1}\cdot\left(\frac{p_p/p_1 - 1}{1 + kM_1^2 - p_p/p_1}\right)\right\}, \qquad (5.6.7)$$

плотность

$$\rho_p = \left[M_1^2\sin^2\theta_{ср}\Big/\left(\frac{2}{k+1} + \frac{k-1}{k+1}M_1^2\sin^2\theta_{ср}\right)\right]\rho_1, \qquad (5.6.8)$$

скорость V_p на внешней границе области смешения

$$V_p = [\cos^2\theta_{ср} + (\rho_1/\rho_p)^2\sin^2\theta_{ср}]^{0,5}V_1. \qquad (5.6.9)$$

Ввиду того что повышение давления от точки отрыва до области постоянного давления мало́, можно пренебречь влиянием возрастания давления на толщину потери импульса в точке отрыва и считать $\delta^{**}_{S,\text{нсж}} \approx \delta^{**}_{p,\text{нсж}}$.

Для расчета параметров течения в области смешения (см. § 4.3) необходимо знать углы между осями x и X вспомогательной и основной систем координат (рис. 5.6.9)

$$\beta_m = (0{,}033 + 0{,}0069\mathbf{Cr}_p^2)(1 - \mathbf{Cr}_p^2) \tag{5.6.10}$$

и угол между осью x и линией нулевых скоростей

$$\beta_{l3} = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) \approx \frac{\eta_{\varphi\to 0}}{\sigma}, \tag{5.6.11}$$

где $\eta_{\varphi\to 0}$ — значение параметра $\eta = \sigma y/x$, определяющего положение линии тока в области смешения; соответствует линии нулевых скоростей (в расчетах принимаем $\eta_{\varphi\to 0} \approx -1$); $\sigma = 12 + 2{,}758\mathbf{M}_p$ — коэффициент смешения.

Безразмерные координаты разделяющей линии тока $\eta_{\text{рлт}}$ и угловой точки C, в окрестности которой находится отверстие для отсоса, определяем, используя следующие уравнения:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi^2}{1 - \mathbf{Cr}_p^2\varphi^2}\, d\eta = \int\limits_{\eta_{\text{рлт}}}^{+\infty} \frac{\varphi}{1 - \mathbf{Cr}_p^2\varphi^2}\, d\eta, \tag{5.6.12}$$

$$\eta_c = -(12 + 2{,}758\,\mathbf{M}_p)(l_{\text{воз}} + \delta l_{2j})\sin(\beta_p - \beta_m)/x_c, \tag{5.6.13}$$

$$x_c = [(\delta l_{2j} + l_{\text{воз}})\cos(\beta_p - \beta_m)] - \delta l_{1j} + 30\delta^{**}_{p,\text{нсж}}, \tag{5.6.14}$$

$$\delta l_{1j} = [2{,}5\delta^{**}_{p,\text{нсж}}/(1 + 0{,}23\mathbf{M}_p)]\operatorname{ctg}(\beta_p - \beta_m), \tag{5.6.15}$$

$$\delta l_{2j} = 2{,}5\delta^{**}_{p,\text{нсж}}/[(1 + 0{,}23\mathbf{M}_p)\sin(\beta_p - \beta_m)]. \tag{5.6.16}$$

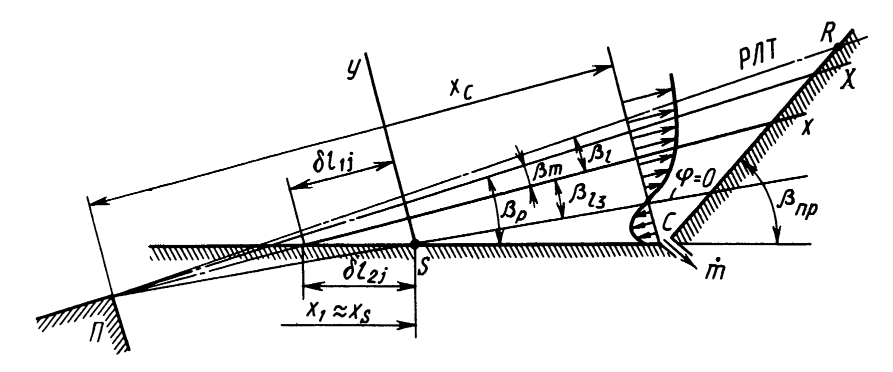


Рис. 5.6.9. Схема для расчета параметров отрывных течений с отсосом газа из застойной зоны

Относительное давление на преграде вне области вязкого взаимодействия находится по теории косого скачка уплотнения:

$$\frac{p_{ск}}{p_1} = \frac{2k}{k+1}\mathbf{M}_1^2\sin^2\theta_c - \frac{k-1}{k+1}. \quad (5.6.17)$$

Протяженность зоны распространения возмущений, обусловленных отрывным течением, находится из соотношения

$$l_{воз}/\delta_1 = 37{,}5\bar{p}^2_{ск-р} - 12{,}5\bar{p}_{ск-р} + 3, \quad (5.6.18)$$

в котором $l_{воз}$ — расстояние между точкой начала повышения давления и преградой; $\bar{p}_{ск\text{-}р} = (p_{ск} - p_p)/(kp_p\mathbf{M}_p^2/2)$ — коэффициент давления.

Рис. 5.6.10. Схема течения для расчета протяженности области взаимодействия:
а — отсоса нет, *б* — частичный отсос газа

Определение параметров отрывного течения при отсосе газа. Масса газа, отсасываемая до полного устранения отрывного течения,

$$\dot{m}_{пр} = \frac{\rho_p V_p(1 - \mathbf{Cr}_p^2)x_c}{\sigma}\int_{-1}^{\eta_{рлт}}\frac{\varphi}{1 - \mathbf{Cr}_p^2\varphi^2}d\eta. \quad (5.6.19)$$

Если отсасываемая масса $\dot{m} < \dot{m}_{пр}$, то происходит частичное уменьшение длины области, занятой отрывным течением. В этом случае считаем, что отсасываемая масса газа протекает между линиями тока в возвратном течении с координатами η (рис. 5.6.10) и η_C. Тогда, согласно закону сохранения массы, запишем

$$\int_{\eta_C}^{\eta}\varphi_1 d\eta = \dot{m}\frac{\sigma}{\rho_p V_p x_C}\,\frac{\int_{\eta_C}^{-1}\varphi_1 d\eta}{(1 - \mathbf{Cr}_p^2)\int_{-1}^{\eta_{рлт}}\varphi/[1 - \mathbf{Cr}_p^2\varphi^2]d\eta}, \quad (5.6.20)$$

где $\varphi_1 = \sin[\pi(\eta+1)/(\eta_C+1)]$ — профиль скорости в возвратном течении.

В (5.6.20) скорость течения газа в застойной зоне мала и его можно считать несжимаемым.

Уравнение (5.6.20) позволяет вычислить координаты η, а следовательно, и длину зоны отрывного течения при отсосе газа из застойной зоны:

$$l_{\text{воз}.\dot{m}} = l_{\text{воз}} - \Delta l_S = l_{\text{воз}} - (\eta - \eta_C)x_C/[\sigma\sin(\beta_p - \beta_m + \beta_{l_3})], \tag{5.6.21}$$

где Δl_S — уменьшение длины зоны отрыва, обусловленное отсосом газа.

Важными характеристиками отрывного течения являются давление p_R в точке присоединения R и ее координата. Для определения p_R последовательно вычисляем

$$\left.\begin{aligned} \varphi_{\text{рлт}} &= 0{,}5(1 + \operatorname{erf}\eta_{\text{рлт}}), \mathbf{Cr}_{\text{рлт}} = \varphi_{\text{рлт}}\mathbf{Cr}_p, \\ \mathbf{M}_{\text{рлт}} &= \left(\frac{2}{k-1}\frac{\mathbf{Cr}^2_{\text{рлт}}}{1 - \mathbf{Cr}^2_{\text{рлт}}}\right)^{0,5}. \end{aligned}\right\} \tag{5.6.22}$$

Принимая p_R равным давлению торможения на разделяющей линии тока, получим

$$p_R = p_p[1 + 0{,}5(k-1)\mathbf{M}^2_{\text{рлт}}]^{k/(k-1)}.$$

При заданном угле преграды $\beta_{\text{пр}}$ положение точки присоединения находится из геометрических соотношений (рис. 5.6.11):

$$\Delta x_1 = \frac{(l_{\text{воз}.\dot{m}} + \delta l_{2\dot{m}})\cos\beta_{\text{пр}}\sin(\beta_p + \beta_l - \beta_m)}{\sin[\beta_{\text{пр}} - (\beta_p + \beta_l - \beta_m)]}; \tag{5.6.23}$$

$$\delta l_{2\dot{m}} = \frac{h_{\dot{m}}\cos\beta_l}{\sin(\beta_p - \beta_m + \beta_l)}; \quad h_{\dot{m}} = \frac{2{,}5\delta^{**}_{p,\text{нсж}}(1 + \eta_{\text{рлт}})}{1 + 0{,}23\mathbf{M}_p};$$

$$\beta_l = \eta_{\text{рлт}}/\sigma;$$

$$\Delta y_1 = \Delta x_1 \operatorname{tg}\beta_{\text{пр}}. \tag{5.6.24}$$

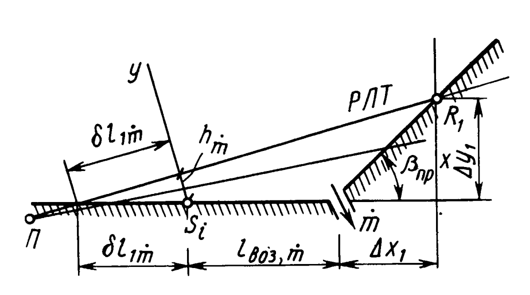


Рис. 5.6.11. Схема течения для расчета положения точки присоединения потока

В этих формулах индексом $\dot{m}$ обозначены геометрические параметры, соответствующие заданному массовому расходу отсасываемого газа.

Зависимости (5.6.19)...(5.6.24) применимы для расчетов, если $\beta_{\text{пр}}$ не превышает критического значения угла преграды, при обтекании которой невязким газом скачок уплотнения остается прямолинейным.

§ 5.7. УПРАВЛЕНИЕ ОТРЫВНЫМ ТЕЧЕНИЕМ СЛИВОМ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Наиболее простым способом предупреждения отрыва пограничного слоя является его слив. Он может быть осуществлен при помощи специальных устройств, состоящих из обечайки *1* и канала *2*, которые либо выступают над обтекаемой поверхностью *4* (рис. 5.7.1, *а*), либо выполнены заподлицо с ней (с поднутрением *3*) (рис. 5.7.1, *б*). Как правило, высота канала h не превосходит толщину пограничного слоя δ. Устройства слива пограничного слоя могут служить также для забора воздуха, используемого для охлаждения двигательных установок, управления обтеканием, в качестве компонента топлива [18, 1979, № 1].

Обтекание устройств слива носит сложный характер. В зависимости от степени дросселирования $f = S_{вых}/S_г$ (где $S_{вых}$ — площадь выходного сечения канала; $S_г$ — площадь «горла» — минимального сечения канала) возможно течение либо с локальным отрывом потока (рис. 5.7.2, *а*), либо с полным сливом пограничного слоя (рис. 5.7.2, *б*).

На рис. 5.7.3 показано распределение давления перед входом (диффузором) в канал, расположенный на поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком с числом $\mathbf{M}_\infty = 3$, при изменяющейся степени дросселирования. Характер этих кривых указывает на то, что при закрытом полностью выходном сечении ($f=0$) устройство слива оказывает воздействие, аналогичное обтеканию ступеньки, обращенной навстречу потоку (см. рис. 5.7.2, *а*). Перед диффузором образуется λ-образный скачок уплотнения SDE, взаимодействие которого с пограничным слоем приводит к его отрыву в точке S. Этому режиму на рис. 5.7.3 соответствует кривая $f=0$. По мере увеличения степени дросселирования происходит уменьшение зоны отрывного течения, что можно объяснить возрастанием массы газа, отсасываемой из застойной зоны (f равно 0,83; 0,97; 1,32; 1,64; 2).

При ликвидации отрыва (см. рис. 5.7.2, *б*) λ-образный скачок уплотнения трансформируется в скачок DE, обусловленный тормо-

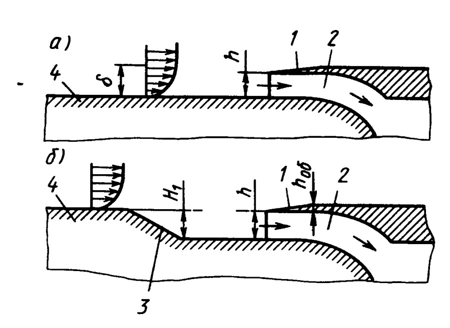


Рис. 5.7.1. Устройства слива пограничного слоя

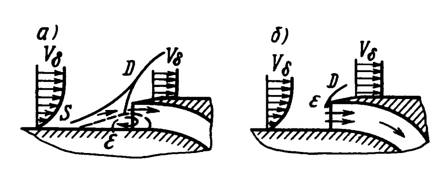


Рис. 5.7.2. Структуры течения перед устройствами слива

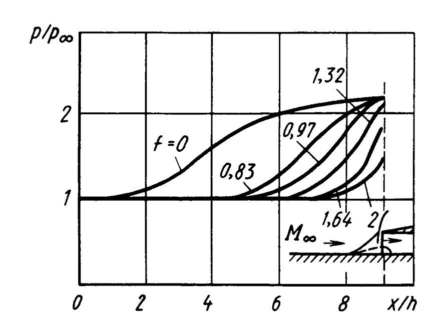


Рис. 5.7.3. Распределение статического давления перед устройством слива при различной степени дросселирования (M_∞ = 3,0; $h/\delta = 1{,}22$

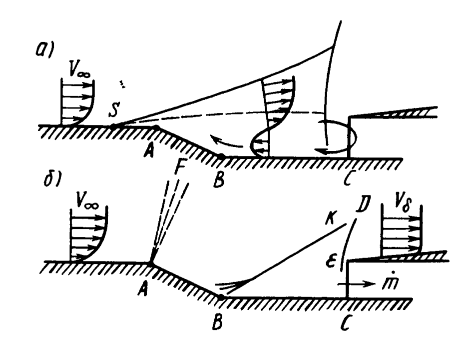


Рис. 5.7.4. Структуры течений перед устройством слива на корпусе:

а — канал закрыт, *б* — отрыв отсутствует

жением потока обечайкой. Согласно полученным результатам, отрыв потока перед диффузором практически отсутствует при $f \geqslant 1{,}5$.

При расположении устройства слива в углублении корпуса область повышенного статического давления при $f = 0$ распространяется за точку излома образующей *A* (рис. 5.7.4, *а*). Если выходное сечение канала полностью открыто ($f > 1$), то образуется волна разрежения *AF* (рис. 5.7.4, *б*) и в области поднутрения *AB* давление падает (кривая $f = 1$ на рис. 5.7.5), а затем возрастает в скачке уплотнения *BK*, образовавшемся при встрече потока с поверхностью *BC*. Далее в зависимости от геометрии входа и степени дросселирования давление повышается непосредственно перед входом в устройство слива (рис. 5.7.5). Ликвидация зоны отрыва в этом случае наступает при $f \geqslant 2$.

На рис. 5.7.6 для различных типов сливных устройств представлены зависимости коэффициентов расхода $\bar{\dot m} = \dot m / \dot m_{max}$ [10] (где $\dot m$ — действительный расход воздуха через устройство слива; $\dot m_{max} = \rho_\infty V_\infty S$ — максимально возможный расход, рассчитанный по параметрам невозмущенного потока и площади *S* устройства слива) от степени его дросселирования.

С увеличением открытия выходного сечения, а следовательно, и f величина $\bar{\dot m}$ возрастает до некоторого предельного значения, соответствующего режиму «насыщения», т. е. полному сливу пограничного слоя. Для утопленных в корпусе устройств достижение этого режима соответствует наибольшему значению $f = 2$, а доля отсасываемого воздуха при всех прочих равных условиях существенно ниже. Среди устройств слива, расположенных на обтекаемой поверхности, наибольший расход обеспечивает простейшее устройство, показанное на рис. 5.7.1, *а*.

При использовании устройства слива в качестве воздухозаборников кроме рассмотренного параметра $\bar{\dot m}$ основной их характе-

ристикой является также коэффициент восстановления полного давления $\nu = p_0'/p_0$ (где p_0' — полное давление в диффузоре; p_0 — полное давление в невозмущенном потоке). Он зависит от необратимых переходов механических видов энергии в теплоту, вызываемых скачком уплотнения, отрывом потока и трением.

Перед входом в воздухозаборники при $f=0$ образуется циркуляционная зона. Полное давление в канале воздухозаборника несколько больше, чем статическое давление в зоне отрыва, из-за существования динамической составляющей циркуляционного течения. По мере открытия выходного сечения воздухозаборника противодавление в нем падает и уменьшается размер зоны отрыва, при этом коэффициент ν возрастает, однако не достигает соответствующего значения в прямом скачке уплотнения, что объясняется неравномерным распределением параметров потока по высоте воздухозаборника из-за пограничного слоя. Наличие «углов внешнего сжатия» ($\beta_1 = 8°$ и $\beta_2 = 21°$) потока приводит к существенному увеличению значений ν (рис. 5.7.7): при степени дросселирования

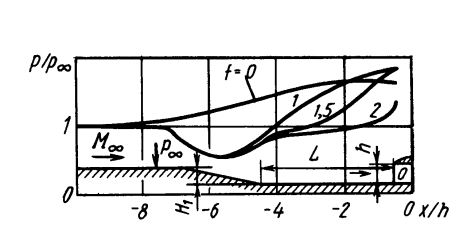


Рис. 5.7.5. Распределение статического давления перед утопленным в корпус устройством слива ($\mathbf{M}_\infty = 3{,}0$; $h/\delta = 1{,}2$; $L/h = 4{,}7$; $H_1/h = 1$)

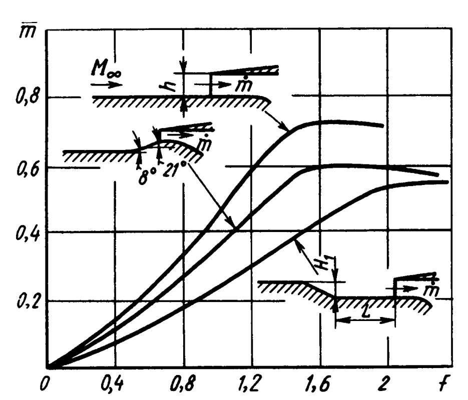


Рис. 5.7.6. Изменение коэффициента расхода $\bar{m}$ в зависимости от степени дросселирования f ($\mathbf{M}_\infty = 3$; $h/\delta = 1{,}2$; $L/h = 4{,}7$; $H_1/h = 1$)

$1{,}0 \leqslant f \leqslant 2{,}0$ коэффициент восстановления давления примерно в 1,5 раза больше, чем для воздухозаборника с прямым каналом. Размещение воздухозаборного устройства в углублении корпуса приводит к понижению значений коэффициента ν по сравнению с воздухозаборниками, выступающими над обтекаемой поверхностью.

Для расчета коэффициента восстановления полного давления (для воздухозаборника) и основных параметров течения (для устройств слива пограничного слоя) используется обобщенная модель отрывного течения (рис. 5.7.8). Рассмотрим плоский случай обтекания. Предположим, что газ, поступающий в воздухозаборное устройство, находится между двумя линиями тока, одна из которых,

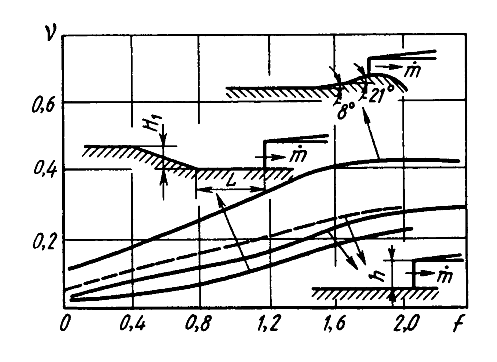


Рис. 5.7.7. Зависимость коэффициента восстановления давления ν от степени дросселирования f для различных типов устройств ($\mathbf{M}_\infty = 3$; $h/\delta = 1{,}2$; $L/h = 4{,}7$; $H_1/h = 1$):
——— эксперимент; — — — расчет

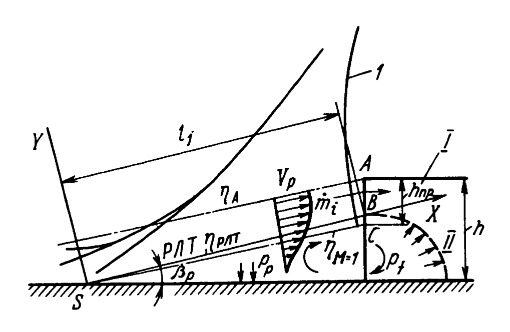


Рис. 5.7.8. Модель течения у входа в канал для слива пограничного слоя

$\eta_{\text{рлт}}$, является разделяющей между основным и возвратным потоками, а другая, η_A, ограничивает расход газа $\dot{m}_i$, протекающего через устройство. Задача решается в системе координат XSY, положение которой определяется расходом газа $\dot{m}_i$ и углом β_p поворота потока за точкой отрыва. Считается, что ось X и разделяющая линия тока совпадают. Газ, расположенный ниже разделяющей линии тока, циркулирует в застойной зоне. Коэффициент давления в области отрыва определяется по полуэмпирической зависимости (см. § 4.2)

$$\bar{p}_p = 2{,}04\xi/[\mathbf{Re}_x^{0,1}(\mathbf{M}_\infty^2 - 1)^{0,25}], \qquad (5.7.1)$$

где $\mathbf{M}_\infty$, $\mathbf{Re}_x$ — соответственно числа $\mathbf{M}$ и $\mathbf{Re}$ перед точкой отрыва; ξ — коэффициент, учитывающий высоту эквивалентного препятствия по отношению к толщине пограничного слоя δ.

По соотношениям для косого скачка уплотнения находятся угол наклона скачка θ_c и угол «жидкого клина», равный углу отрыва β_p,

$$\theta_c = \arcsin\sqrt{\frac{p_p/p_\infty + (k-1)/(k+1)}{2k\mathbf{M}_\infty^2/(k+1)}}, \qquad (5.7.2)$$

$$\operatorname{tg}(\theta_c - \beta_p) = \left(\frac{k-1}{k+1}\frac{p_p}{p_\infty} + 1\right)\left(\frac{k-1}{k+1} + \frac{p_p}{p_\infty}\right)^{-1}\operatorname{tg}\theta_c, \qquad (5.7.3)$$

а также параметры потока (плотность, температура, число $\mathbf{M}$, скорость) для области отрывного течения перед воздухозаборником:

$$\left.\begin{aligned}
\rho_p/\rho_\infty &= \mathbf{M}_\infty^2 \sin^2\theta_c \Big/ \left(\frac{2}{k+1} + \frac{k-1}{k+1}\mathbf{M}_\infty^2 \sin^2\theta_c\right),\\
\frac{T_p}{T_\infty} &= \frac{\rho_\infty}{\rho_p}\left(1 + \bar{p}_p k \frac{\mathbf{M}_\infty^2}{2}\right),\\
\mathbf{M}_p &= \mathbf{M}_\infty\{(T_\infty/T_p)[\cos^2\theta_c + (\rho_\infty/\rho_p)^2 \sin^2\theta_c]\}^{0,5}\\
V_p/V_\infty &= [\cos^2\theta_c + (\rho_\infty/\rho_p)^2 \sin^2\theta_c]^{0,5}.
\end{aligned}\right\} \qquad (5.7.4)$$

Безразмерная координата $\eta = \sigma y/x$ разделяющей линии тока (где $\sigma = 12 + 2{,}578\mathbf{M}_p$ — коэффициент смешения), соответствующая данному расходу через диффузор $\dot{m}_i$, вычисляется следующим образом. Считается, что в случае $f = S_{вых}/S_г = 0$ разделяющая линия тока с координатой $\eta_A = \eta_{рлт}$ приходит на верхнюю кромку A. При $f > 0$ точка отрыва S смещается вниз по потоку.

Безразмерная текущая координата разделяющей линии тока $\eta_{рлт}$ в зависимости от числа $\mathbf{M}_p$ в области отрыва определяется уравнением (см. § 4.3)

$$\int_{\eta_{рлт}}^{+\infty} \frac{\varphi}{1 - \mathbf{Cr}_p^2\varphi^2} d\eta = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi^2}{1 - \mathbf{Cr}_p^2\varphi^2} d\eta, \qquad (5.7.5)$$

$$\varphi = \frac{V_x}{V_p} = 0{,}5(1 + \operatorname{erf}\eta), \quad \mathbf{Cr}_p = \left\{1 + \frac{2}{\mathbf{M}_p^2(k-1)}\right\}^{-0{,}5}.$$

Выражение для массы газа, циркулирующей между линиями тока с координатами $\eta_{рлт}$ и η_A, имеет вид

$$\dot{m}_i = \rho_p V_p (1 - \mathbf{Cr}_p^2) l_j l_k / \sigma \int_{\eta_{рлт}}^{\eta_A} \frac{\varphi}{1 - \mathbf{Cr}_p^2\varphi^2} d\eta, \qquad (5.7.6)$$

где l_j — длина разделяющей линии тока; l_k — поперечный размер воздухозаборника.

В уравнении (5.7.6) неизвестны η_A и l_j. С помощью геометрических соотношений в области отрыва находим

$$l_j = h(\sigma\cos\beta_p - \eta_A \sin\beta_p)/(\eta_A \cos^2\beta_p + 0{,}5\,\sigma\sin 2\beta_p). \qquad (5.7.7)$$

Уравнения (5.7.6) и (5.7.7) при заданном значении $\dot{m}_i$ решаются методом последовательных приближений.

Безразмерная координата звуковой линии $\eta_{\mathbf{M}=1}$ вычисляется из соотношения

$$a^*/V_p = 0{,}5(1 + \operatorname{erf}\eta_{\mathbf{M}=1}), \qquad (5.7.8)$$

где a^* — критическая скорость звука.

Так как профиль скорости в области смешения будет неравномерным, то среднее значение числа $\mathbf{M}_{ср}$ для потока между линиями тока $\eta_{\mathbf{M}=1}$ и η_A определяется с помощью выражения

$$\mathbf{M}_{ср} = \frac{\int\limits_{\eta_{\mathbf{M}=1}}^{\eta_A} \mathbf{M}\cdot d\eta}{\eta_A - \eta_{\mathbf{M}=1}} = \frac{\mathbf{M}_p}{\eta_A - \eta_{\mathbf{M}=1}} \int\limits_{\eta_{\mathbf{M}=1}}^{\eta_A} \frac{\varphi}{\left[1 + (1-\varphi^2)\frac{k-1}{2}\mathbf{M}_p^2\right]^{0,5}} d\eta. \quad (5.7.9)$$

При малых степенях дросселирования перед диффузором возникает скачок уплотнения *1* (рис. 5.7.8), который перед входом в канал можно считать прямым. Для расчета параметров $p_{пр}$, $\mathbf{M}_{пр}$, $\rho_{пр}$, $T_{пр}$ в области за скачком используются зависимости теории скачков уплотнения.

Площадь торцевой поверхности $S_{пр} = h_{пр} l_k$, на которую воздействует давление за прямым скачком уплотнения, находится из геометрического соотношения $S_{пр} = l_j l_k (\eta_A - \eta_{\mathbf{M}=1})/(\sigma \cos \beta_p)$.

Течение во внутреннем канале диффузора условно разделено на две области: *I* и *II*. Область *I* располагается между верхней кромкой диффузора (точка *A*) и «звуковой» линией тока (точка *C*); давление в этой области считается равным $p_{пр}$. Область *II* расположена ниже «звуковой» линии тока. Давление в ней соответствует p_f. Величина p_f находится из (5.1.7).

Для определения коэффициента восстановления полного давления проводится осреднение параметров в канале. Среднее значение полного давления в канале, осредненное по его площади, с достаточной степенью точности находится из уравнения

$$p_{0\,ср} = \int\limits_{(S)} p_{0i} dS/S = (p_{пр} S_{пр}/[\pi(\mathbf{M}_{пр})] + p_f (h - h_{пр}) l_k)/(h l_k).$$

Тогда значение коэффициента восстановления полного давления будет

$$\nu = p_{0\,ср}/p_0 = (1/h)\,[p_{пр} h_{пр}/[\pi(\mathbf{M}_{пр})\, p_0] + p_f (h - h_{пр})/p_0], \quad (5.7.10)$$

в котором p_0 — давление торможения в невозмущенном потоке.

Сравнение результатов расчета и эксперимента при $\mathbf{M}_\infty = 3$ и $h/\delta = 1{,}22$ (см. рис. 5.7.7) показало, что данная методика применима при расчете характеристик исследуемого типа воздухозаборных устройств в широком диапазоне изменения степени дросселирования.

§ 5.8. ВЛИЯНИЕ МАССООБМЕНА НА ОТРЫВНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЗА ОБРАТНЫМ УСТУПОМ

Для некоторых конструкций летательных аппаратов характерно наличие обратных уступов на обтекаемой поверхности. Путем массообмена с газом при возвратном течении за уступом (вдув или отсос газа) можно существенно влиять как на размеры возмущенных зон, так и на значения давлений в них, изменяя тем самым лобовое сопротивление и подъемную силу. При этом изменение подъемной силы возможно при несимметричном расположении уступов или неодинаковой интенсивности массообмена по периметру поперечного сечения тела.

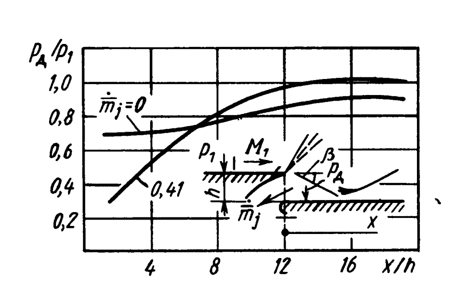


Рис. 5.8.1. Влияние отсоса газа на распределение давления за уступом ($M_\infty = 4{,}05$; $h/\delta = 2{,}4$)

Рис. 5.8.2. Изменение донного давления при вдуве газа в область отрыва

Массообмен осуществляется через проницаемые участки поверхности; отверстия, щели и др. На рис. 5.8.1 и 5.8.2 приведены результаты экспериментальных исследований сверхзвукового обтекания уступов при условии массообмена с отрывной зоной. Если непрерывно производить отсос части газа с расходом $\bar{\dot{m}}_j = \dot{m}_j/(\rho_1 V_1 S_1)$ (где $\dot{m}_j$ — секундный массовый расход отсасываемого газа; ρ_1, V_1 — соответственно плотность и скорость потока перед верхней кромкой уступа; S_1 — площадь его торцевой поверхности) из области отрыва, то давление в ней $p_д$ уменьшается, а угол разворота потока β увеличивается.

Противоположный эффект наблюдается при вдуве газа в область отрыва за уступом. На рис. 5.8.2 показана зависимость относительного значения донного давления от комбинированного параметра B [33, 1967, № 9], характеризующего начальную толщину пограничного слоя потока перед точкой отрыва и расход вдуваемого газа:

$$B = (\delta_2^{**} + \dot{m}_j/(\rho_д V_д))/h,$$

где δ_2^{**} — толщина потери импульса потока после разворота на угол β (рис. 5.8.2); $\dot{m}_j$ — секундный массовый расход вдуваемого

газа (на единицу ширины); $\rho_д$, $V_д$ — плотность и скорость на внешней границе области смешения; h — высота уступа.

Кривая *1* (рис. 5.8.2) соответствует ламинарному отрывному течению при числе $\mathbf{M}_1$ перед уступом, равном 7, а кривая *2* — турбулентному ($\mathbf{M}_1=2$). В обоих случаях с увеличением расхода инжектируемого газа происходит рост донного давления, однако для ламинарного отрывного течения зависимость $p_д/p_1$ от B более чувствительна к процессу массообмена.

При решении задач о массообмене за уступом можно исходить из следующих предпосылок: течение газа рассматривается плоским; число $\mathbf{Pr}=1$; влияние начального пограничного слоя на процесс смешения, который происходит при постоянном давлении, не учитывается.

На рис. 5.8.3 показана соответствующая картина обтекания обратного уступа сверхзвуковым потоком.

Существенным моментом расчета потока за уступом является учет массообмена в уравнении сохранения массы в области возвратного течения. Предполагается, что обмен массой между застойной зоной и внешним потоком происходит через «коридор» между разделяющей (рлт) и некоторой разграничивающей (р) линиями тока. В соответствии с этим уравнение сохранения массы в застойной зоне

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi^2}{1-\mathbf{Cr}_д^2\varphi^2}\,d\eta \pm \int_{\eta_{рлт}}^{\eta_р} \frac{\varphi}{1-\mathbf{Cr}_д^2\varphi^2}\,d\eta = \int_{\eta_{рлт}}^{+\infty} \frac{\varphi}{1-\mathbf{Cr}_д^2\varphi^2}\,d\eta, \tag{5.8.1}$$

где $\eta_р$ и $\eta_{рлт}$ — соответственно безразмерные координаты точек на разграничивающей и разделяющей линиях тока; $\varphi=V/V_д$ — безразмерная скорость в рассматриваемой точке области смешения; $V_д$ — скорость потока за уступом (рис. 5.8.3); $\mathbf{Cr}_д=V_д/V_{max}$ — приведенная скорость (число Крокко).

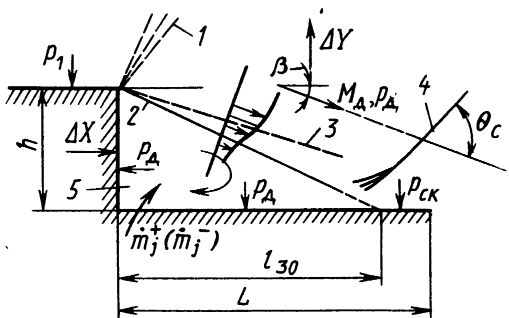


Рис. 5.8.3. Схема обтекания обратного уступа сверхзвуковым потоком:

1 — волны разрежения, *2* — разделяющая линия тока, *3* — разграничивающая линия тока; *4* — скачок уплотнения, *5* — область циркуляционного течения

В уравнении (5.8.1) первое слагаемое левой части пропорционально массе газа, поступающей в единицу времени в область смешения из внешнего потока. Второе — расходу газа через «коридор» между разделяющей и разграничивающей линиями тока. Правая часть этого уравнения пропорциональна расходу газа, идущему выше разделяющей линии тока (рис. 5.8.3).

Для обеспечения постоянства массы газа в застойной зоне необходимо, чтобы расход через «коридор» был равен расходу вдуваемого (отсасываемого) газа, т. е.

$$\int_{\eta_{\text{рлт}}}^{\eta_p} \varphi d\eta/(1-\mathbf{Cr}_{\text{д}}^2\varphi^2) = \sigma\sin\beta\dot{m}_j/[h\rho_{\text{д}}V_{\text{д}}(1-\mathbf{Cr}_{\text{д}}^2)], \qquad (5.8.2)$$

где $\dot{m}_j$ — массовый расход вдуваемого через единицу длины уступа газа; $\rho_{\text{д}}$ — плотность газа за волной разрежения; σ — коэффициент смешения; величины h и β показаны на рис. 5.8.3.

Введя некоторый коэффициент K, учитывающий массообмен, вместо уравнения (5.8.1) будем иметь

$$K\int_{-\infty}^{+\infty}[\varphi^2/(1-\mathbf{Cr}_{\text{д}}^2\varphi^2)]\,d\eta = \int_{\eta_{\text{рлт}}}^{+\infty}[\varphi/(1-\mathbf{Cr}_{\text{д}}^2\varphi^2)]\,d\eta. \qquad (5.8.3)$$

Значению $K>1$ соответствует случай притока массы в застойную зону (вдув), $K<1$ — ее отсос, а $K=1$ — отсутствие массообмена.

Коэффициент K связан с безразмерным расходом $\bar{\dot{m}}_j$, т. е. отношением расхода $\dot{m}_j$ к расходу газа с параметрами $\rho_{\text{д}}$ и $V_{\text{д}}$ через сечение с высотой h, зависимостью, вытекающей из уравнений (5.8.1) — (5.8.3),

$$\bar{\dot{m}}_j = \frac{\dot{m}_j}{h\rho_{\text{д}}V_{\text{д}}} = \frac{1-\mathbf{Cr}_{\text{д}}^2}{\sigma\sin\beta}(K-1)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varphi^2 d\eta}{1-\mathbf{Cr}_{\text{д}}^2\varphi^2}. \qquad (5.8.4)$$

Для определения аэродинамических сил, вызываемых обтеканием обратного уступа, необходим расчет давлений $p_{\text{д}}$ в застойной зоне и за скачком уплотнения $p_{\text{ск}}$ (рис. 5.8.3). Исходными данными для этого расчета являются параметры газа перед кромкой уступа ($\mathbf{M}_1$, p_1, ρ_1, k), его высота h, расход $\dot{m}_j$, а также коэффициент смешения σ. Оказывается удобным вместо расхода $\dot{m}_j$ использовать коэффициент K.

Расчет проводится методом последовательных приближений в следующем порядке. Задаваясь некоторым значением $\mathbf{M}_{\text{д}}>\mathbf{M}_1$ и зная K и k, определяем число $\mathbf{M}_{\text{рлт}}$ на разделяющей линии тока [см. формулы (5.8.3), (6.2.24)...(6.2.27)].

Из условия, что в точке присоединения давление торможения на разделяющей линии тока равно статическому давлению за скачком уплотнения, можно получить зависимость

$$\left(1+\frac{k-1}{2}\mathbf{M}_{\text{рлт}}^2\right)^{k/(k-1)} = \frac{2k}{k+1}\mathbf{M}_{\text{д}}^2\sin^2\theta_{\text{c}} - \frac{k-1}{k+1}, \qquad (5.8.5)$$

по которой находится угол наклона скачка уплотнения θ_{c}. С помощью формул теории скачков уплотнения по значениям $\mathbf{M}_{\text{д}}$ и θ_{c}

подсчитывается угол поворота потока β. Далее по зависимости для течения в плоской волне разрежения определяется функция

$$\omega(\mathbf{M}_д) = \sqrt{(k+1)/(k-1)}\,\mathrm{arctg}\sqrt{(k-1)/(k+1)\,(\mathbf{M}_д^2-1)} - \\ - \mathrm{arctg}\sqrt{\mathbf{M}_д^2-1}\,, \qquad (5.8.6)$$

по которой, используя формулу

$$\omega(\mathbf{M}_1) = \omega(\mathbf{M}_д) - \beta, \qquad (5.8.7)$$

находят число $\mathbf{M}_1$ перед волной разрежения.

Правильность выбора $\mathbf{M}_д$ определяется совпадением полученной величины $\mathbf{M}_1$ с исходным значением, соответствующим условиям обтекания.

Далее подсчитываются отношения давлений

$$p_д/p_1 = \pi(\mathbf{M}_д)/\pi(\mathbf{M}_1), \qquad (5.8.8)$$

а также

$$p_{ск}/p_1 = [1/\pi(\mathbf{M}_{рлт})]\;(p_д/p_1). \qquad (5.8.9)$$

Для параметрических исследований удобнее другая процедура расчета, позволяющая избежать сближений. Исходными данными являются $\mathbf{M}_д$, $\rho_д$, $V_д$, k, K. Зная эти величины, определяем число $\mathbf{M}_{рлт}$. По формуле (5.8.5) находим θ_c, далее, используя теорию скачков уплотнения, по значениям $\mathbf{M}_д$ и θ_c подсчитываем угол поворота потока β, а по зависимостям (5.8.6) и (5.8.7) — функции $\omega(\mathbf{M}_д)$ и $\omega(\mathbf{M}_1)$. Значение $\omega(\mathbf{M}_1)$ позволяет рассчитать $\mathbf{M}_1$, а следовательно, и отношения давлений $p_д/p_1$ и $p_{ск}/p_1$ [см. (5.8.8) и (5.8.9)].

По этой методике были проведены расчеты обтекания обратного уступа воздухом ($k=1{,}4$) и построены графики зависимости чисел $\mathbf{M}_д$ и $\mathbf{M}_{рлт}$, углов θ_c, β, отношений давлений $p_д/p_1$ и $p_{ск}/p_1$ от параметра K и числа $\mathbf{M}_1$ (рис. 5.8.4...5.8.8).

Эти данные позволяют получить всю необходимую информацию о параметрах потока, обтекающего обратный уступ. В частности, могут быть подсчитаны значения коэффициентов осевой Δc_x и поперечной сил Δc_y, вызванных перераспределением давления по обтекаемой поверхности:

$$\Delta c_x = (p_д - p_1)/q_1 = \bar{p}_д, \qquad (5.8.10)$$

$$\Delta c_y = \bar{p}_д \mathrm{ctg}\,\beta + \bar{p}_{ск}(L/h - \mathrm{ctg}\,\beta). \qquad (5.8.11)$$

Согласно (5.8.11), на участке $l_{30} = h\,\mathrm{ctg}\,\beta$ поверхности за уступом с общей длиной L действует давление $p_д$, а на остальной его части — давление $p_{ск}$.

Результаты расчетов по формулам (5.8.10) и (5.8.11) иллюстрируются графиками на рис. 5.8.9 и 5.8.10, причем значения коэффициента Δc_y найдены для отношения $h/L=0{,}1$. Анализ этих графи-

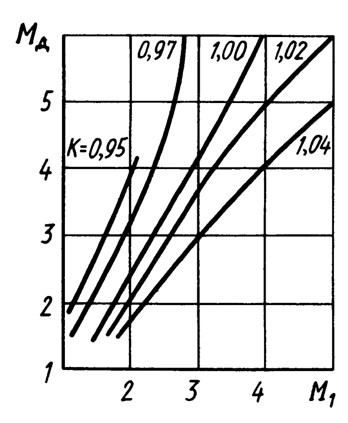


Рис. 5.8.4. Зависимость между числами $M_д$ и M_1 при различных значениях K

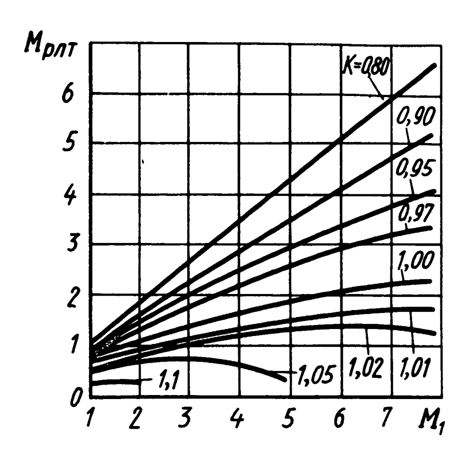


Рис. 5.8.5. Изменение числа $M_{рлт}$ в зависимости от M_1 при различных значениях коэффициента K

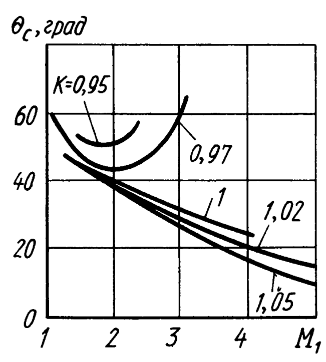


Рис. 5.8.6. Кривые, характеризующие зависимость углов θ_c от числа M_1 при изменении коэффициента K

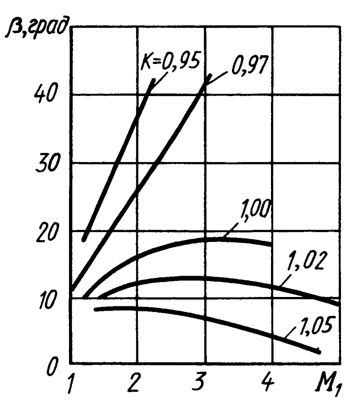


Рис. 5.8.7. Изменение углов β в зависимости от числа M_1 при различных значениях K

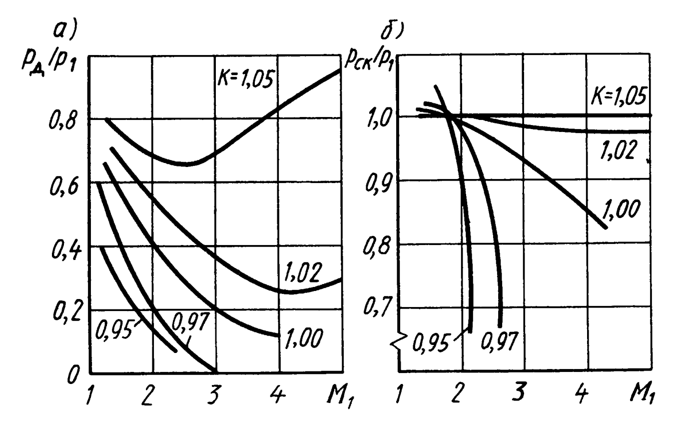


Рис. 5.8.8. Изменение отношения давлений $p_д/p_1$ (*а*) и $p_{ск}/p_1$ (*б*) в зависимости от числа M_1 и коэффициента K

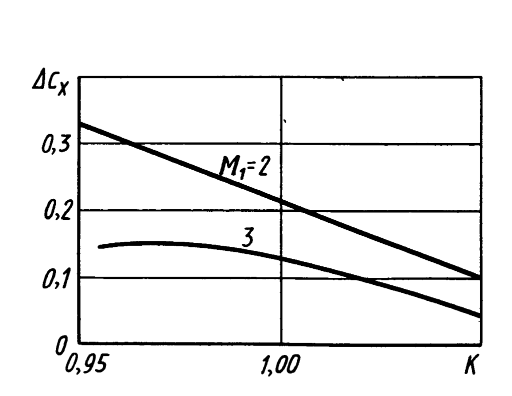


Рис. 5.8.9. Изменение коэффициента Δc_x в зависимости от коэффициента K при различных числах $\mathbf{M}_1$

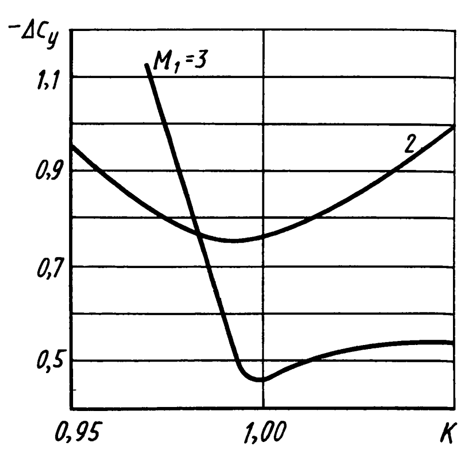


Рис. 5.8.10. Зависимость коэффициента Δc_y от коэффициента K при различных числах $\mathbf{M}_1$

ков показывает, что наличие обратного уступа изменяет как осевую, так и нормальную силы (Δc_x и $\Delta c_y < 0$). Массообмен с газом в застойной зоне существенно влияет на значения коэффициентов Δc_x и Δc_y. Абсолютное значение Δc_x при вдуве газа в застойную зону уменьшается, а при отсосе — увеличивается, причем во всем исследуемом диапазоне значений параметра K с ростом скорости набегающего потока ($\mathbf{M}_1$) эти изменения значительно меньше. Иная картина наблюдается для коэффициента Δc_y. При вдуве и отсосе его абсолютное значение возрастает, а число $\mathbf{M}_1$ влияет на характер изменения зависимости $\Delta c_y(K)$ (рис. 5.8.10).

§ 5.9. УПРАВЛЕНИЕ ДОННЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

Основным параметром, определяющим донное сопротивление, является давление в области ближнего следа непосредственно на поверхности донного среза летательного аппарата. Его значение не одинаково в разных точках донного среза. Однако, как показывают опыты, это различие невелико, и обычно донное сопротивление $X_д$ вычисляют в виде произведения площади дна $S_д$ на среднее значение донного давления $p_д - p_\infty$:

$$X_д = S_д(p_д - p_\infty).$$

Управление донным сопротивлением летательного аппарата заданной формы возможно путем регулирования среднего значения донного давления, осуществляемого при вдуве газа в застойную зону за донным срезом. Вдув газа производится через проницаемые (пористые) материалы, из которых изготовлена донная часть аппарата, или через систему отверстий в дне.

Ближний участок следа тела, движущегося со сверхзвуковой

скоростью, течение в котором определяет донное давление, начинается в точках отрыва пограничного слоя с кромок донного среза. Участки оторвавшегося потока превращаются в струйные пограничные слои, которые на небольшом удалении от тела смыкаются, образуя вязкий след.

Ввиду относительно небольшого расхода воздуха через вязкий слой донное давление может существенно изменяться путем вдува сравнительно небольшого количества газа в застойную зону. Эксперименты с соплами различных форм и размеров показали, что вдув газа при заданных его параметрах наиболее эффективен, когда он осуществляется равномерно по всей донной поверхности, например через пористую стенку дна или через сопло, диаметр выходного сечения которого соизмерим с диаметром донного среза.

Установлено, что относительное давление $p_д/p_\infty$ зависит главным образом от параметра интенсивности вдува $I_j = \dot{m}_j/(\rho_\infty V_\infty S_д)$ (где $\dot{m}_j$ — секундный массовый расход вдуваемого газа), рода газа и его температуры (рис. 5.9.1, 5.9.2). С ростом интенсивности вдува (рис. 5.9.1) донное давление сначала увеличивается, а затем снижается, т. е. имеется максимум относительного донного давления $(p_д/p_\infty)_m$, достигаемый при некотором

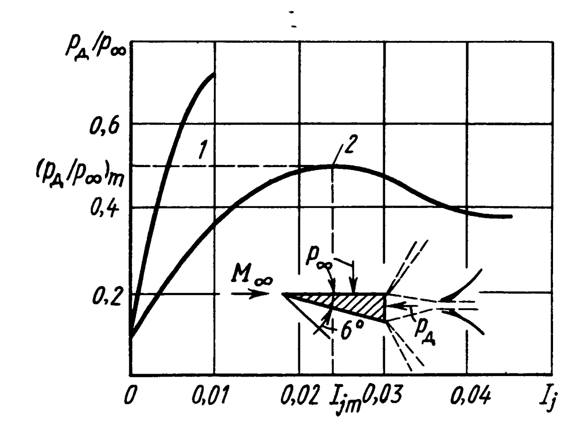


Рис. 5.9.1. Зависимость относительного донного давления от параметра $I_j = \dot{m}_j/(\rho_\infty V_\infty S_д)$ ($\mathbf{M}_\infty = 4{,}0$) при вдуве:
1 — гелия; 2 — азота

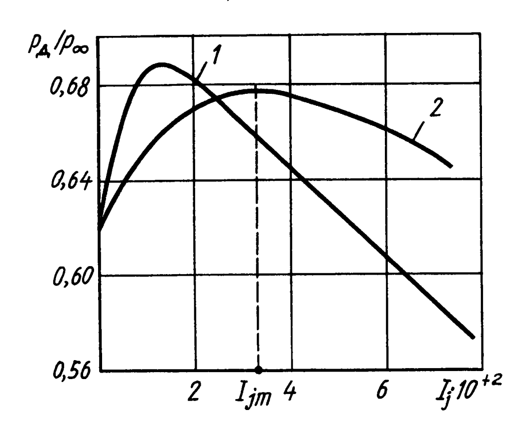


Рис. 5.9.2. Изменение относительного донного давления $p_д/p_\infty$ в зависимости от параметров вдува I_j:
1 — высокотемпературный газ; 2 — низкотемпературный газ

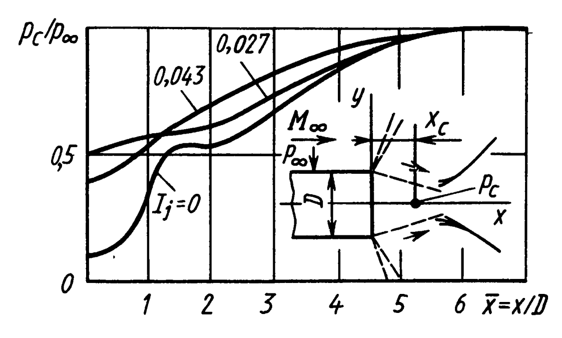


Рис. 5.9.3. Распределение относительного давления вдоль оси следа в зависимости от параметра интенсивности вдува I_j

оптимальном значении I_{ym}. Характер изменения величины $p_д/p_\infty$ от вдува зависит от молекулярной массы инжектируемого газа; так, например, при одних и тех же относительных массовых расходах гелия (молекулярная масса $\mu_{He} = 4$) и азота ($\mu_{N_2} = 28$) донное давление выше для газа с меньшей молекулярной массой [34, 1969, № 5]. Это объясняется тем, что единица массы более легкого вдуваемого газа занимает больший объем. Поэтому дополнительно увеличивается пространство, занимаемое донным следом, уменьшается угол поворота внешнего потока и тем самым увеличивается $p_д$. Такой же эффект наблюдается при нагреве вдуваемого газа (рис. 5.9.2).

Рост температуры газа при неизменном расходе приводит к существенному увеличению донного давления и снижению оптимальных значений параметра вдува.

Эксперименты со вдувом аргона в условиях полета с числом $M_\infty = 2$ позволили получить следующую зависимость для относительного значения донного давления:

$$p_д/p_\infty = (p_д/p_\infty)_{I_j=0} + [12{,}25 + 0{,}005(T_j - 290)]\, I_j, \qquad (5.9.1)$$

где T_j — температура вдуваемого газа.

Характерное распределение давления и числа M_c вдоль оси следа при различных значениях параметра I_j приведено соответственно на рис. 5.9.3 и 5.9.4. Значительный градиент давления на начальном участке следа, возникающий при отсутствии вдува, с ростом расхода вдуваемого газа быстро уменьшается и при некотором его значении, соответствующем наибольшему донному давлению,

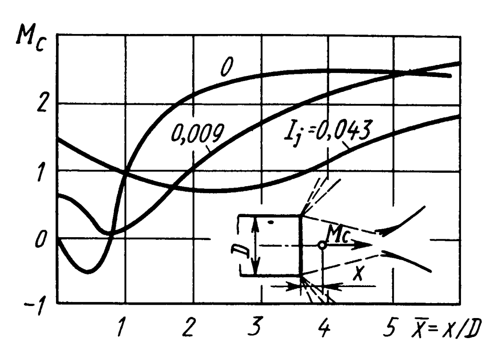


Рис. 5.9.4. Распределение числа **M** вдоль оси следа в зависимости от параметра интенсивности вдува I_j

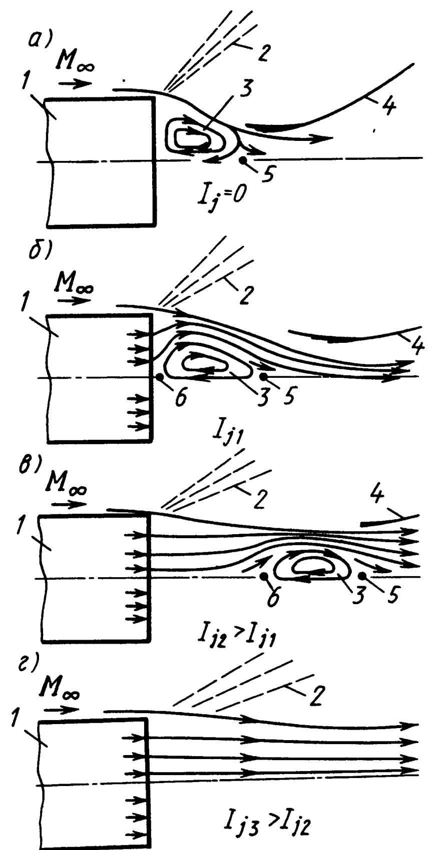


Рис. 5.9.5. Трансформация структуры течения за донным срезом при увеличении интенсивности вдува I_j

величина максимального градиента снижается во много раз. При этом наблюдается постепенное уменьшение скоростей возвратного течения. В условиях оптимального вдува скорость у дна характеризуется числом **M**, близким к единице, тогда как на оси следа за дном оно почти равно нулю. Дальнейшее увеличение расхода приводит к возникновению сверхзвукового течения газа и образованию вблизи донного среза системы слабых «бочкообразных» скачков, а также прямого скачка уплотнения, что характерно для перерасширенной сверхзвуковой струи.

На рис. 5.9.5, *а* показано изменение характера течения за донным срезом цилиндрического тела *1* с ростом расхода вдуваемого газа. Если $I_j = 0$ (вдув отсутствует), то внешний сверхзвуковой поток расширяется с образованием веера волн разрежения *2,* зоны циркуляционного течения *3,* расположенной непосредственно у дна, критической точки *5* донного следа и хвостового скачка уплотнения *4,* обусловленного «смыканием» внешнего потока.

При вдуве происходит постепенное оттеснение циркуляционного течения *3* от поверхности дна вниз по потоку. Установлено, что максимальное значение донного давления достигается в тот момент [38, 1969, № 3], когда увеличение I_j приводит к отрыву циркуляционного течения *3* от донного среза (рис. 5.9.5, *б*).

Последующее увеличение расхода массы вдуваемого газа смещает критические точки *5* и *6* вниз по потоку, причем размеры зоны циркуляционного течения сначала уменьшаются (рис. 5.9.5, *в*), а затем она исчезает (рис. 5.9.5, *г*) и донное давление определяется параметрами инжектируемого газа.

Эффект вдува газа через донный срез зависит от числа **M** набегающего потока. На рис. 5.9.6 представлена экспериментальная зависимость $p_д/p_\infty$ от I_j при разных M_∞, полученная для случая вдува холодного воздуха. Можно отметить тенденцию к уменьшению значений I_{jm} при увеличении числа M_∞.

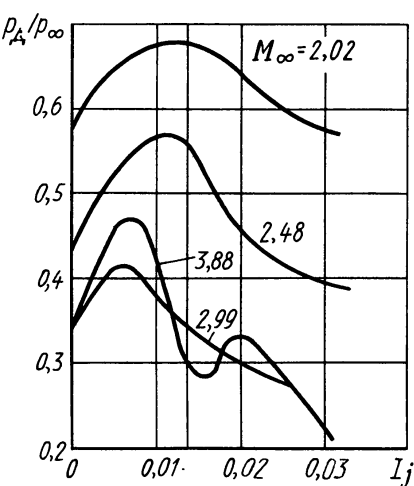


Рис. 5.9.6. Зависимость относительного давления $p_д/p_\infty$ от параметра интенсивности вдува I_j при различных числах M_∞

Донное давление можно увеличить за счет применения аблирующих теплозащитных покрытий на участках корпуса летательного аппарата перед донным срезом. Введение в пограничный слой продуктов абляции ведет к его утолщению. Это особенно характерно для ламинарных участков пограничного слоя. Утолщенный ламинарный подслой, отрываясь от обтекаемой поверхности, может образовать область «псевдоламинарного» течения в застойной зоне следа; горловина его

расширяется и смещается вниз по потоку, способствуя тем самым уменьшению угла расширения следа и повышению донного давления.

Расчет донного давления с учетом вдува газа — сложная задача. Трудности ее решения возрастают при наличии в донном следе одиночной и особенно блочных струй, а также сложной конфигурации донной части летательного аппарата (рис. 5.9.7). Поток, обтекающий поверхность летательного аппарата, может отрываться как с острой кромки донного среза *A* (рис. 5.9.7, *а, б*), проходя через волну разрежения *3*, так и с цилиндрической части корпуса *1* (рис. 5.9.7, *в*) с образованием соответствующего скачка уплотнения *4*. Точки присоединения оторвавшегося потока *B* могут располагаться и на поверхности струи *2* (рис. 5.9.7, *а, в*), и на твердой поверхности (рис. 5.9.7, *б*). Таким образом, напрашивается вывод

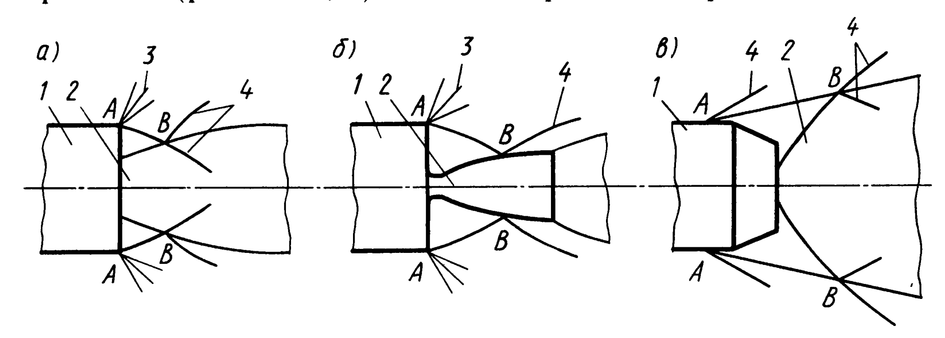


Рис. 5.9.7. Течение в донной части летательного аппарата:

отрыв потока с острой кромки донного среза с последующим присоединением на поверхности струи (*а*) и на поверхности сопла (*б*); отрыв потока с цилиндрической поверхности корпуса с присоединением на поверхности струи (*в*)

о многообразии схем течения, которые требуют соответствующих методик расчета донного давления. Для того чтобы максимально унифицировать такие методики, предлагается выделить из них общий элемент. Расчеты по этой части методик можно провести заранее для различных начальных условий, а результаты представить в виде таблиц или графиков. Тогда, определяя по специфическим условиям того или иного варианта течения соответствующие начальные данные, с помощью этих таблиц или графиков можно найти все параметры потока.

Так как непосредственное решение трехмерных пространственных задач аэродинамики связано с преодолением больших математических трудностей, основой методики является решение плоского течения. Тогда, разбивая пространственное течение достаточно большим количеством меридиональных сечений на ряд «полос» и применяя гипотезу об отсутствии взаимного влияния течений в соседних полосах или данные экспериментальных исследований по таким течениям, заменяющим эту гипотезу, можно получить приближенное решение пространственной задачи.

Рассмотрим схему плоского отрывного течения у донной части

летательного аппарата (рис. 5.9.8). Предположим, что два различных сверхзвуковых потока отрываются от обтекаемой поверхности в точках A_1 и A_2, а присоединяются в точке B. В пределах застойной зоны A_1A_2B существуют вихревые течения *1* с противоположными направлениями. В точке C на обтекаемой поверхности вихревые потоки направлены в разные стороны (критическая точка растекания). В окрестностях границ A_1B и A_2B образуются зоны смешения газа внешних потоков со смесью, циркулирующей внутри застойной зоны. Процесс смешения сопровождается энергообменом. Участок обтекаемой поверхности A_1A_2 предполагается проницаемым, и через него также происходит массо- и энергообмен с заданной интенсивностью. Параметры внешних потоков в окрестностях точек A_1 и A_2 должны быть известны независимо от того, проходит газ через волну разрежения или скачок уплотнения. Необходимо также знать соотношения длин областей смешения (от точки отрыва потока до точки его присоединения), т. е. A_1B/A_2B.

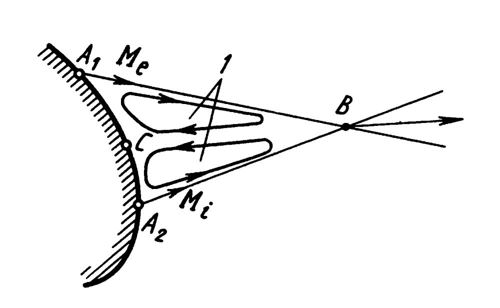


Рис. 5.9.8. Схема течения у донной поверхности

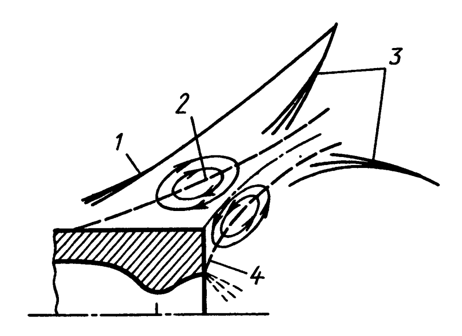


Рис. 5.9.9. Характер взаимодействия потока, обтекающего донную часть летательного аппарата, с недорасширенной центральной струей

Анализ показывает, что в качестве начальных данных целесообразно рассматривать значения чисел $\mathbf{M}_e$ и $\mathbf{M}_i$ встречающихся потоков, отношения теплоемкостей k_e и k_i, газовые постоянные R_e и R_i, отношение температур торможения T_{0e}/T_{0i} и геометрический параметр $X=(x_i/x_e)\sigma_e/\sigma_i$, где x_e, x_i — соответствующие длины смешения потоков (см. рис. 5.9.10), а σ_e и σ_i — параметры, характеризующие смешение в этих же потоках. Кроме того, необходимо знать вводимые за единицу времени в застойную зону массу газа $\dot{m}_д$ и энергию $q_д$. В результате расчета находят средние давление $p_д$ и температуру торможения $T_{0д}$ в застойной зоне.

Рассмотрим методику определения $p_д$ и $T_{0д}$ применительно к случаю обтекания донной части летательного аппарата с одиночной центральной струей (рис. 5.9.9). Здесь показана граница струи *4* с большой степенью недорасширения. В месте отрыва пограничного слоя с наружной поверхности сопла или корпуса летательного аппарата возникает λ-образный скачок уплотнения *1*. Между

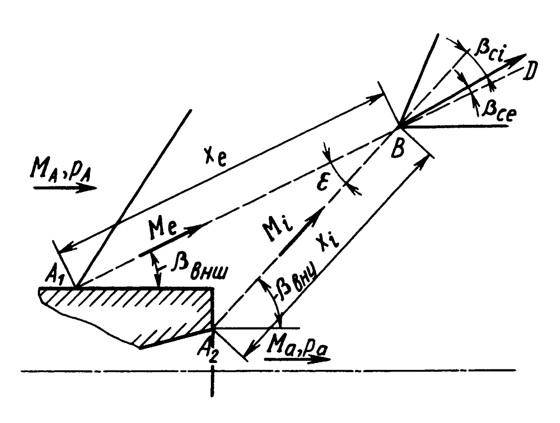


Рис. 5.9.10. Схема обтекания донной части летательного аппарата с недорасширенной центральной струей

струей продуктов сгорания топлива и оторвавшимся от обтекаемой поверхности потоком воздуха образуется застойная зона *2* с возвратными течениями, на границах которой происходит смешение газа, циркулирующего в застойной зоне как с воздухом, так и с газом струи. В месте слияния потока воздуха и струи образуются два косых скачка уплотнения *3*. Опыты показывают, что давление во всей застойной зоне можно считать примерно одинаковым и определять по зависимостям теории скачков уплотнения — по числу **M** воздушного потока в точке отрыва и углу наклона большей ветви λ-образного скачка уплотнения, т. е. считать его косым скачком. На рис. 5.9.10 представлена схема описываемого течения, на которой λ-образный скачок заменен косым скачком уплотнения, начинающимся в точке отрыва A_1, а границы застойной зоны считаются прямолинейными. В области присоединения потоков в окрестности точки B внешний поток отклоняется на угол β_{ce}, а внутренний — на угол β_{ci}, в результате чего эти потоки приобретают одинаковые направление BD и давление. Под воздействием сжатия в скачках уплотнения часть газа, находящегося в зоне смешения, возвращается в застойную зону.

В начале расчета задаемся положением точки отрыва на образующей поверхности летательного аппарата (точка A_1 на рис. 5.9.10). Зная параметры $\mathbf{M}_A$, p_A воздушного потока в этой точке, которые можно вычислить, например, методом характеристик при условии безотрывного обтекания этой поверхности, и характер течения в пограничном слое, по зависимостям для отрывных течений (4.2.19) или (4.2.20) находим коэффициент давления $\bar{p}$ за косым скачком уплотнения, возникающим в точке отрыва, и значение давления в застойной зоне, равное давлению за этим скачком:

$$p_д = p_A(1 + k_e \mathbf{M}_A^2 \bar{p}/2). \qquad (5.9.2)$$

По формулам или таблицам для скачков уплотнения по значениям $\mathbf{M}_A$, $p_д/p_A$ и температуре обтекающего потока перед точкой отрыва T_A определяем углы скачка θ_c и поворота потока $\beta_{внш}$, число $\mathbf{M}_e$ и температуру воздуха T_e за скачком. Предполагая, что давление $p_д$ одинаково в пределах всей застойной зоны, построим внешнюю свободную границу A_1B застойной зоны. Для повышения точности это построение можно провести, считая поток осесимметричным (например, тем же методом характеристик).

По известным значениям параметров продуктов сгорания топлива в выходном сечении сопла $k_a = k_i$, $p_a = p_i$, $\mathbf{M}_a = \mathbf{M}_i$ и углу β_a наклона образующей внутренней поверхности сопла к его оси строим свободную границу струй с давлением $p_д$ на ней, которая является внутренней границей застойной зоны A_2B. При этом предполагается осесимметричное течение идеального газа и применяется один из соответствующих методов (характеристик, установления и др.). В результате таких расчетов находим число $\mathbf{M}_i$ и температуру T_i на границе струи.

По формулам или таблицам для скачков уплотнения по параметрам воздушного потока k_e, $\mathbf{M}_e$, $p_д$ и струи k_i, $\mathbf{M}_i$, $p_д$ в точке их пересечения под углом ε (рис. 5.9.10), который находят из построения границ застойной зоны, методом итерации определяем давление за хвостовыми скачками уплотнения p', образующимися в точке B. Далее задаемся величиной отношения температуры торможения в застойной зоне к температуре торможения набегающего потока $T_{0д}/T_{0e}$ и, полагая, что в ней циркулирует смесь воздуха и продуктов сгорания топлива, находим отношение теплоемкостей $k_д$ и газовую постоянную $R_д$ этой смеси [49, TR, NR 125, 1962]:

$$k_д = k_e + [(k_i - k_e)/(T_{0i}/T_{0e} - 1)]\,(T_{0д}/T_{0e} - 1), \qquad (5.9.3)$$

$$R_д = R_e + [(R_i - R_e)/(T_{0i}/T_{0e} - 1)]\,(T_{0д}/T_{0e} - 1), \qquad (5.9.4)$$

где температура торможения в потоке и струе

$$T_{0e} = T_e/\tau(\mathbf{M}_e) \quad \text{и} \quad T_{0i} = T_i/\tau(\mathbf{M}_i). \qquad (5.9.5)$$

Задаемся рядом значений параметра $\eta = \sigma y/x$ для разделяющей линии тока в области смешения потока воздуха и смеси газов в застойной зоне (здесь x, y — координаты точки на этой линии тока в области смешения). Каждое из этих значений $\eta = \eta_{se}$ определяет положение разделяющей линии тока, т. е. внешнюю границу застойной зоны, отделяющую струйки газа, прошедшие через скачок уплотнения, от струек в застойной зоне. Это дает возможность для каждого значения η_{se} подсчитать безразмерную скорость φ_{se} на разделяющей линии тока:

$$\varphi_{se} = V_{se}/V_e = (1 + \operatorname{erf}\eta_{se})/2, \qquad (5.9.6)$$

где V_{se} — скорость воздуха на рассматриваемой линии тока; V_e — скорость воздуха во внешнем потоке:

$$\operatorname{erf}\eta = (2/\sqrt{\pi})\int_0^{\eta} e^{-\eta^2} d\eta, \qquad (5.9.7)$$

а также

$$k_{se} = k_д + (k_e - k_д)\varphi_{se}; \quad R_{se} = R_д + (R_e - R_д)\varphi_{se}. \qquad (5.9.8)$$

На рассматриваемой линии

$$\mathbf{M}_{se} = \varphi_{se}\mathbf{M}_e[(k_{se}/k_e)(R_{se}/R_e)T_{se}/T_e]^{-1/2}, \qquad (5.9.9)$$

где T_{se} — температура на этой же линии тока, определяемая из выражения

$$\frac{T_{se}}{T_e}=\frac{1-c_{pe}\varphi_{se}^2\mathrm{Cr}_e^2/c_{p\,se}}{1-\mathrm{Cr}_e^2}+\frac{(T_{0д}/T_{0e}-1)(1-\varphi_{se})}{1-\mathrm{Cr}_e^2}; \quad (5.9.10)$$

$$\mathrm{Cr}_e^2=[(k_e-1)\mathbf{M}_e^2]/[2+(k_e-1)\mathbf{M}_e^2]; \quad (5.9.11)$$

$$c_{pe}/c_{p\,se}=c_{pe}/c_{pд}+(1-c_{pe}/c_{pд})\varphi_{se}; \quad (5.9.12)$$

удельная теплоемкость внешнего потока

$$c_{pe}=k_eR_e/(k_e-1); \quad (5.9.13)$$

удельная теплоемкость потока в застойной зоне

$$c_{pд}=k_дR_д/(k_д-1). \quad (5.9.14)$$

Искомое выражение

$$\frac{p_{0\,se}}{p_д}=[1+(k_{se}-1)\mathbf{M}_{se}^2/2]^{k_{se}/(k_{se}-1)}. \quad (5.9.15)$$

Таким образом, в результате расчета для каждого из заданных значений η_{se} находим соответствующее значение $p_{0se}/p_д$.

Задаемся рядом значений параметра η для разделяющей линии тока другой зоны смешения газа струи со смесью газов в застойной зоне $\eta=\eta_{si}$. Проведя расчеты в том же порядке, как это делали для зоны смешения с воздухом, и заменяя в (5.9.6)...(5.9.15) индекс se (для потока воздуха) на индекс si (для струи), получаем значения отношений давления торможения к статическому давлению для каждой из рассматриваемых линий тока. Для дальнейших расчетов оставляем лишь ту пару значений η_{se}, η_{si} и соответствующих им параметров, для которых справедливо равенство

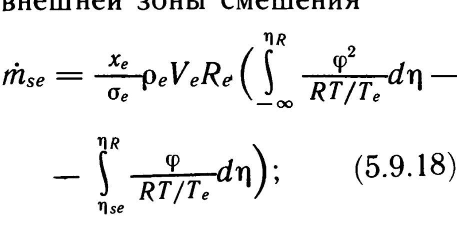
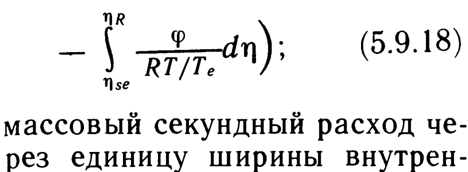
$$p_{0se}/p_д=p_{0si}/p_д. \quad (5.9.16)$$

Воспользуемся законом сохранения массы смеси газов в застойной зоне, в соответствии с которым для установившегося процесса сумма массовых секундных расходов вводимого газа и получающихся за счет массообмена в областях смешения на границах застойной зоны должна быть равна нулю.

Определим «условный» массовый расход для застойной зоны:

$$\Delta\bar{\dot{m}}=\frac{\dot{m}_д\sigma_e\sqrt{T_{0i}}}{x_ep_д\sqrt{k_eR_e}}+\left(\frac{\dot{m}_{se}\sigma_e}{x_e\rho_eV_eR_e}\right)\frac{\mathbf{M}_e}{\sqrt{(T_{0e}/T_{0i})T_e/T_{0e}}}+$$
$$+\left(\frac{\dot{m}_{si}\sigma_i}{\dot{x}_i\rho_iV_iR_i}\right)\frac{(x_i/\sigma_i)\mathbf{M}_i\sqrt{(k_i/k_e)R_i/R_e}}{(x_e/\sigma_e)\sqrt{T_i/T_{0i}}}, \quad (5.9.17)$$

где массовый секундный расход через единицу ширины внешней зоны смешения

$$\dot{m}_{se}=\frac{x_e}{\sigma_e}\rho_e V_e R_e\left(\int\limits_{-\infty}^{\eta_R}\frac{\varphi^2}{RT/T_e}d\eta-\int\limits_{\eta_{se}}^{\eta_R}\frac{\varphi}{RT/T_e}d\eta\right); \qquad (5.9.18)$$

массовый секундный расход через единицу ширины внутренней зоны смешения

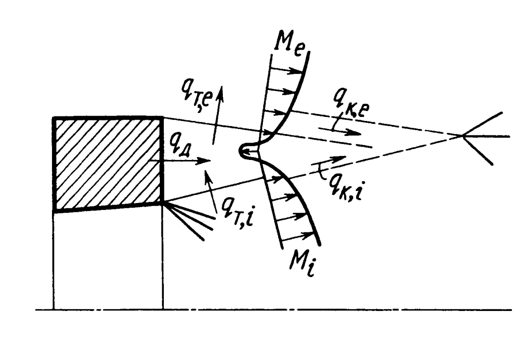


Рис. 5.9.11. К выводу уравнения сохранения энергии в застойной зоне

$$\dot{m}_{si}=\frac{x_i}{\sigma_i}\rho_i V_i R_i\left(\int\limits_{-\infty}^{\eta_R}\frac{\varphi^2}{RT/T_i}d\eta-\int\limits_{\eta_{si}}^{\eta_R}\frac{\varphi}{RT/T_i}d\eta\right), \qquad (5.9.19)$$

$\dot{m}_д$ — массовый секундный расход газа через единицу ширины в рассматриваемый сектор донной области, подаваемого искусственным путем при вдуве (или отсосе). Здесь $\eta_R \geqslant 3$, T/T_e и φ — текущие значения, определяемые по формулам, аналогичным (5.9.10) и (5.9.6).

В соответствии с законом сохранения массы принимаем $\Delta\dot{m}=0$ и определяем условный поток энергии из застойной зоны (рис. 5.9.11):

$$\Delta E=[\sigma_e/(x_e\rho_e V_e R_e T_{0e})]\,(q_д+q_{ke}+q_{ki}+q_{Te}+q_{Ti}),$$

или

$$\Delta E=\frac{q_д\sigma_e}{x_e\rho_e V_e R_e T_{0e}}+\left(1-\frac{T_{0д}}{T_{0e}}\right)\left(\int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_R}\frac{k\varphi}{(k-1)T/T_e}d\eta-\int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_R}\frac{k\varphi^2}{(k-1)T/T_e}d\eta+\right.$$

$$\left.+\int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_{se}}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi^2}{T/T_{ei}}d\eta\right)+\frac{T_{0д}}{T_{0e}}\int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_{se}}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi}{T/T_e}d\eta+$$

$$+\frac{x_i/\sigma_i}{x_e/\sigma_e}\,\frac{1-\mathrm{Cr}_e^2}{1-\mathrm{Cr}_i^2}\,\frac{\mathrm{Cr}_i}{\mathrm{Cr}_e}\sqrt{\frac{k_e-1}{k_i-1}\,\frac{k_i}{k_e}\,\frac{R_i}{R_e}\,\frac{T_{0i}}{T_{0e}}}\times$$

$$\times\left[\left(1-\frac{T_{0д}}{T_{0i}}\right)\left(\int\limits_{\eta_{ji}}^{\eta_R}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi}{T/T_i}d\eta-\int\limits_{\eta_{ji}}^{\eta_R}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi^2}{T/T_i}d\eta+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\int\limits_{\eta_{ji}}^{\eta_{si}}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi^2}{T/T_i}d\eta\right)+\frac{T_{0д}}{T_{0i}}\int\limits_{\eta_{ji}}^{\eta_{si}}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi}{T/T_i}d\eta\right]. \qquad (5.9.20)$$

где конвективные тепловые потоки, идущие через внешнюю $q_{\text{к}e}$ и внутреннюю $q_{\text{к}i}$ зоны смешения,

$$q_{\text{к}i} = \int\limits_{y_{ji}}^{y_{se}} \rho V c_p T_0 dy = \frac{x_e}{\sigma_e}\rho_e R_e V_e T_{0e}\left[\frac{T_{0\text{д}}}{T_{0e}}\int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_{se}}\frac{k}{(k-1)}\frac{\varphi}{T/T_e}d\eta + \right.$$

$$\left. + \left(1-\frac{T_{0\text{д}}}{T_{0e}}\right)\int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_{se}}\frac{k}{(k-1)}\frac{\varphi^2}{T/T_e}d\eta\right], \qquad (5.9.21)$$

$$q_{\text{к}i} = \int\limits_{y_{ji}}^{y_{si}} \rho V c_p T_0 dy = \frac{x_i}{\sigma_i}\rho_i V_i R_i T_{0i}\left[\frac{T_{0\text{д}}}{T_{0i}}\int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_{si}}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi}{T/T_i}d\eta + \right.$$

$$\left. + \left(1-\frac{T_{0\text{д}}}{T_{0i}}\right)\int\limits_{\eta_{ji}}^{\eta_{si}}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi^2}{T/T_i}d\eta\right]; \qquad (5.9.22)$$

тепловые потоки, за счет теплопроводности идущие через внешнюю $q_{l\text{т}\infty}$ и внутреннюю q_{it} зоны смешения,

$$q_{\text{Т}e} = \int\limits_{y_{je}}^{\infty} \rho V c_p (T_{0e} - T_0) dy = \frac{x_e}{\sigma_e}\rho_e V_e R_e T_{0e}\left(1-\frac{T_{0\text{д}}}{T_{0e}}\right)\times$$

$$\times\left(\int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_R}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi}{T/T_e}d\eta - \int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_R}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi^2}{T/T_e}d\eta\right), \qquad (5.9.23)$$

$$q_{\text{Т}i} = \int\limits_{y_{ji}}^{\infty} \rho V c_p (T_{0i} - T_0) dy = \frac{x_i}{\sigma_i}\rho_i V_i R_i T_{0i}\left(1-\frac{T_{0\text{д}}}{T_{0i}}\right)\times$$

$$\times\left(\int\limits_{\eta_{ji}}^{\eta_R}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi}{T/T_i}d\eta - \int\limits_{\eta_{ji}}^{\eta_R}\frac{k}{k-1}\frac{\varphi^2}{T/T_i}d\eta\right); \qquad (5.9.24)$$

$q_{\text{д}}$ — тепловой поток газа, вдуваемого (отсасываемого) в донную часть.

При вычислении конвективных параметров положение внешней η_{je} и внутренней η_{jt} разграничивающих линии тока определяют из уравнений

$$\int\limits_{\eta_{je}}^{\eta_R}\frac{\varphi}{RT/T_e}d\eta = \int\limits_{-\infty}^{\eta_R}\frac{\varphi^2}{RT/T_e}d\eta, \qquad (5.9.25)$$

$$\int\limits_{\eta_{ji}}^{\eta_R}\frac{\varphi}{RT/T_i}d\eta = \int\limits_{-\infty}^{\eta_R}\frac{\varphi^2}{RT/T_i}d\eta. \qquad (5.9.26)$$

Эти решения повторяем для других значений $T_{0\text{д}}/T_{0e}$ до тех пор, пока не окажется, что $\Delta\dot{m}$ и ΔE одновременно равны нулю. Для ускорения расчетов можно построить графики. Подсчитываем давление p' и проверяем равенство $p' = p_{ose} = p_{osi}$. Если этого добиться

не удается, то задаемся новым положением точки A_1 отрыва потока (см. рис. 5.9.10) и повторяем весь расчет. Полученные значения $p_д$ и следует использовать для определения сил, действующих на поверхность летательного аппарата. Изложенная методика расчета пригодна для определения донного давления в том случае, когда точка отрыва находится на донном срезе, т. е. когда в этой точке образуется не скачок уплотнения, а волна разрежения. В этом случае следует задаваться значением донного давления $p_д$, а вместо зависимостей для скачков уплотнения использовать зависимости Прандтля — Майера для течения в волне разрежения.

ГЛАВА 6 СТРУЙНЫЕ ОРГАНЫ УПРАВЛЕНИЯ

Физические процессы, лежащие в основе работ струйных органов управления, отличаются определенной общностью. При вдуве газа имеют место аэродинамическая интерференция между инжекционным и основным потоками, возникновение отрывных течений, а также изменение их параметров, что приводит к существенному перераспределению давления на обтекаемой поверхности летательного аппарата. Поэтому струйные органы управления являются средством управления отрывными течениями.

Рассмотрим влияние инжекции встречных (симметричных, несимметричных, боковых, центральных, одиночных и блочных), поперечных, тангенциальных, а также спутных струй на аэродинамические характеристики обтекаемых тел.

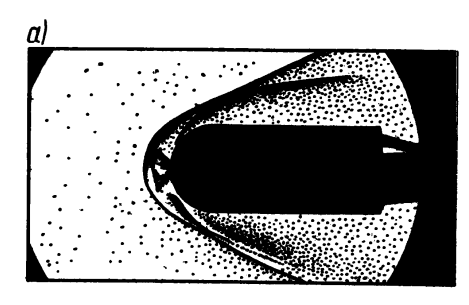
§ 6.1. СИММЕТРИЧНЫЙ ВДУВ ВО ВСТРЕЧНЫЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК ГАЗА ЧЕРЕЗ КРУГЛОЕ СОПЛО В ГОЛОВНОЙ ЧАСТИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Взаимодействие встречной струи со сверхзвуковым потоком. Струя газа, вдуваемого во встречный сверхзвуковой поток из сопла, расположенного в окрестности критической точки головной части летательного аппарата, является эффективным средством управления лобовым сопротивлением. При этом газ в выходном сечении сопла имеет скорость, равную скорости звука или превышающую ее, а давление, как правило, больше, чем в набегающем потоке. В соответствии с этим истечение из сопла происходит в режиме недорасширения. На рис. 6.1.1 показаны теневые фотографии сверхзвукового обтекания тела вращения со сферическим затуплением при вдуве центральной встречной струи различной интенсивности. Возрастание давления вдува приводит к увеличению размера самой струи, а также отхода головной ударной волны от тела.

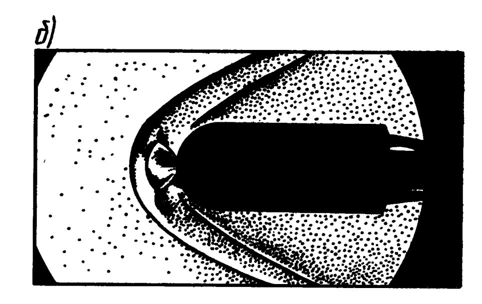
Инжектируемый поток имеет бочкообразную форму с характерными для недорасширенной струи элементами

течения. По результатам визуальных наблюдений определена схема взаимодействия вдуваемого газа с пространственным осесимметричным потоком (рис. 6.1.2). Эта схема соответствует картине течения в вертикальной (меридиональной) плоскости симметрии. Струя газа *3* отрывается от острых кромок отверстия, достигает поверхности раздела *6* с основным потоком, разворачивается и обтекает поверхность головной части *2*. Внутри струи возникает застойная зона *11* тороидальной формы с возвратным течением, ограниченная разделяющими линиями тока *10*. Струя смешивается как с набегающим потоком, так и с газом, циркулирующим в застойной зоне, образуя соответствующие области смешения *5* и *7*.

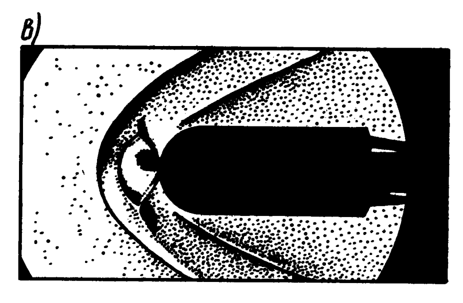
а)



б)



в)



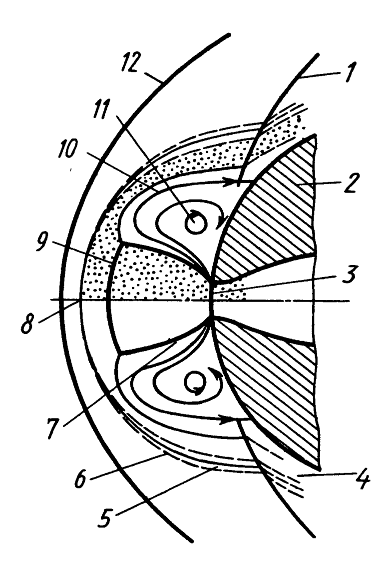


Рис. 6.1.2. Структура течения при взаимодействии недорасширенной струи газа со встречным сверхзвуковым потоком

←Рис. 6.1.1. Теневые фотографии взаимодействия струи со встречным сверхзвуковым потоком при $\mathbf{M}_\infty = 5{,}1$ и $\alpha = 0$ ($\bar{D}_{сф} = 15{,}3$):
а — $n = 246$; *б* — $n = 675$; *в* — $n = 1289$

В зоне присоединения струи к обтекаемой поверхности (в окрестностях точек пересечения разделяющих линий тока с телом) возникает криволинейный скачок уплотнения *1*. За областью присоединения на обтекаемой поверхности формируется пограничный слой *4* со сложной структурой течения. Набегающий поток и струя на поверхности раздела имеют общую критическую точку *8* с одинаковым давлением торможения $p'_{0\infty} = p'_{0j} = p_0$. При этом если торможе-

ние набегающего потока до давления $p'_{0\infty}$ происходит непосредственно за головной ударной волной *12*, то струя тормозится до давления p'_{0j} за скачком уплотнения *9*, близким к прямому и возникающим перед поверхностью раздела.

На рис. 6.1.3 представлены экспериментальные данные о давлении на сферической поверхности, полученные в результате исследования влияния струйного вдува воздуха из сферической носовой части цилиндрической модели при $\alpha = 0$ навстречу основному потоку. Графики на рис. 6.1.3, *а* соответствуют числу $\mathbf{M}_\infty = 2{,}5$ в невозмущенном потоке, а рис. 6.1.3, *б...г* — числу $\mathbf{M}_\infty = 5{,}1$. Эти данные показывают, что воздействие струи проявляется в значительном *снижении давления на обтекаемую поверхность*. Чем больше давление торможения в струе p_{0j}, а следовательно, и коэффициент нерасчетности $n = p_j/p_\infty$ (здесь p_j — давление в выходном сечении инжектируемой струи), тем значительнее такое снижение. Вблизи сопла в зоне циркуляционного течения статическое давление (обозначим его $p_д$) минимально. По мере приближения к периферийной части лобовой поверхности тела, что соответствует увеличению угла θ, давление возрастает и в области присоединения потока достигает максимального значения. На распределение давления заметное влияние оказывают скорости истечения струи невозмущенного потока, а также относительный диаметр сферического тела $\bar{D}_{сф} = D_{сф}/d_j$ (d_j — диаметр сопла вдува). Величина $p_д$ уменьшается с увеличением числа $\mathbf{M}_\infty$ и диаметра сопла инжекции. Сверхзвуковая струя гораздо сильнее снижает давление, чем звуковая (рис. 6.1.3, *а*).

Как показали эксперименты по визуализации структуры течения, вблизи продольной оси обтекаемого тела форма ударной волны близка к сферической поверхности (см. рис. 6.1.1). Радиус ее

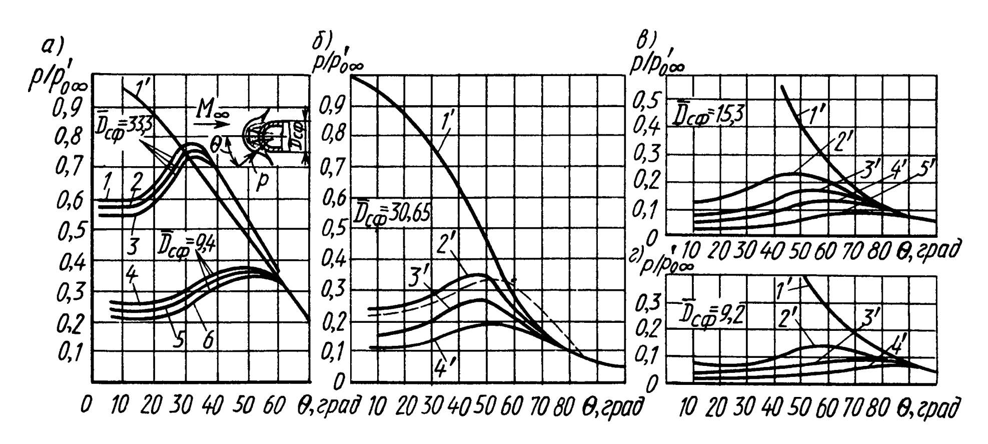


Рис. 6.1.3. Распределение давления по сферической поверхности тела при симметричном вдуве струи в набегающий сверхзвуковой поток:

Кривые	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*1'*	*2'*	*3'*	*4'*	*5'*
$\mathbf{M}_j$ ..	1	1	1	2,6	2,6	2,6	1	1	1	1	1
n ...	30,54	38,23	44,11	48,41	54,30	60,18	0	246	430	675	1289

$R_в$ является функцией n, $\mathbf{M}_\infty$, M_j, $\bar{D}_{сф}$. С увеличением $\bar{D}_{сф}$ и уменьшением числа $\mathbf{M}_\infty$ величина $R_в$ возрастает.

На основе опытных данных получена универсальная зависимость радиуса ударной волны от определяющих параметров:

$$\frac{R_в}{r_j} = 0{,}72\left[\frac{\bar{\rho}}{1-\bar{\rho}}\right]^{0{,}86}\bar{D}_{сф} + 2{,}52(p_{0j}/p'_{0\infty})^{0{,}5}, \qquad (6.1.1)$$

где $\bar{\rho} = \rho_\infty/\rho_{пр}$ — отношение плотностей в невозмущенном потоке и за прямым скачком уплотнения; $r_j = d_j/2$ — радиус сопла инжекции.

Уменьшение значения давления на лобовой поверхности при вдуве встречной струи приводит *к снижению коэффициента волнового сопротивления* $c_{xв}$ *(без учета тяги струи)*. На рис. 6.1.4 показаны зависимости $c_{xв}$ от n, полученные по результатам дренажных испытаний при $\alpha = 0$. Коэффициент волнового сопротивления уменьшается с увеличением n. Степень этого уменьшения, определяемая отношением коэффициента продольной силы при вдуве $c_{xв}$ к аналогичному коэффициенту без вдува c_{x0}, зависит от числа $\mathbf{M}_\infty$, что подтверждается экспериментальными данными весовых испытаний, например при постоянной интенсивности вдува, соответствующей $n = 240$ (рис. 6.1.5).

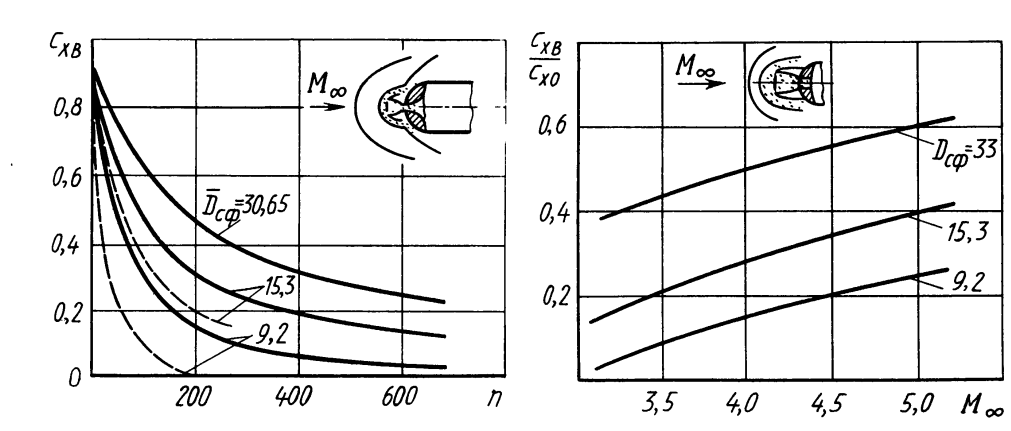


Рис. 6.1.4. Изменение коэффициента волнового сопротивления $c_{xв}$ от степени нерасчетности:
——— $\mathbf{M}_\infty = 5{,}1$; — — — $\mathbf{M}_\infty = 3{,}0$

Рис. 6.1.5. Зависимость относительного коэффициента продольной силы от числа $\mathbf{M}_\infty$

Расчет аэродинамических характеристик. В соответствии с картиной обтекания на рис. 6.1.2 можно представить упрощенную схему потока около затупленного тела вращения (рис. 6.1.6), на основе которой осуществляется приближенный расчет параметров этого потока, включая давление на обтекаемой поверхности. В этой расчетной схеме приняты допущения, в соответствии с которыми ударная волна *3* в струе имеет форму плоского диска, а поверх-

ность раздела представляет собой конус *6*, плавно сопряженный со сферической поверхностью *4*.

Газ под давлением p_{0j} подается из сопла, выходное отверстие которого имеет диаметр d_j. Струя, расширяясь, приобретает бочкообразную форму *1*, как это показано на рис. 6.1.6. Ее длина на участке от среза сопла до прямого скачка измеряется величиной l_c. На участке между поверхностью раздела диаметром d_c и ударной волной газ поворачивается и достигает сечения *5* в виде кольца шириной δ. Течение в направлении касательной к поверхности рассматривается здесь равномерным. За сечением *5* газ ускоряется и движется вдоль конической части поверхности раздела с наклоном α, достигая сферического носка тела, на котором он испытывает дополнительный поворот на угол ε.

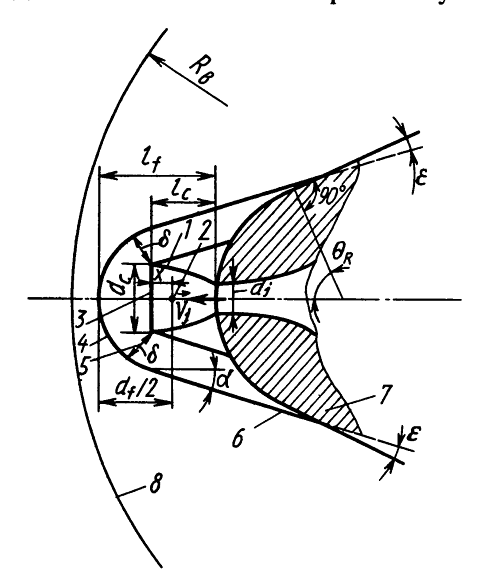


Рис. 6.1.6. Схема взаимодействия недорасширенной струи газа со сверхзвуковым потоком

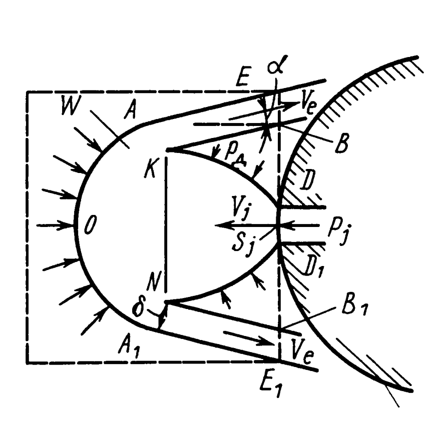


Рис. 6.1.7. Контрольный объем для определения параметров течения в области взаимодействия

Для расчета распределения давления по телу вращения при заданном режиме истечения из сопла необходимо знать параметры набегающего потока (k, $\mathbf{M}_\infty$, p_∞, T_∞), а также струи вдуваемого газа (k_j, $\mathbf{M}_j$, p_{0j}, T_{0j}). При выполнении такого расчета можно принять, что звуковое сопло имеет форму цилиндрического отверстия.

Вычисление параметров потоков в возмущенных областях проведем, используя уравнения сохранения (см. § 4.1) для выделенного контрольного объема W (рис. 6.1.7), ограниченного поверхностью раздела $EAOA_1E_1$ и плоскостью EE_1, в которой находится выходное сечение сопла DD_1. Уравнения сохранения массы и количества давления запишутся в виде

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)} \rho dW + \iint\limits_{(S'_j)} \rho V_{nj} dS'_j = 0; \qquad (6.1.2)$$

$$\frac{d}{dt}\iiint\limits_{(W)} \rho \vec{V} dW + \iint\limits_{(S'_j)} \rho V_{nj} \vec{V}_j dS'_j = \iiint\limits_{(W)} \rho \vec{F} dW + \iint\limits_{(S)} (\overrightarrow{\tau_{kl} - p})\, dS \qquad (6.1.3)$$

Считая процесс истечения из сопла навстречу потоку стационарным и пренебрегая массовыми силами, из (6.1.2) и (6.1.3) получим

$$\iint\limits_{(S'_j)} \rho V_{nj} dS'_j = 0; \qquad (6.1.4)$$

$$\iint\limits_{(S'_j)} \rho V_{nj} \vec{V}_j dS'_j = \iint\limits_{(S)} (\overrightarrow{\tau_{kl} - p}) dS. \qquad (6.1.5)$$

Так как $S'_j = S_j + S_{EBB_1E_1}$, то, осредняя параметры по сечению сопла, вместо (6.1.4) можно записать

$$\rho_j S_j V_j = \iint\limits_{(S_{EBB_1E_1})} \rho_e V_e dS_j = \dot{m}_j,$$

где $S_{EBB_1E_1}$ — кольцевая площадь, через которую из контрольного объема уходит газ со средней скоростью V_e.

Воспользуемся формулой Ньютона для определения давления по поверхности раздела $EAOA_1E_1$:

$$p/p'_{0\infty} = \sin^2\alpha + (p_\infty / p'_{0\infty})\cos^2\alpha, \qquad (6.1.6)$$

где p — текущее давление; p_∞ — давление в невозмущенном потоке; $p'_{0\infty}$ — давление торможения невозмущенного потока с учетом потерь в прямом скачке уплотнения.

В соответствии с этим, переходя к локальному изменению параметров вдоль границ контрольного объема, уравнение (6.1.5) с учетом (6.1.6) запишем в виде

$$\dot{m}_j V_j + \dot{m}_j V_e \cos\alpha = \frac{\pi d_f^2}{8} p_\infty \cos^4\alpha + \frac{\pi d_f^2}{8} p'_{0\infty}(1 - \sin^4\alpha) -$$

$$- \frac{\pi d_f^2}{4} p_д \cos^2\alpha - \frac{1}{4}\pi d_j^2 (p_j - p_д), \qquad (6.1.7)$$

где $\dot{m}_j$ — массовый расход через сопло; d_f — диаметр лобовой части поверхности раздела; V_j, p_j — скорость и давление инжектируемой струи; $p_д$ — давление на лобовой поверхности около сопла инжекции. Угол наклона конической части поверхности раздела при условии, что $p/p'_{0\infty} = p_д/p'_{0\infty}$, определяется зависимостью

$$\alpha = \arccos\sqrt{(1 - p_д/p'_{0\infty})/(1 - p_\infty/p'_{0\infty})}. \qquad (6.1.8)$$

Для расчета диаметра d_f воспользуемся соотношением (6.1.1) и зависимостью, связывающей радиусы $R_в$ ударной волны 8 (рис. 6.1.6) и сферического носка R_f поверхности раздела, $R_в = (1{,}05 + 1{,}65\bar{\rho})R_f$, откуда

$$R_f = \frac{d_f}{2} = \frac{r_j}{1{,}05+1{,}65\bar{\rho}}\left\{0{,}72\left(\frac{\bar{\rho}}{1-\bar{\rho}}\right)^{0{,}86}\bar{D}_{сф}+2{,}52\left(\frac{p_{0j}}{p'_{0\infty}}\right)^{0{,}5}\right\}. \qquad (6.1.9)$$

Установлено, что за «маховским» диском KN (рис. 6.1.7) в недорасширенной струе устанавливается давление, равное давлению торможения невозмущенного потока с учетом потерь в прямом скачке уплотнения,т. е. $p'_{0\infty}$. Тогда можно применить зависимость для изэнтропических течений

$$\mathbf{M}_e = \frac{V_e}{a_e} = V_e\Big/\left[\sqrt{k_jR_jT_{0j}}\left(\frac{p_д}{p'_{0\infty}}\right)^{\frac{k_j-1}{2k_j}}\right]. \qquad (6.1.10)$$

Положение точки присоединения потока на исследуемом теле вращения координируется центральным углом θ_R. Взаимосвязь между давлением p_R и величиной этого угла определяется формулой (6.1.6):

$$p_R/p'_{0\infty} = \cos^2\theta_R+(p_\infty/p'_{0\infty})\sin^2\theta_R. \qquad (6.1.11)$$

Давление в области присоединения p_R струйного слоя на лобовой поверхности можно считать равным полному давлению на разделяющей линии тока [условие присоединения (4.4.1)], т. е.

$$p_R/p'_{0\infty} = (\bar{p}_д/p'_{0\infty})[1+0{,}5(k_j-1)\mathbf{M}^2_{j\,рлт}]^{k_j/(k_j-1)}. \qquad (6.1.12)$$

На разделяющей линии тока

$$\mathbf{M}^2_{j\,рлт} = \frac{\varphi^2_{рлт}\mathbf{M}^2_e}{1+0{,}5(k_j-1)\mathbf{M}^2_e(1-\varphi^2_{рлт})}, \qquad (6.1.13)$$

где $\varphi_{рлт} = V_{рлт}/V_e$ — относительная скорость, вычисляемая по (4.3.9) и (4.3.39).

Из геометрического соотношения определяют угол

$$\theta_R = 90°-\alpha-\varepsilon, \qquad (6.1.14)$$

где ε — угол между конической поверхностью раздела и касательной к обтекаемой поверхности, значение которого определяется следующим образом:

$$\varepsilon = \arccos\left[\frac{(l_c-x+D_{сф}/2)\sin\alpha+d_f/2}{D_{сф}/2}\right]. \qquad (6.1.15)$$

Расстояние x от диска Маха 3 до центра сферической поверхности раздела 2 (см. рис. 6.1.6) вычисляется по формуле

$$x/d_j = 0{,}5\sqrt{(d_f/d_j - 2\delta/d_j)^2 - (d_c/d_j)^2}\,. \qquad (6.1.16)$$

В (6.1.15) и (6.1.16) δ, l_c, x — неизвестные величины.

Величина δ/d_j определяется из уравнения расхода (6.1.4). Для упрощения его делается допущение, что в некотором промежуточном сечении δ (см. рис. 6.1.6) скорость струи достигает критической, тогда

$$p_{0j}(\pi d_j^2/4)/\sqrt{T_{0j}} = p'_{0\infty}\pi d_c \delta/\sqrt{T_{0j}}. \qquad (6.1.17)$$

Из (6.1.17) получаем

$$\delta/d_j = 0{,}25(p_{0j}/p'_{0\infty})(d_j/d_c). \qquad (6.1.18)$$

Параметры l_c и x, определяющие положение и размеры диска Маха (скачка в струе), в первую очередь зависят от давлений торможения в набегающем потоке, инжектируемой струе и в застойной зоне. Для широкого диапазона чисел $\mathbf{M}_\infty$ и давлений p_{0j} опытным путем были найдены расстояние l_c от среза сопла до диска Маха

$$l_c/d_j = 0{,}77\sqrt{p_{0j}/p'_{0\infty}}\,. \qquad (6.1.19)$$

и диаметр струи

$$d_c/d_j = [0{,}3 + 0{,}325(p_{0j}/p'_{0\infty})(p_д/p'_{0\infty})^{-1}]^{0{,}5}. \qquad (6.1.20)$$

Совокупность зависимостей (6.1.7)...(6.1.20) представляет собой систему уравнений, используемых для определения давления $p_д$, скорости V_e, а также геометрических параметров струи.

В предположении, что за точкой присоединения течение газа такое же, как и при отсутствии вдува, давление определяется по соотношению, аналогичному (6.1.11): $p/p'_{0\infty} = \cos^2\theta + (p_\infty/p'_{0\infty})\sin^2\theta$, где $\theta_R \leqslant 0 \leqslant \pi/2$.

По найденному распределению давления коэффициент волнового сопротивления лобовой поверхности $c_{xв} = \iint\limits_{(\bar{S})} \bar{p}\,d\bar{S}$, где $\bar{S} = S/(\pi D_{сф}^2/4)$ — относительная площадь; $\bar{p} = 2(p - p_\infty)/(kp_\infty \mathbf{M}_\infty^2)$ — местный коэффициент давления.

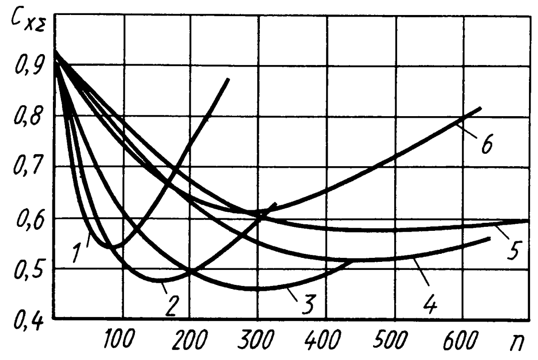


Рис. 6.1.8. Изменение коэффициента продольной силы при симметричном вдуве встречной струи (с учетом тяги): при $\mathbf{M}_\infty = 3$:

1 — $\bar{D}_{сф} = 9{,}2$; 2 — $\bar{D}_{сф} = 15{,}3$; 3 — $\bar{D}_{сф} = 30{,}65$, при $\mathbf{M}_\infty = 5{,}1$: 4 — $\bar{D}_{сф} = 15{,}3$, 5 — $\bar{D}_{сф} = 30{,}65$, 6 $\bar{D}_{сф} = 9{,}2$

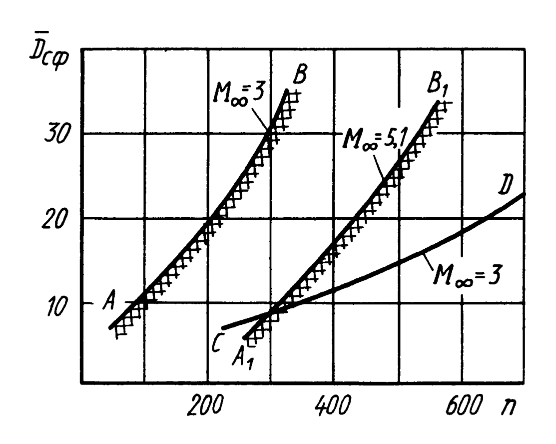


Рис. 6.1.9. Предельные значения параметров $\bar{D}_{сф}$ и n (сферическое затупление)

При оценке эффективности воздействия струи как средства управления сопротивлением необходимо учитывать реактивную силу, обусловленную истечением газа из сопла и направленную в сторону, обратную движению летательного аппарата. В соответствии с этим наличие струи способствует росту сопротивления. Так как сопротивление при увеличении степени нерасчетности в струе уменьшается, а реактивная сила пропорциональна расходу газа через сопло, то можно предположить, что существует оптимальный режим работы сопла, обеспечивающий наименьшее сопротивление. На рис. 6.1.8 представлена зависимость полного коэффициента продольной силы $c_{x\Sigma}$, учитывающего составляющие от перераспределения давления при вдуве за счет аэродинамической интерференции $c_{xв}$ и тяги струи $c_p = P/(q_\infty S)$ (где P — тяга). Видно, что значения коэффициента имеют минимумы, зависящие от $\mathbf{M}_\infty$ и $\bar{D}_{сф}$ и соответствующие некоторым критическим величинам коэффициента нерасчетности $n_{кр}$. Увеличение n свыше $n_{кр}$ приводит к взаимной компенсации сил, обусловленных эффектами интерференции и тягой, что вызывает рост $c_{x\Sigma}$.

Совокупность параметров $\bar{D}_{сф}$ и n, при которых вдувом газа навстречу потоку из сферической поверхности снижается полный коэффициент продольной силы, можно определить, воспользовавшись графиком на рис. 6.1.9. Минимальным значениям $c_{x\Sigma}$ соответствуют совокупности параметров $\bar{D}_{сф}$ и n, принадлежащие кривым AB и $A'B'$. Если $\bar{D}_{сф}$ и n таковы, что они координируют точку ниже кривой CD, то вдув встречной струи приводит к превышению $c_{x\Sigma}$ относительно c_{x0}.

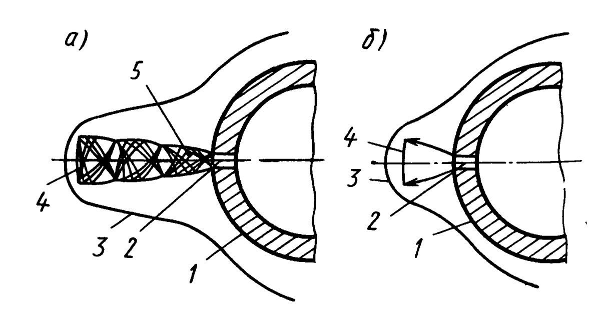


Рис. 6.1.10. Структура струй:

1 — модель; *2* — звуковое сопло, *3* — огибающий скачок уплотнения; *4* — скачок уплотнения, замыкающий струю, *5* — волны разрежения

Схема течения при взаимодействии струи с потоком, рассмотренная на рис. 6.1.2, не является единственной. При определенных условиях структура такого течения может оказаться неустойчивой и на обтекаемой поверхности возникнут неблагоприятные пульсации

давления. Механизм возникновения пульсаций связан с переходом от «однобочковой» формы струи (рис. 6.1.10, *а*) к «многобочковой» (*б*), периодически повторяющимся. Такая картина течения соответствует условиям, при которых коэффициент нерасчетности близок к единице. Уменьшение коэффициента нерасчетности n' происходит за счет увеличения давления в застойной зоне $p_д$, охватывающей струю ($n' = p_j/p_д$, где p_j — давление на срезе сопла). Переход к «многобочковой» структуре струи сопровождается ее удлинением. Потери полного давления в струе уменьшаются. Это, в свою очередь, вызовет больший отход головной ударной волны от обтекаемого тела и снижение давления в застойной зоне. При этом по мере дальнейшего увеличения нерасчетности струя вновь примет «однобочковую» форму, а длина ее станет меньше. Головная ударная волна вновь приблизится к поверхности, давление $p_д$ увеличится, а коэффициент нерасчетности уменьшится и т. д. Такой процесс возникновения пульсаций происходит со значительной частотой порядка 10^{-1} с.

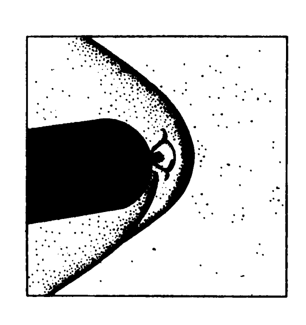


Рис. 6.1.11. Теневая фотография взаимодействия центральной встречной струи со сверхзвуковым потоком ($\bar{D}_{сф} = 15{,}3$, $n = 170$)

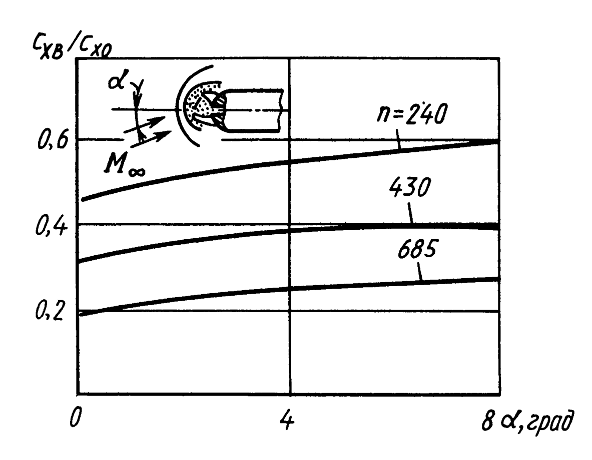


Рис. 6.1.12. Зависимость $c_{xв}/c_{x0}$ от угла атаки α ($\bar{D}_{сф} = 15{,}3$)

Влияние угла атаки на параметры обтекания тел со встречным центральным вдувом. Теневая фотография структуры обтекания тела вращения потоком воздуха с $M_\infty = 3$ под углом атаки $\alpha = 8°$ при инжекции встречной струи показана на рис. 6.1.11. За счет косой обдувки, обусловленной углом атаки, ось инжектируемой струи искривляется, что приводит к перераспределению давления по лобовой поверхности. Зона с пониженным давлением $p_д$ сносится по направлению течения на подветренную поверхность тела. Такое несимметричное перераспределение давления, вызываемое струей, приводит к появлению нормальной силы. Также уменьшается проекция площади с отрицательным избыточным давлением на плос-

кость, перпендикулярную оси симметрии, что вызывает некоторое увеличение лобового сопротивления по сравнению со случаем симметричного центрального вдува, соответствующего $\alpha = 0$.

На рис. 6.1.12 представлены графики изменения относительного коэффициента продольной силы $c_{x\text{в}}/c_{x0}$ от угла атаки при $M_\infty = 5{,}1$ и постоянных интенсивностях вдува струи, которым соответствуют различные коэффициенты нерасчетности $n = p_j/p_\infty$. Эффект уменьшения волнового сопротивления с возрастанием α постепенно падает.

§ 6.2. ОТРЫВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОМ ВДУВЕ ВСТРЕЧНЫХ СТРУЙ

Одновременное управление и продольной, и нормальной силами, воздействующими на летательный аппарат, может осуществляться несимметричным вдувом встречных струй, когда сопло инжекции несколько удалено от продольной оси аппарата. В этом случае структура встречной струи остается примерно такой же, как при центральном вдуве. Однако за счет несимметричности обтекания происходит дополнительная деформация струи, приводящая к искривлению ее оси, изменению условия присоединения и течения в циркуляционной зоне. Это, в свою очередь, оказывает непосредственное воздействие на перераспределение давлений по поверхности лобового обтекателя тела, из головной части которого осуществляется инжекция струи.

Несимметричная инжекция встречных струй из головной части цилиндрического тела со сферическим затуплением. Теневые фотографии структур обтекания цилиндрических тел со сферическим затуплением при несоосном вдуве встречной звуковой струи с верхней (*а*) и нижней (*б*) частей обтекателей показаны на рис. 6.2.1. Сопло смещено в вертикальной плоскости относительно оси симметрии тела соответственно на расстояния $l_i/R = 0{,}52$

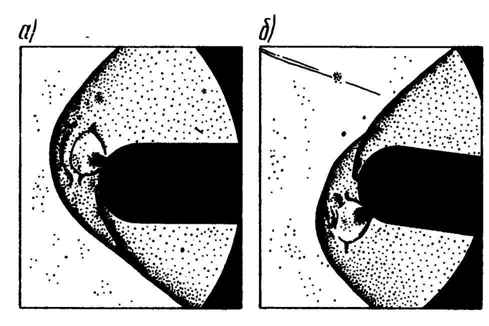


Рис. 6.2.1. Теневые фотографии структур течения при несимметричной инжекции встречной струи:

а — $M_\infty = 3$, $\alpha = 0°$, $l_i/R = 0{,}52$, $n = 460$; *б* — $M_\infty = 5{,}1$, $\alpha = 8°$, $l_i/R = 0{,}78$, $n = 550$

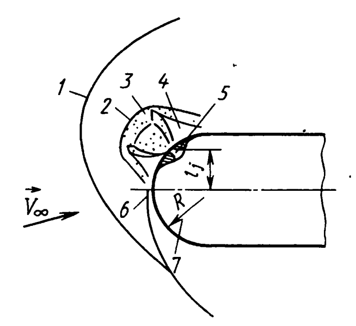
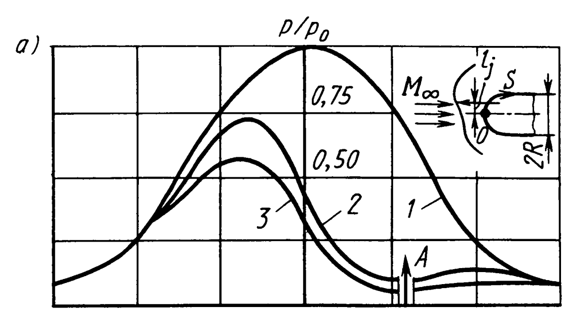


Рис. 6.2.2. Структура течения при несоосном вдуве:

1 — головной скачок уплотнения; *2* — граница раздела струи; *3* — струя; *4* — застойная зона; *5* — сопло; *6* — скачок уплотнения перед телом; *7* — полусферическая лобовая поверхность

(вверх) и 0,78 (вниз). Направление вдува параллельно оси тела (рис. 6.2.2).

За выходным сечением сопла струя принимает бочкообразную форму с характерными элементами структуры течения с недорасширением (волнами разрежения, сжатия, скачками уплотнения). Проникновение ее навстречу потоку вызывает несимметричное искривление головного скачка уплотнения, который отходит от поверхности тела в области вдува на значительное расстояние. За счет несоосности вдува присоединение струи к поверхности тела происходит на лобовой и боковой поверхностях цилиндра.



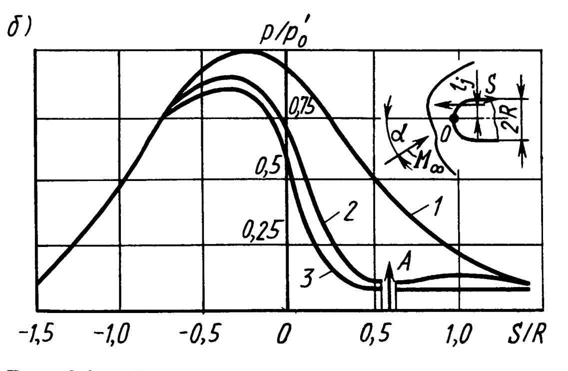


Рис. 6.2.3. Распределение статического давления в меридиональной плоскости при несимметричной инжекции ($M_\infty = 3{,}0$, $l_j/R = 0{,}52$):

а — $\alpha = 0$; *б* — $\alpha = 8°$; *1* — без струи; *2* — $n = 240$; *3* — $n = 507$, *А* — место расположения сопла

Графики распределения статического давления на сферической поверхности в меридиональной плоскости для случая, когда $l_j/R = 0{,}52$, приведены на рис. 6.2.3.

При нулевом угле атаки и отсутствии вдува (кривая *1* на рис. 6.2.3, *а*) распределение давления симметрично относительно начала координат. Инжекция струи снижает давление на обтекаемой поверхности (кривые *2* и *3*), причем чем выше давление вдува, характеризуемое коэффициентом нерасчетности $n = p_j/p_\infty$, тем ниже давление на лобовой поверхности. Верхняя половина полусферы, на которой осуществляется вдув струи, практически вся находится в области пониженного давления. Положительный угол атаки в этом случае снижает размеры области воздействия струи. Однако давление в ней всегда остается ниже, чем при обтекании тела без инжекции.

Влияние инжекции встречных струй на аэродинамические характеристики тел сегментально-сферической формы. При несимметричной инжекции газа с боковой поверхности тела (лобового экрана) навстречу набегающему потоку на струю воздействует местный поток с поперечной составляющей скорости, направление которой определяется формой обтекаемой поверхности.

Если струя не оказывает существенного влияния на формирование основного головного скачка уплотнения перед обтекаемым

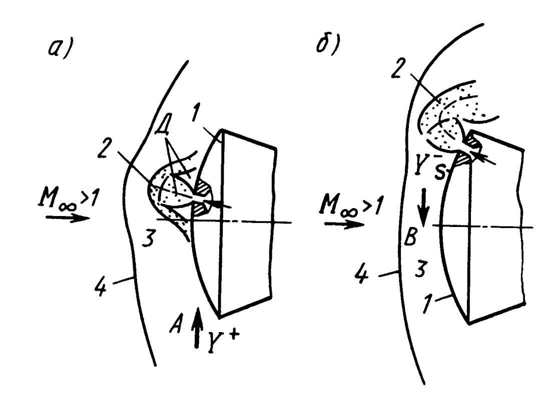


Рис. 6.2.4. Структуры течения при встречной инжекции периферийных струй

телом, то в зависимости от значения этой скорости можно различать структуры течения с *дозвуковым* и *сверхзвуковым взаимодействием*. В первом случае инжектируемая струя истекает в область течения с преимущественно дозвуковыми скоростями, во втором — струя взаимодействует со сверхзвуковым потоком, при этом на поверхности лобового экрана возникает пространственный отрыв потока, приводящий к перераспределению давлений. Структуры течения с изменением угла атаки могут трансформироваться.

При обтекании сегментально-сферических тел *1* перед лобовой поверхностью образуется ударная волна *4*, за которой в области *3* набегающий поток тормозится до дозвуковых скоростей (рис. 6.2.4).

Несимметрично инжектируемая встречная струя *2* вносит возмущения в поток перед лобовым экраном, при этом перераспределяется давление по поверхности тела и искривляется головная ударная волна. При достаточно близком расположении сопла к продольной оси симметрии тела и малых углах атаки структура течения практически такая же, как при симметричном вдуве (рис. 6.2.4, *а*). Для условий периферийного вдува (рис. 6.2.4, *б*) струя искривляется под воздействием части основного потока, обтекающего лобовой экран за скачком уплотнения *4*. Нарушается симметричность ее присоединения к поверхности тела. Застойная зона около струи становится открытой, т. е. образуется структура течения, характерная для трехмерного отрыва (см. § 3.5).

На существование той или иной структуры обтекания (рис.

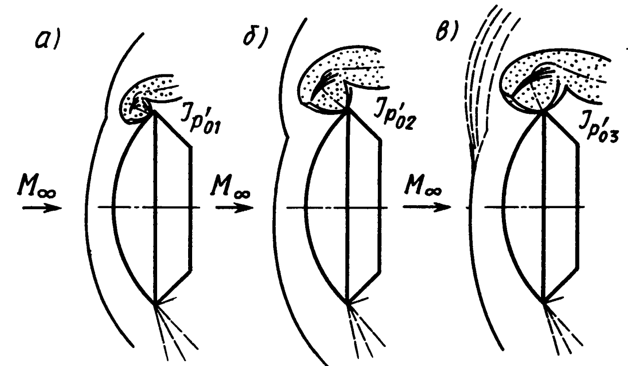


Рис. 6.2.5. Изменение структуры течения при увеличении интенсивности вдува $J_{p'_0}$ встречной несимметричной струи ($\alpha = 0°$, $J_{p'_{01}} < J_{p'_{02}} < J_{p'_{03}}$)

6.2.4, *а* или *б*) первостепенное влияние оказывают параметры инжекции, угол атаки (или угол встречи потоков) и местоположение вдува. На рис. 6.2.5 показано влияние на структуру течения интенсивности вдува $J_{p'_б} = p_{0j}/p'_{б\infty}$ (здесь p_{0j} — давление в струе, $p'_{б\infty}$ — давление торможения в невозмущенном потоке с учетом потерь в прямом скачке уплотнения) при нулевом угле атаки. С возрастанием $J_{p'_б}$ увеличиваются глубина проникновения струи, размеры возмущенных зон течения и т. д. Замечено, что при достаточно высоких интенсивностях вдува появляется неустойчивая структура обтекания, приводящая к периодическим перемещениям (пульсациям) головного скачка уплотнения в области перед инжектируемым потоком (см. пунктирные линии на рис. 6.2.5, *в*). Например, для условий периферийного ($l_j = R_{мид}$) вдува воздушной струи ($k = 1{,}4$) через звуковое сопло с относительным диаметром $d = d_j/(2R_{мид}) = 0{,}0256$ в сверхзвуковой поток ($\mathbf{M}_\infty = 4{,}0$, $\alpha = 0$) такой режим возникает в случае, когда $J_{p'_0} > 100$.

При обтекании тел с сегментально-сферическим затуплением, если углы атаки не превосходят нескольких градусов, на поверхности лобового экрана, как правило, скорость течения перед струей не достигает звуковой и процесс взаимодействия потоков подчиняется закономерностям дозвуковых отрывных течений.

Изменение угла атаки тела приводит к разгону или торможению потока на лобовой его поверхности перед струей. Схема структур течений для отрицательного (*а*), нулевого (*б*) и положительного (*в*) углов атаки представлена на рис. 6.2.6. Если угол $\alpha < 0$, то струя вдувается в область с повышенным по сравнению со случаем $\alpha = 0$ давлением, что уменьшает степень влияния ее на набегающий поток. При $\alpha > 0$ возникает структура течения, характерная для сверхзвукового взаимодействия (рис. 6.2.6, *в*). В этом случае перед струей *1* возникает локальный отрыв потока *4* с образованием λ-образного скачка уплотнения *3*, который в свою очередь воздействует на головной скачок *2*, образуя сложную конфигурацию.

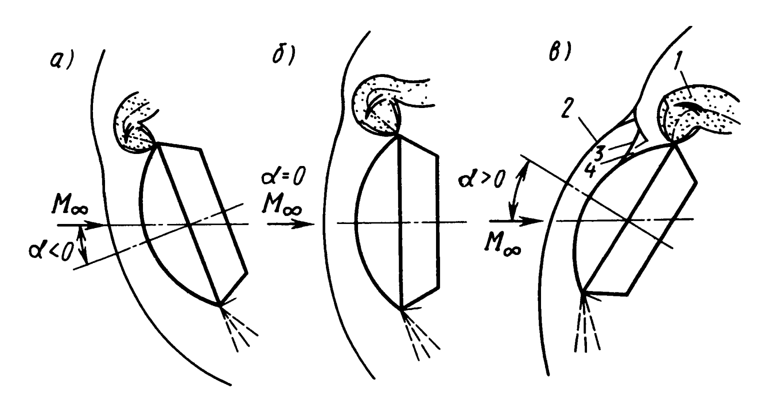


Рис. 6.2.6. Структуры обтекания затупленного тела при встречной несимметричной инжекции газа для различных углов атаки α ($J_{p'_б} = \text{const}$)

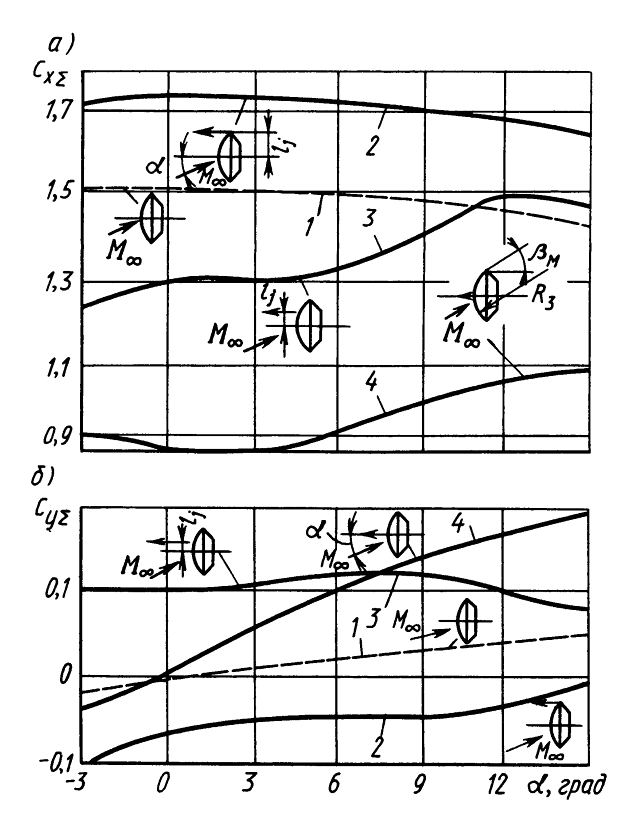


Рис. 6.2.7. Зависимости $c_{x\Sigma}$ и $c_{y\Sigma}$ от угла атаки α для сегментально затупленных тел при встречном вдуве:
1 — $J_{p0}=0$; 2 — $J_{p0}=102$; $\bar{l}_j = l_j/R_{мид} = 1$; 3 — $J_{p0} =$ $= 102$; $l_j = 0{,}395$; 4 — $J_{p0} = 102$, $l_j = 0$

На рис. 6.2.7 приведены зависимости полных аэродинамических коэффициентов $c_{x\Sigma}(\alpha)$, $c_{y\Sigma}(\alpha)$ сегментально - затупленных тел ($\bar{R}_з = R_з/R_{мид} = 2{,}18$; угол наклона касательной лобового экрана в точке излома образующей $\beta_м = 60°$) при вдуве встречной звуковой несимметричной струи в поток с числом $\mathbf{M}_\infty = 5{,}1$. Коэффициенты $c_{x\Sigma}$ и $c_{y\Sigma}$ учитывают все составляющие аэродинамических сил: от перераспределения давлений из-за интерференции струи с потоком, тягу и донное давление. Здесь же для сравнения приведены зависимости аэродинамических коэффициентов для таких же тел с инжекцией центральной встречной струи и при отсутствии вдува.

Согласно полученным результатам, на значения коэффициентов $c_{x\Sigma}$, $c_{y\Sigma}$ существенно влияет местоположение сопла инжекции. Так как все приведенные зависимости получены при одинаковой интенсивности вдува $J_{p'0} = 102$, то видно влияние расстояния вдува струи относительно оси симметрии (чем оно меньше, тем больше отличается коэффициент $c_{x\Sigma}$ от соответствующего значения без вдува). Оказалось, что при периферийном вдуве значение коэффициента $c_{x\Sigma}$ повышается, т. е. $c_{x\Sigma} > c_{x0}$. При смещении сопла к центральной части интерференционное воздействие струи вызывает обратный эффект, т. е. полное сопротивление уменьшается. Действительно, согласно выявленным структурам течения (рис. 6.2.4), струя инжектируемого газа может выполнять роль либо аэродинамической иглы, либо преграды на поверхности лобового экрана. В первом случае вблизи сопла образуется зона пониженного давления (область *Д* на рис. 6.2.4, *а*). За счет этого снижается $c_{x\Sigma}$ и, кроме того, если вдув несимметричный, появляется положительное боковое управляющее усилие (кривые *3* и *4* на рис. 6.2.7, *б*), направление которого совпадает со стрелкой *А* на рис. 6.2.4, *а*.

С приближением сопла инжекции к периферийной части тела перед струей на обтекаемой поверхности образуется зона повышенного давления (область S на рис. 6.2.4, *б*). В этом случае продольная сила возрастает (кривая *2* на рис. 6.2.7, *а*) и создается отрицательное управляющее усилие Y^-, показанное на рис. 6.2.4, *б* стрелкой *В*.

Рассмотренные эффекты подтверждаются зависимостями приращений аэродинамических коэффициентов $\Delta c_x = c_{x\Sigma} - c_{x0}$ и $\Delta c_y = c_{y\Sigma} - c_{y0}$ от относительной координаты $\bar{l}_j = l_j/R_{мид}$ — месторасположения управляющего сопла (рис. 6.2.8, *а, б*). Действительно, с увеличением $\bar{l}_j$ меняются знаки составляющих аэродинамических коэффициентов, обусловленных перераспределением давлений и тягой, т. е. меняются направление действия управляющих усилий и их величина. Кроме того, существуют диапазоны $\bar{l}_j$, в которых и нормальная, и продольная силы достигают максимальных значений. Например, если при обтекании сегментально-затупленного тела под нулевым углом атаки сопло расположено в вертикальной плоскости и имеет координату $\bar{l}_j = 0{,}35$, то вдувом одиночной встречной струи можно добиться максимального нормального управляющего усилия, при этом коэффициент продольной силы будет меньше, чем значение c_{x0}.

Месторасположение сопла инжекции оказывает также влияние на характер зависимостей полных аэродинамических коэффициентов $c_{x\Sigma}$ и $c_{y\Sigma}$ от угла атаки α (см. рис. 6.2.7). Меньшее влияние α проявляется при вдуве периферийных струй, большее — для струй, инжектируемых ближе к оси симметрии тела. Это объясняется различной трансформацией зон отрывных течений, свойственных каждой из рассматриваемых структур взаимодействия потоков.

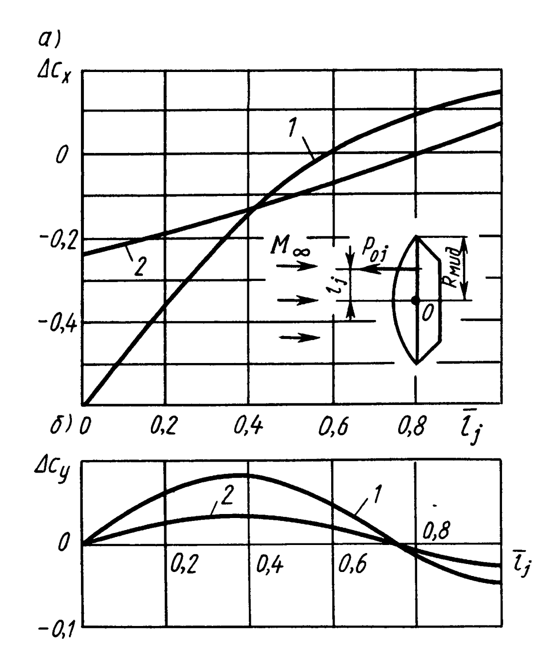


Рис. 6.2.8. Зависимости приращений аэродинамических коэффициентов Δc_x и Δc_y от месторасположения сопла вдува встречной струи ($\alpha = 0$, $\mathbf{M}_\infty = 5{,}1$):
1 — $J_{p0} = 64{,}8$; *2* — $J_{p0} = 27$

Графики изменения аэродинамических коэффициентов $c_{x\Sigma}$ (*а*) и $c_{y\Sigma}$ (*б*) тел с сегментально-сферическим затуплением при несимметричной инжекции одиночной струи в зависимости от интенсивности вдува J_{p0} показаны на рис. 6.2.9. Для случаев периферийного вдува ($\bar{l}_j = 1$) эти зависимости близки к линейным (кривые *1* ... *3*)

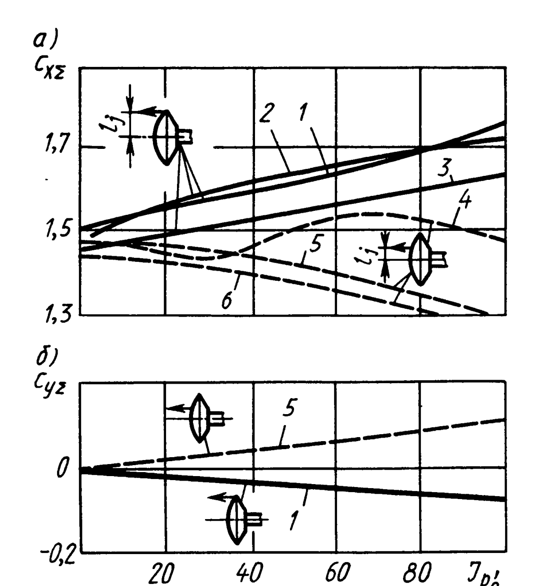


Рис. 6.2.9. Полные аэродинамические коэффициенты сегментально затупленного тела при несимметричном вдуве встречной одиночной струи в сверхзвуковой поток ($\bar{R}_з = R_з/R_{мид} = 2{,}18$; $\bar{d}_j = d_j/2R_{мид} = 0{,}0256$):

Кривые	1	2	3	4	5	6
M_∞	5,1	5,1	1,0	5,1	5,1	4,0
α, град	0	9	0	9	0	0
$\bar{l}_j$	1	1	1	0,395	0,395	0,395

Если сопло расположено в некотором промежуточном положении и имеет, например, координату $\bar{l}_j = 0{,}395$, то характер зависимости $c_{x\Sigma}$ $(J_{p'_0})$ более сложный (кривая *4* на рис. 6.2.9), что определяется сложной перестройкой зон отрывных течений вблизи инжектируемой струи. Для лобовых экранов с периферийным вдувом ($\bar{l}_j = 1$) получена универсальная зависимость, позволяющая определить приращение коэффициента продольной силы Δc_x при инжекции струй различной интенсивности в диапазонах $M_\infty = 3...5$ и $-3 \leqslant \alpha \leqslant 9°$:

$$\Delta c_x = c_{p\max}, \tag{6.2.1}$$

где $c_{p\max} = P_{\max}/(q_\infty \pi R^2_{мид})$ — коэффициент тяги; $P_{\max}$ — тяга при истечении в вакуум; q_∞ — скоростной напор.

Экспериментальные исследования показали, что изменение коэффициента продольной силы, обусловленное встречной инжекцией одиночной периферийной струи, практически не зависит от радиуса затупления лобового экрана и определяется коэффициентом тяги. Соотношение (6.2.1) может быть использовано при расчете аэродинамических характеристик конических ($\beta_к = 60...70°$) лобовых экранов в достаточно широком диапазоне радиусов затупления $\bar{R}_з = 0...2{,}18$. Поэтому суммарный коэффициент продольной силы таких тел может быть определен по формуле

$$c_{x\Sigma} = c_{x0}(\alpha) + c_{p\max}, \tag{6.2.2}$$

где $c_{x0}(\alpha)$ — коэффициент продольной силы при данном угле атаки и отсутствии вдува.

Следует отметить еще одну закономерность, свойственную взаимодействиям струй с потоками, — это *гистерезис аэродинамических характеристик,* который может проявиться при изменении (увеличении и уменьшении) угла атаки α обтекаемого тела.

На рис. 6.2.10 представлены зависимости аэродинамических коэффициентов от α, соответствующие постоянной интенсивности

вдува $J_{p'0}=65$ и $\mathbf{M}_\infty=5{,}1$. В экспериментах угол атаки α менялся с шагом в 1°. Наиболее существенная неоднозначность характеристик при прямом и обратном изменении α получена для коэффициента $c_{y\Sigma}$. Если угол атаки увеличивается от нулевого значения (точка A на рис. 6.2.10, *б*), то величина $c_{y\Sigma}$ определяется кривой ABC. При последующем уменьшении α коэффициент $c_{y\Sigma}$ подчиняется другой зависимости (кривая $C'B'A'$ на рис. 6.2.10, *б*). Полученная разность коэффициентов $c_{y\Sigma}$ и определяет диапазон неоднозначности характеристик. Такая неоднозначность аэродинамических характеристик объясняется различными структурами течений в отрывной области на лобовой поверхности тела. В одном случае течение состоит из двух локальных зон отрыва: около струи и за донным срезом; в другом — происходит слияние этих зон с образованием единой сложной зоны отрывного течения.

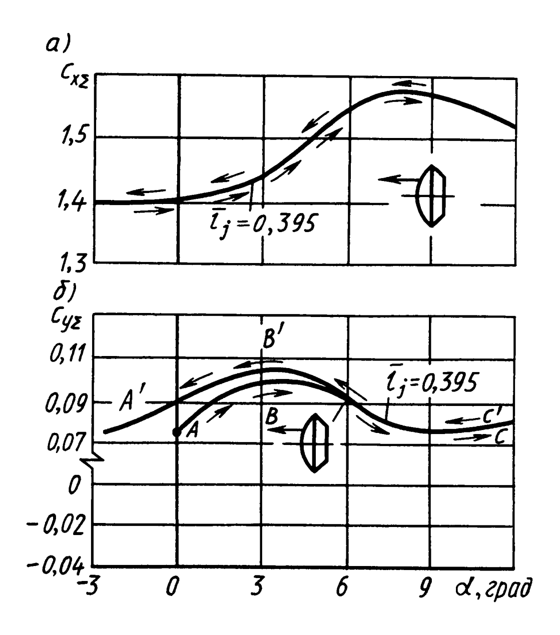


Рис. 6.2.10. Неоднозначность аэродинамических характеристик

Значение коэффициента $c_{x\Sigma}$ менее чувствительно к такой трансформации отрывных зон, поэтому значительного изменения при увеличении и уменьшении α не наблюдается.

Управление отрывными течениями на конических телах вдувом встречных струй. Структура течения и аэродинамические характеристики. Рассмотрим такой процесс струйного взаимодействия, когда встречный вдув в поток осуществлен из кормовой части конического тела. В этом случае отрывные течения обусловлены взаимодействием скачка уплотнения, индуцируемого струей, с пограничным слоем на конической поверхности. Такое взаимодействие приводит к сложной структуре течения с пространственными отрывами и присоединениями потоков. В зависимости от интенсивности вдува, угла атаки α и радиуса затупления конического тела происходит либо *локальный* (местный) *отрыв* потока перед инжектируемой струей, либо *отрыв, распространяющийся на всю поверхность конического тела.* Теневые фотографии для таких режимов приведены на рис. 6.2.11.

Установлено, что при локальном отрыве для каждого типа конического тела и угла атаки существует предельная интенсивность вдува $J_{p0}=J_{пр}$, при которой зона отрыва основного потока перед струей достигает носовой части конуса.

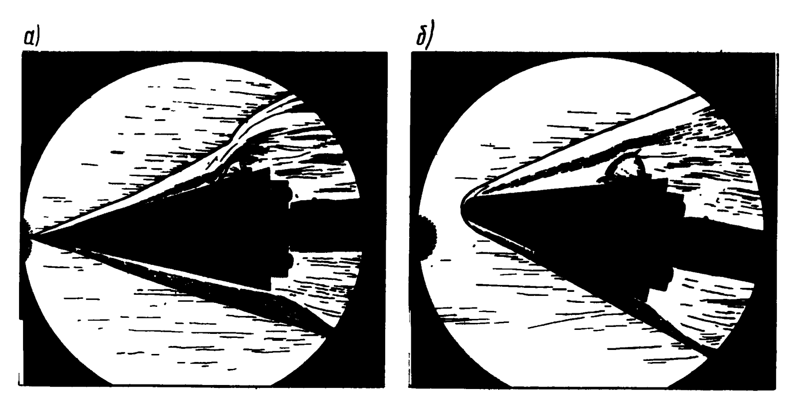


Рис. 6.2.11. Теневые фотографии спектров обтекания конических тел при несимметричной инжекции встречной струи в сверхзвуковой поток:

а — заостренный конус; *б* — затупленный конус

На рис. 6.2.12 показаны основные этапы последовательной перестройки структур течения при увеличении интенсивности вдува и постоянном угле α. Если $J_{p0}' < J_{пр}$ (*а, б*), то параметры течения в зоне отрыва перед струей определяются по соотношениям отрывных течений с использованием в качестве исходных значений параметров течений на конической поверхности. При $J_{p0}' > J_{пр}$ (*в*) зона отрывного течения распространяется на весь конус и воздействует на головной скачок уплотнения, увеличивая угол наклона и искривляя его. Параметры течения на поверхности конуса (а следовательно, в зоне отрыва) будут формироваться внешним потоком.

При возникновении локальной зоны отрывного течения перед струей ($J_{p0}' < J_{пр}$) возмущения могут распространяться на противоположную отверстию инжекции сторону конуса, образуя сложную систему пространственных скачков уплотнения у конической поверхности.

На рис. 6.2.13 показано изменение структуры обтекания конусов с несимметричной инжекцией встречной струи постоянной

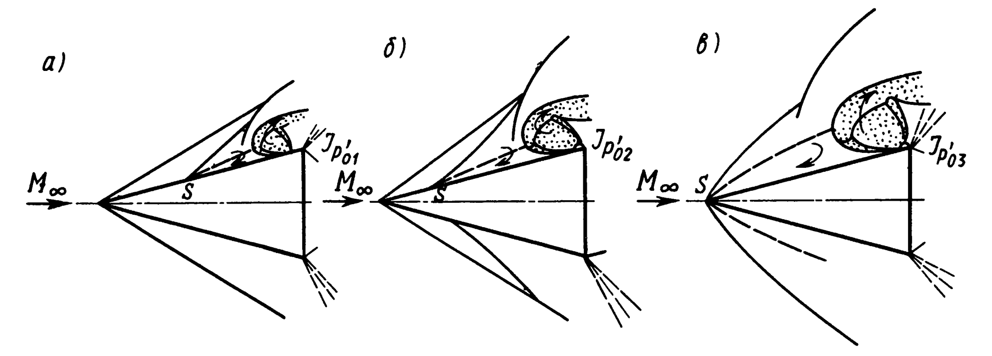


Рис. 6.2.12. Изменение структуры обтекания конуса с несимметричной встречной струей при увеличении интенсивности вдува ($J_{p01}' < J_{p02}' < J_{p03}'$)

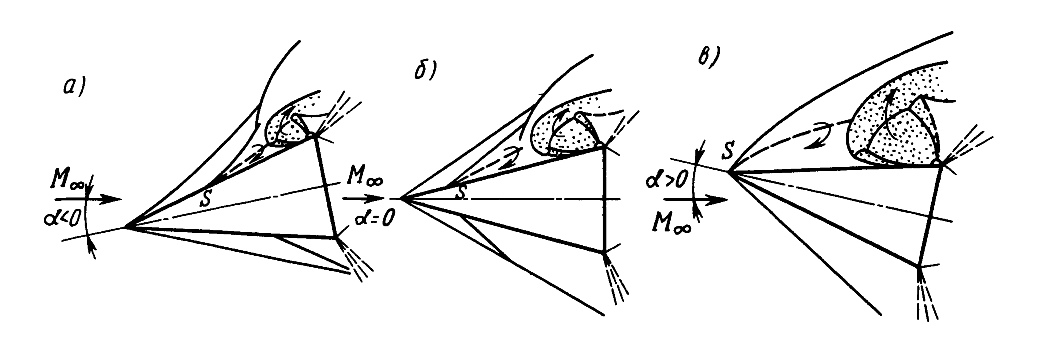


Рис. 6.2.13. Структуры обтекания конуса при встречной несимметричной инжекции газа для различных углов атаки α ($J_{p0'} = \text{const}$)

интенсивности в зависимости от угла атаки. При вдуве струи с подветренной стороны увеличение угла атаки приводит к возрастанию размеров зоны отрывного течения (*б, в*), что объясняется уменьшением давления в потоке перед струей. Если отрыв потока происходит вблизи носовой части, то перед струей возникает смешанное отрывное течение: ламинарный отрыв переходит в турбулентный. При дальнейшем увеличении угла атаки, как только отрыв достигает вершины конуса (*в*), происходит постепенное возрастание угла отрыва потока и распространение области отрывного течения на всю обтекаемую поверхность.

На рис. 6.2.14 представлены зависимости аэродинамических коэффициентов $c_{x\Sigma}$, $c_{y\Sigma}$ от угла атаки α для конусов со вдувом струй различной интенсивности. Графики рис. 6.2.14, *а, б* соответствуют острому конусу ($\bar{R}_з = 0$) с полууглом при вершине $\beta_к = 7{,}5°$ и $\mathbf{M}_\infty = 4{,}0$, а рис. 6.2.14, *в, г* — затупленному конусу с $\beta_к = 15°$, $\bar{R}_з = R_з/R_{мид} = 0{,}179$ и $\mathbf{M}_\infty = 5{,}1$.

Вдув осуществлялся через звуковое «уголковое» сопло с относительным диаметром $\bar{d}_j = d_j/(2R_{мид}) = 0{,}0256$ навстречу потоку. Сопло располагалось у донного среза. Характер изменения аэродинамических коэффициентов, как видно из графиков, остается

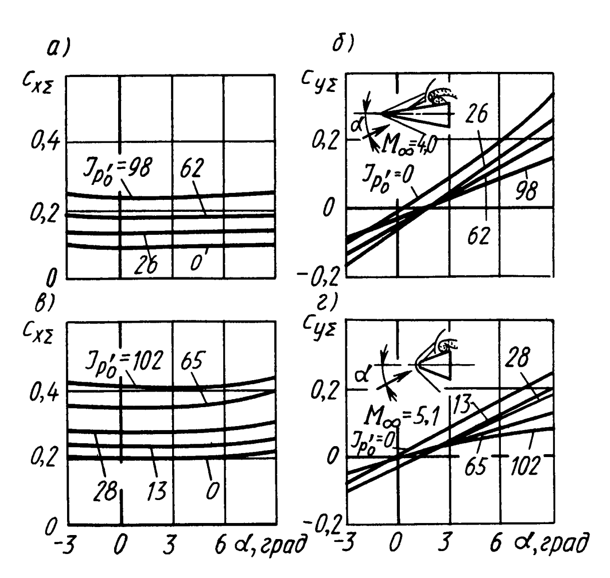


Рис. 6.2.14. Аэродинамические коэффициенты $c_{x\Sigma}$, $c_{y\Sigma}$ конусов при условии вдува встречных несимметричных струй в сверхзвуковой поток

практически одинаковым в диапазоне изменения указанных параметров $\beta_к$, $\bar{R}_з$ и $\mathbf{M}_\infty$.

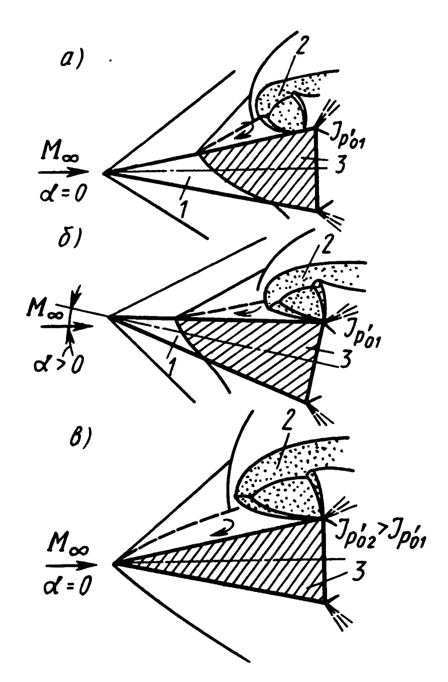


Рис. 6.2.15. Изменение размеров области отрыва от α и $J_{p'_0}$:

а, б — местный отрыв; *в* — полное отрывное обтекание; *1* — конус; *2* — струя; *3* — зона отрыва

Значение полного коэффициента (с учетом тяги) продольной силы $c_{x\Sigma}$ мало зависит от угла атаки α (для диапазона $-3° \leqslant \alpha \leqslant 9°$) и определяется в основном интенсивностью вдува струи $J_{p'_0}$ [или коэффициентом тяги $c_p = P_{max}/(q_\infty S_{мид})$]. С увеличением $J_{p'_0}$ пропорционально возрастает $c_{x\Sigma}$.

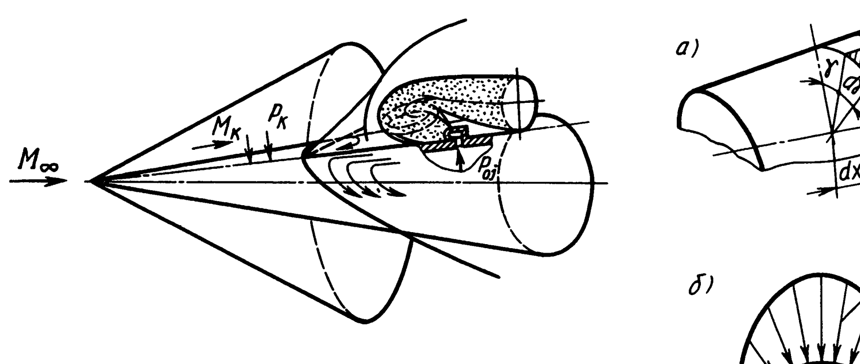
Сопоставление результатов испытаний, соответствующих числам $\mathbf{M}_\infty = 4{,}0$; 5,1 для конусов с различными радиусами затупления, показало, что доля интерференционного воздействия струй на изменение $c_{x\Sigma}$ мала по сравнению с величиной тяги, т. е. коэффициентом c_p, и в первом приближении можно считать, что $c_{x\Sigma} = c_{x0} + c_p$.

При вдуве встречной струи на подветренной поверхности возникает отрицательная нормальная сила, значение которой для данного конуса определяется интенсивностью $J_{p'_0}$, углом атаки и числом $\mathbf{M}_\infty$ (рис. 6.2.14, *б, г*). При постоянной интенсивности вдува зависимость $c_{y\Sigma}$ от α носит линейный характер. Перестройка структур течения с локального отрыва на полное отрывное обтекание не нарушает характера изменения $c_{y\Sigma}(\alpha)$, но приводит к появлению некоторых особенностей. Если при инжекции струи будет сохранена структура течения с локальным отрывом (например, кривые, соответствующие $J_{p'_0} < 30$ на рис. 6.2.14, *б, г*), то по мере увеличения α в случае ламинарного отрыва изменение $\Delta c_y = c_{y\Sigma} - c_{y0}(\alpha)$ (где $c_{y0}(\alpha)$ — коэффициент нормальной силы без вдува) практически остается постоянным. Это обусловлено увеличением зоны отрыва с подветренной стороны (рис. 6.2.15), что приводит к росту нормальной силы. Однако ее распространение отсюда на наветренную сторону вызывает появление избыточного положительного давления с нижней стороны конуса, которое компенсирует возможную нормальную силу со стороны вдува струи.

Когда отрывное течение, вызванное вдувом, распространено на всю поверхность конуса ($J_{p'_0} > 60$), то при $\alpha = 0$ нормальная сила близка к нулю. При увеличении угла атаки происходит трансформация структуры течения, приводящая к перераспределению параметров потока, что вызывает значительное изменение Δc_y.

Р а с ч е т а э р о д и н а м и ч е с к и х х а р а к т е р и с т и к. Рассмотрим случай обтекания конического тела под нулевым углом

атаки при такой интенсивности вдува струи, когда зона отрывного течения не достигает вершины конуса, а скачок уплотнения, индуцируемый струей, и отрыв пограничного слоя не влияют на форму головной ударной волны перед конусом. Схема течения при таком взаимодействии потока показана на рис. 6.2.16. Суммы нормальной и продольной сил, обусловленных вдувом струи, зависят от распределения по поверхности тела нормального давления, касательного напряжения и включают в себя соответствующие составляющие силы тяги. Пренебрегая силами трения в зоне отрыва, найдем



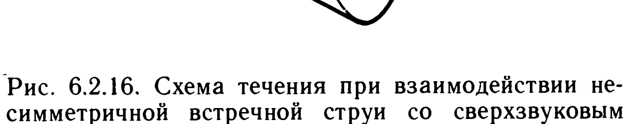


Рис. 6.2.16. Схема течения при взаимодействии несимметричной встречной струи со сверхзвуковым потоком на поверхности конуса

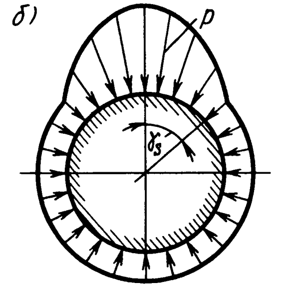


Рис. 6.2.17. Распределение давлений по конической поверхности

аэродинамические коэффициенты сил, обусловленных вдувом (рис. 6.2.17, *а*):

$$\Delta c_y = 2/(s_{мид} q_\infty)\Big[\int_{l'_{вз}}^{l'_S} (L-x)\mathrm{tg}\beta_к \int_0^{\gamma_S(x)} (p-p_к)\cos\gamma dx d\gamma +$$

$$+ \int_{-l'_д}^{l'_{вз}} (L-x)\mathrm{tg}\beta_к \int_0^{\pi} (p-p_к)\cos\gamma dx d\gamma + P(\sin\varepsilon)/2\Big], \qquad (6.2.3)$$

$$\Delta c_x = 2/(S_{мид} q_\infty)\Big[\int_{l'_{вз}}^{l'_S} (L-x)\mathrm{tg}^2\beta_к \int_0^{\gamma_S(x)} (p-p_к) d\gamma dx +$$

$$+ \int_{-l'_д}^{l'_{вз}} (L-x)\mathrm{tg}^2\beta_к \int_0^{\pi} (p-p_к) d\gamma dx + P(\cos\varepsilon)/2\Big], \qquad (6.2.4)$$

где $p_к$, p — соответственно давление перед зоной и в зоне отрыва на поверхности конуса; $S_{мид}$ — площадь миделевого сечения; $q_\infty =$

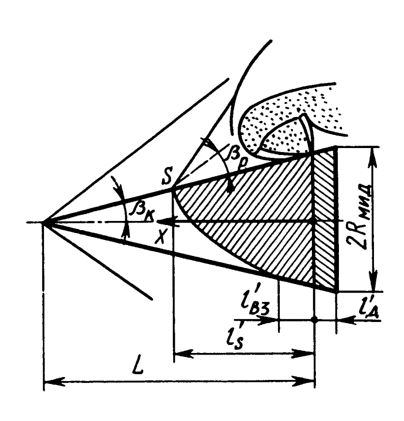


Рис. 6.2.18. Геометрические параметры зоны отрыва на поверхности конуса

$=(k\mathbf{M}_\infty^2/2p)_\infty$ — скоростной напор; $\beta_к$ — полуугол при вершине конуса; L — расстояние от вершины конуса (вдоль его оси) до выходного сечения сопла вдува; $\gamma_s(\hat{x})$ — уравнение линии отрыва на поверхности конуса (рис. 6.2.17, *б*); x — координата, отсчитываемая от центра отверстия инжекции вдоль оси конуса; $l'_s = l_s\cos\beta_к$; $l_{вз}' = l_{вз}\cos\beta_к$; l_s, $l_{вз}$ — длины зоны отрыва на поверхности конуса в плоскости симметрии, проходящей через сопло вдува (рис. 6.2.18); $l'_д = l_д\cos\beta_к$; $l_д$ — длина зоны выравнивания параметров потока за отверстием вдува; P — тяга, развиваемая при вдуве; ε — угол наклона оси сопла относительно продольной оси симметрии конуса.

Аэродинамические коэффициенты Δc_y и Δc_x вычисляются, если известны закон распределения давления, форма и геометрические размеры зон отрыва.

Анализ эпюр распределения давлений в возмущенных зонах при пространственном отрыве и конфигурации линий отрыва показал (см. § 3.5 и 5.2), что они могут быть аппроксимированы полиномами (в простейшем случае — второго порядка). С учетом вышесказанного и допущения, что перераспределение давления за отверстием инжекции незначительно влияет на суммарную аэродинамическую силу, соотношения (6.2.3) и (6.2.4) записывают в виде

$$\Delta c_y = B\Big[\int_{\bar{l}_{вз}}^{1}(\bar{L}-\bar{x})\,\mathrm{tg}\,\beta_к\int_0^{\gamma_S(\bar{x})}F_1(\bar{x},\gamma)\cos\gamma\, d\bar{x}\, d\gamma +$$

$$+\int_0^{\bar{l}_{вз}}(\bar{L}-\bar{x})\,\mathrm{tg}\,\beta_к\int_0^{\pi}F_1(\bar{x},\gamma)\cos\gamma\, d\bar{x}\, d\gamma\Big] + \tag{6.2.5}$$

$$+2(2/(k_j+1))^{1/(k_j-1)}\left(\lambda_j+\frac{1}{\lambda_j}\right)J\frac{\bar{S}_j}{k\mathbf{M}_\infty^2}\sin\varepsilon;$$

$$\Delta c_x = B\Big[\int_{\bar{l}_{вз}}^{1}(\bar{L}-\bar{x})\,\mathrm{tg}^2\beta_к\int_0^{\gamma_S(\bar{x})}F_1(\bar{x},\gamma)\, d\bar{x}\, d\gamma +$$

$$+\int_0^{\bar{l}_{вз}}(\bar{L}-\bar{x})\,\mathrm{tg}^2\beta_к\int_0^{\pi}F_1(\bar{x},\gamma)\, d\gamma\, d\bar{x}\Big]+2(2/(k_j+1))^{1/(k_j-1)}\times$$

$$\times\left(\lambda_j+\frac{1}{\lambda_j}\right)J\bar{S}_j/(k\mathbf{M}_\infty^2)\cos\varepsilon, \tag{6.2.6}$$

где

$$B=\frac{4l_S^2\cos^2\beta_к}{S_{мид}k\mathbf{M}_\infty^2}\left(\frac{p_p}{p_к}-1\right)\frac{p_к}{p_\infty};$$

$\tilde{p}_р = p_р/p_к = 1+0{,}5k\mathbf{M}_к^2\bar{p}_р^{лт}$ — относительное максимальное давление в зоне отрыва перед струей; $\bar{p}_p^{лт}$ — коэффициент давления в области отрыва, определяемый (4.2.19), (4.2.20) с учетом поправки на пространственный случай обтекания (см. § 3.5); $\mathbf{M}_\infty$, $\mathbf{M}_к$ — числа $\mathbf{M}$ соответственно в набегающем потоке и на поверхности конуса; $F_1(\bar{x};\ \gamma) = 1-\bar{x}^2-[(1+\bar{x})(\bar{L}-\bar{x})^2/m^2]\gamma^2\sin^2\beta_к)$ — функция характеризующая распределение давления в зоне отрыва; $\bar{x} = x/(l_S\cos\beta_к)$; $\bar{l}_{вз} = l_{вз}/l_S$; $\bar{L} = L/l_S\cos\beta_к$; $\bar{S}_j = S_j^*/S_{мид}$; S_j^* — площадь критического сечения сопла; m — отношение полуширины к длине зоны отрыва на развертке конуса, равное примерно 2 для турбулентного и 0,8 для ламинарного режимов течения; $J = p_{0j}/p_\infty$; p_∞ — статическое давление в невозмущенном потоке.

Для приближенных расчетов уравнение линии отрыва на конической поверхности

$$\gamma_S(\bar{x}) = (1-\bar{x})^{0,5}m/[(\bar{L}-\bar{x})\sin\beta_к].$$

Вычисление основных геометрических характеристик зоны отрыва, необходимых для расчета Δc_x и Δc_y и параметров вдуваемой струи, проводится с использованием уравнений сохранения (см. § 4.1). В расчетной модели принимаются следующие допущения: отсутствует смешение струи и основного потока; параметры течения в инжектируемой струе за отверстием инжекции изменяются по тем же законам, что и при центральном вдуве встречных струй, и в каждом промежуточном сечении струи равномерны; после разворота струя имеет направление, параллельное обтекаемой поверхности.

В общем виде для выделенного контрольного объема струи W (рис. 6.2.19) уравнения неразрывности и количества движения записываются аналогично (6.1.4) и (6.1.5). Считая процесс истечения стационарным, пренебрегая силами трения и массовыми силами, запишем

$$\rho_в V_в S_в = \rho_j V_j S_j, \qquad (6.2.7)$$

$$p_f S_{отр} + p_{ск}S_{ск} - p_b\left(S_b + \frac{p_д}{p_b}S_д\right) = \rho_j V_j^2\frac{\pi d_j^2}{4}\cos\varepsilon + \rho_b V_b^2 S_b, \qquad (6.2.8)$$

где p_f — осредненное давление, действующее на струю со стороны передней застойной зоны в области, ниже разделяющей линии тока (рис. 6.2.19); $p_{ск}$ — давление за головным скачком уплот-

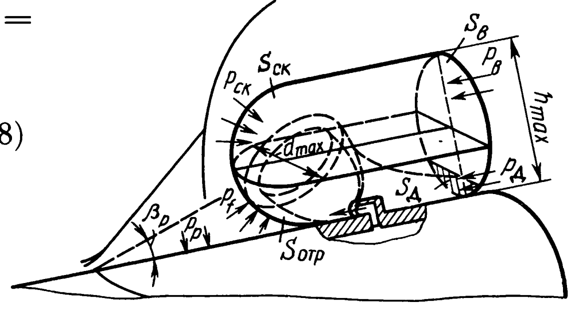


Рис. 6.2.19. Модель течения при взаимодействии с потоком встречной струи, инжектируемой в кормовой части конуса

нения выше разделяющей линии тока; $p_в$, $\rho_в$, $V_в$ — соответственно давление, плотность, скорость струи в выходном сечении контрольного объема W; ϱ_j; V_j — плотность и скорость струи; $p_д$ — давление в застойной зоне за отверстием инжекции; $S_{отр}$, $S_{ск}$, $S_д$, $S_в$ — площади частей поверхности объема W; d_j — диаметр сопла инжекции.

В результате решения системы уравнений (6.2.7) и (6.2.8) определяется глубина проникновения струи h_{max}, что позволяет найти геометрические параметры зоны отрыва — максимальную ее длину $l_S = k_l h_{max} \operatorname{ctg} \beta_р$, где k_l — коэффициент, учитывающий уменьшение длины зоны отрыва за счет пространственности течения (для турбулентного отрыва см. § 3.5, для ламинарного $k_l \approx 0{,}24$), уравнение линии отрыва на развертке конуса (см. § 3.5 и 5.2), а также в случае распространения отрывного течения на всю поверхность конуса и длину $l_{вз}$.

В расчетах поперечное сечение контрольного объема W будем считать эллиптическим с осями, равными максимальному диаметру струи d_{max} и высоте h_{max} (рис. 6.2.19). Экспериментально установлена зависимость для максимального диаметра струи, выражающаяся соотношением

$$\bar{d}_{max} = d_{max}/d_j = 0{,}4 - 0{,}0065 J_{p_б}^2 + 0{,}425 J_{p_б}, \qquad (6.2.9)$$

в котором $J_{p_б} = p_{0j}/p'_{0\infty}$ — интенсивность вдува; p_{0j}, $p'_{0\infty}$ — давление торможения соответственно в инжектируемой струе и за прямым скачком уплотнения, рассчитанное по параметрам невозмущенного потока.

С учетом указанных допущений уравнения (6.2.7) и (6.2.8) приводятся к виду

$$\frac{\tilde{p}_b \mathbf{M}_b \bar{n} \bar{h}_{max} \bar{d}_{max}}{\left(1 + \frac{k_j - 1}{2} \mathbf{M}_b^2\right)^{-0,5}} = J_k \left(1 + \frac{k_j - 1}{2} \mathbf{M}_j^2\right)^{-0,5(k_j+1)/(k_j-1)} \mathbf{M}_j; \qquad (6.2.10)$$

$$\frac{\bar{h}_{max} \bar{d}_{max}}{f_1(k_l)} \left\{ \tilde{p}_f \left[1 + \frac{\tilde{p}_{ск}}{\tilde{p}_p} (f_1(k_l) - 1) \right] - \right.$$
$$\left. - \tilde{p}_b f_1(k_l) \left[\bar{n} + \frac{\tilde{p}_д}{\tilde{p}_b} (1 - \bar{n}) + k_j \mathbf{M}_b^2 \bar{n} \right] \right\} =$$
$$= k_j J_k \mathbf{M}_j^2 \left(1 + \frac{k_j - 1}{2} \mathbf{M}_j^2\right)^{-k_j/(k_j-1)} \cos \varepsilon, \qquad (6.2.10а)$$

где $\tilde{p}_f = p_f/p_к$; $\tilde{p}_b = p_b/p_к$; $\tilde{p}_{ск} = p_{ск}/p_к$;

$$\bar{h}_{max} = h_{max}/d_j; \quad \bar{n} = S_b/S; \quad J_k = p_{0j}/p_к; \quad f_1(k_e) = \frac{1}{f(k_l)};$$

$$f(k_l) = \frac{S_{отр}}{S} = \left\{ 0{,}5 - \frac{\arcsin(1 - 2k_l)}{\pi} - \frac{0{,}5 \sin[2 \arcsin(1 - 2k_l)]}{\pi} \right\},$$

где S — площадь поперечного сечения контрольного объема W.

Число Маха вторичного потока $\mathbf{M}_{в}$ в выходном сечении контрольного объема W определяется из условия расширения инжектируемой струи до давления $p_{в} = p_{к}$, т. е. $\tilde{p}_{в} = 1$. При этом необходимо учитывать потери полного давления за диском Маха в струе, т. е.

$$\mathbf{M}_{в} = \{2/(k_j - 1)[(J_k/J_{pб})^{(k_i-1)/(k_i)} - 1]\}^{0,5}. \qquad (6.2.11)$$

Значения характерных давлений $\tilde{p}_f$, $\tilde{p}_{д}$, $\tilde{p}_{ск}$, действующих на контрольных поверхностях объема W, определяются известными методами (см. § 5.1 и 5.8) теорий отрывных течений и скачков уплотнений.

Из (6.2.10)...(6.2.11) определяется относительная высота проникновения встречной струи:

$$\bar{h}_{max} = \frac{C/A + DF_1 f_1(k_i) + f_1(k_i) F_1 (1 - \tilde{p}_{д})}{K_1 - f_1(k_i)\tilde{p}_{д}}, \qquad (6.2.12)$$

где

$$C = k_j J_k \mathbf{M}_j^2 \left(1 + \frac{k_j - 1}{2} \mathbf{M}_j^2\right)^{-\frac{k_j}{k_j - 1}} \cos\varepsilon;$$

$$A = \frac{\bar{d}_{max}}{f_1(k_i)}; \quad D = \frac{2k_j}{k_j - 1}\left[(J_k/J_{pб})^{\frac{k_j - 1}{k_j}} - 1\right];$$

$$F_1 = \frac{J_k \left(1 + \frac{k_j - 1}{2} \mathbf{M}_j^2\right)^{-0,5 \cdot \frac{k_i + 1}{k_i - 1}} \mathbf{M}_j}{\bar{d}_{max} \left\{ \frac{2}{k_j - 1}\left[\left(J_k/J_{pб}\right)^{\frac{k_i - 1}{k_i}} - 1\right]\right\}^{0,5} \left(J_k/J_{pб}\right)^{0,5\frac{k_i - 1}{k_i}}},$$

$$K_1 = \tilde{p}_f \left[1 + \frac{\tilde{p}_{ск}}{\tilde{p}_f} (f_1(k_i) - 1)\right].$$

По соотношениям (4.2.19) или (4.2.20) находим коэффициенты максимального давления для зоны отрывного течения перед струей и, предполагая, что это течение близко к коническому, из формулы

$$\bar{p}_p^{лт} = (0{,}0016 + 0{,}002\mathbf{M}_{к}^{-2})\beta_p^{1,7} \qquad (6.2.13)$$

определяем угол β_p (в градусах), а следовательно, и l_S. Из (5.2.24) $\tilde{p}_{д} = 1/\mathbf{M}_{к} - 0{,}1$. Подставляя полученные значения параметров в (6.2.5) и (6.2.6), вычисляем значения приращений аэродинамических коэффициентов Δc_x и Δc_y.

§ 6.3. ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОТОКОВ НА ЛОБОВУЮ ПОВЕРХНОСТЬ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ (БЛОЧНОМ) ВДУВЕ ВСТРЕЧНЫХ СТРУЙ

Для торможения спускаемых аппаратов в разреженных атмосферах планет одной из перспективных считается система, состоящая из затупленного конического обтекателя (лобового экрана) и тормозной двигательной установки. В зависимости от конструктивных особенностей аппаратов и траекторий их спуска возможно использование различных систем торможения с применением одного (например, центрального) или нескольких двигателей (блочный вдув), работающих в режиме симметричного истечения или с *разнотяговым функционированием,* обеспечивающим управление спускаемым аппаратом.

Вдув блока встречных струй в сверхзвуковой поток приводит к сложной структуре обтекания тела, вызванной не только интерференцией струй с набегающим потоком, но также их совместным взаимодействием. На параметры отрывных течений и аэродинамические характеристики обтекателей первостепенное влияние оказывают количество и расположение двигателей.

На рис. 6.3.1 показано изменение суммарного коэффициента $c_{x\Sigma}$ продольной силы (включая и тягу P), воздействующей на лобовую поверхность обтекателей, от коэффициента тяги $c_P = P/(q_\infty S_{мид})$ для различных комбинаций встречного вдува блочных струй.

При $M_\infty = 2$ и работе одного тормозного двигателя (кривая *6*) [7] с ростом его тяги (c_P) суммарная продольная сила сначала уменьшается, что связано со значительным снижением уровня давления на лобовой поверхности (по сравнению со случаем отсутствия центральной струи) за счет отрыва течения. При дальнейшем увеличении $c_p \geqslant 1$ коэффициент c_{x_Σ} становится примерно равным значению коэффициента тяги, т. е. при $c_p \geqslant 1$ аэродинамическими эффектами от взаимодействия струй с набегающим потоком можно пренебречь. Коэффициент $c_{x\Sigma}$ для обтекателя, имеющего три периферийных двигателя (кривые *2* ... *4*), в диапазоне изменения $0 \leqslant c_p \leqslant 2{,}5$ существенно выше, чем при отсутствии струи ($c_p = 0$), и выше значения $c_{x\Sigma}$ для обтекателя с

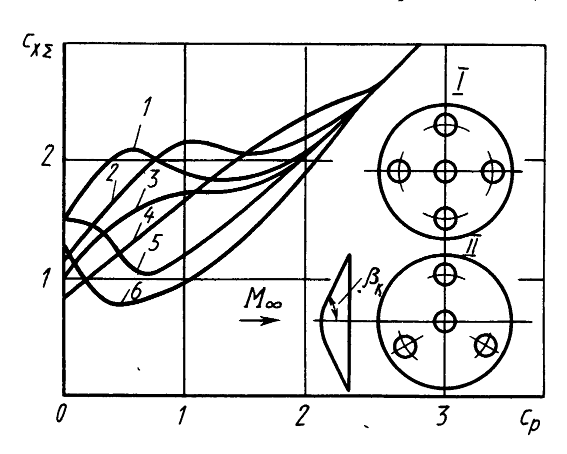


Рис. 6.3.1. Зависимость коэффициента c_{x_Σ} от коэффициента тяги при $\alpha = 0°$:

модель I ($\beta_к = 70°$): *1* — четыре периферийные струи ($M_\infty = 2{,}04$); *5* — пять струй ($M_\infty = 2{,}04$); модель II ($\beta_к = 60°$); *2, 4, 3* — три периферийные струи (соответственно $M_\infty = 2$; 1,5; 1,05); *6* — одна центральная струя ($M_\infty = 2$)

одним центральным двигателем. Это объясняется тем, что каждый из инжектируемых потоков отклоняется в сторону от центра обтекателя, уменьшая искривление головного скачка уплотнения и повышая давление на лобовой поверхности. Для определения влияния струй тормозных двигателей на аэродинамические характеристики таких лобовых экранов были проведены исследования при различных числах **М** и режимах работы двигательных установок. Испытывались аэродинамические обтекатели, имеющие компоновочную схему с четырьмя и пятью сопловыми устройствами. Импульс струй регулировался давлением и критической площадью. Полуугол раствора затупленного обтекателя составлял 70°. Некоторые из результатов проведенных испытаний для $\mathbf{M}_\infty = 2{,}04$ представлены на рис. 6.3.1. При одинаковой тяге всех четырех двигателей (кривая *1*) коэффициент $c_{x\Sigma}$ изменялся аналогично коэффициенту продольной силы лобового экрана с тремя двигателями. Наличие центральной струи при работе четырех периферийных двигателей существенно уменьшает лобовое сопротивление (кривая *5*), оказывая такое же воздействие на аэродинамические характеристики, как центральная одиночная струя.

Определенный интерес представляют режимы, при которых коэффициенты тяги или интенсивности вдува $J_{pб} = p_{0j}/p'_{0\infty}$ принимают малые ($J_{pб} < 20$) и средние ($20 < J_{pб} < 120$) значения. Подобные условия могут возникнуть, например, при запуске тормозных двигателей или в момент отсечки тяги. Кроме того, возможны режимы торможения и управления полетом СА с использованием двигателей малой тяги.

Рассмотрим некоторые результаты экспериментальных исследований аэродинамических характеристик лобовых обтекателей спускаемых аппаратов с работающими тормозными двигательными установками в режиме малой тяги [20, 1978, № 1].

Исследуемая модель спускаемого аппарата имела лобовой обтекатель в виде сферического сегмента с относительным радиусом затупления $\bar{R}_з = R_з/R_{мид} = 3$. Тормозная установка состояла из пяти двигателей. Ось центрального сопла совпадала с осью симметрии модели. Четыре других сопла были разнесены на одинаковые расстояния от центра и располагались по периферии сферического сегмента. Измерялись лишь аэродинамические составляющие сил (c_x, c_y) и момента (m_z) без учета воздействия тяги тормозной двигательной установки.

На срезе центрального и боковых сопл соответственно числа $\mathbf{M}_ц = 4{,}08$ и $\mathbf{M}_б = 4{,}33$. В качестве рабочего тела использовался воздух. Испытания проводились при числах $\mathbf{M}_\infty = 1{,}5$; $1{,}8$; $2{,}0$. Числа **Re**, определенные по параметрам невозмущенного потока и отнесенные к единице длины, составляли $23 \cdot 10^6$; $25{,}7 \cdot 10^6$ и $27{,}2 \times 10^6$ м$^{-1}$. Углы атаки менялись от 0 до +12°, а на некоторых режимах от −4 до +8°. Диапазон значений $J_{pб}$ для модели с четырьмя двигателями составил $0 \leqslant J_{pб} \leqslant 27$, а для установки с пятью сопла-

ми — $0 \leqslant J_{рб} \leqslant 123$. Модель устанавливалась в аэродинамической трубе так, что боковые двигатели тормозной установки располагались по «+»-образной схеме.

Теневые фотографии поля течения около модели СА как с заглушенными соплами (рис. 6.3.2, *а*), так и с работающими четырьмя двигателями при различных значениях $J_{рб}$ (рис. 6.3.2, *б, в*) показывают, что картины обтекания различаются незначительно. Можно отметить, что струи лишь несколько увеличивают отход ударной волны от сферического носка. Как показали оптические исследования, форма ударной волны в этом случае описана поверхностью второго порядка. Была получена универсальная зависимость отношения радиуса кривизны ударной волны вблизи оси симметрии аппарата $R_в$ к отходу этой ударной волны от носка аппарата S_0: $R_в/S_0 = 5{,}02$.

Анализ фотографий несимметричного обтекания модели СА позволил выявить, что форма головной ударной волны при малых $J_{рб}$ и α практически не отличается от случая, когда $\alpha = 0$. Увеличение значения $J_{рб} > 20$ приводило к существенному искажению картины течения, особенно при $\alpha > 8°$.

Наличие центральной струи (тормозная двигательная установка с пятью двигателями) изменяло картину обтекания даже при малых значениях $J_{рб}$ (рис. 6.3.3). При постепенном увеличении $J_{рб}$ головной скачок отодвигался от носка модели на значительное расстояние.

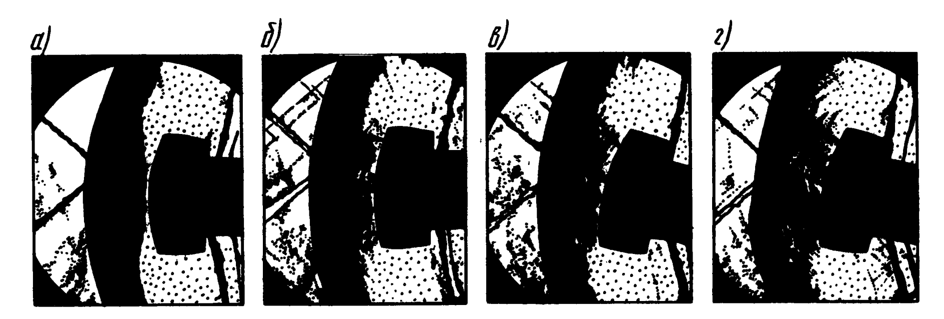


Рис. 6.3.2. Теневые фотографии обтекания модели при $M_\infty = 1{,}5$ и четырех работающих тормозных двигателях:

а — $\alpha = 0°$; $J_{рб} = 0$; *б* — $\alpha = 0°$; $J_{рб} = 19$; *в* — $\alpha = 12°$; $J_{рб} = 19$; *г* — $\alpha = 12°$; $J_{рб} = 27$

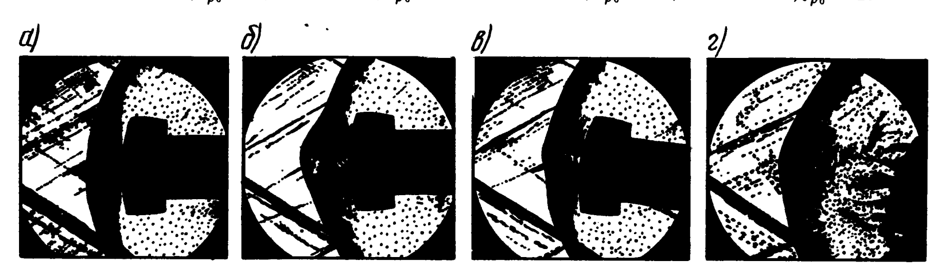


Рис. 6.3.3. Теневые фотографии обтекания модели летательного аппарата при $M_\infty = 2$ и пяти работающих тормозных двигателях:

а — $\alpha = 0°$; $J_{рб} = 0$; *б* — $\alpha = 0°$; $J_{рб} = 15$; *в* — $\alpha = 8°$; $J'_{рб} = 15$; *г* — $\alpha = 8°$; $J_{рб} = 123$

Струи, истекавшие из пяти сопл, смыкались на расстоянии порядка 0,8 $R_{мид}$.

Испытания показали, что коэффициент продольной силы модели обтекателя с заглушенными соплами ($c_P=0$, $c_x=1{,}52$) и при работе четырех двигателей в режиме малой тяги практически не зависит от величины $J_{pб}$ во всем исследованном диапазоне ее изменения (рис. 6.3.4). Введение центральной струи приводит к уменьшению c_x начиная со значения $J_{p'б}=5$. Существенное влияние на коэффициент c_x оказывает угол атаки. Даже небольшое отклонение модели ($\alpha\sim 8°$) приводит к возрастанию c_x почти вдвое по сравнению с c_x при нулевом угле атаки.

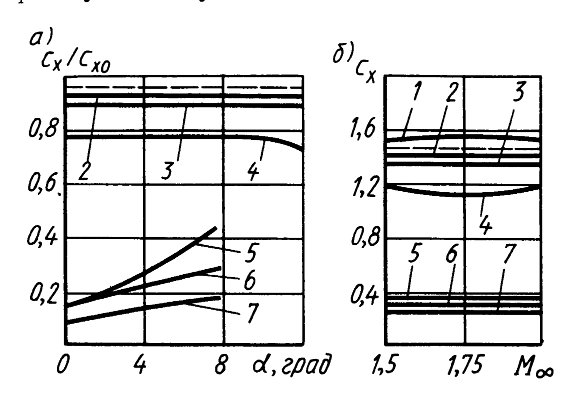


Рис. 6.3.4. Зависимость коэффициента продольной силы при различных значениях $J_{pб}$ от угла атаки (*а*), от числа M_∞ при $\alpha=0°$ (*б*):

— — — — — для четырех двигателей ($5\leqslant J_{pб}\leqslant 127$); ——— — для пяти двигателей; *1* — $J_{pб}=0$; *2* — $5\leqslant J_{pб}\leqslant 9$; *3* — $J_{pб}=15$; *4* — $J_{pб}=24$; *5* — $J_{pб}=75$; *6* — $J_{pб}=101$; *7* — $J_{pб}=123$

Рис. 6.3.5. Зависимость коэффициента момента тангажа m_z при различных значениях $J_{pб}$ от угла атаки α при $M_\infty=2{,}0$:

1 — $J_{pб}=0$; *2* — $J_{pб}=123$; *3* — $J_{pб}=101$, *4* — $J_{pб}=75$

Характер изменения c_x для четырех и пяти работающих двигателей показывает, что центральная струя играет роль газообразной иглы и уменьшает волновое сопротивление модели. Такой механизм во многом подобен воздействию одиночной встречной струи на сверхзвуковой поток (см. § 6.1).

Струи периферийных двигателей взаимодействуют с головным скачком уплотнения в зоне, где угол поворота набегающего потока значительно отличается от нуля, поэтому даже при $\alpha=0$ они интенсивно сносятся от центра.

Зависимость коэффициента продольной силы от числа M_∞ невозмущенного потока представлена на рис. 6.3.4, *б*, из которого видно, что число M_∞ мало влияет на c_x как в случае работы пяти, так и четырех сопл.

Было установлено, что моментные характеристики при $J_{pб}<20$ в случае четырех и $J_{pб}\leqslant 10$ в случае пяти двигателей практически не зависят от величины $J_{pб}$ и совпадают с моментными характеристи-

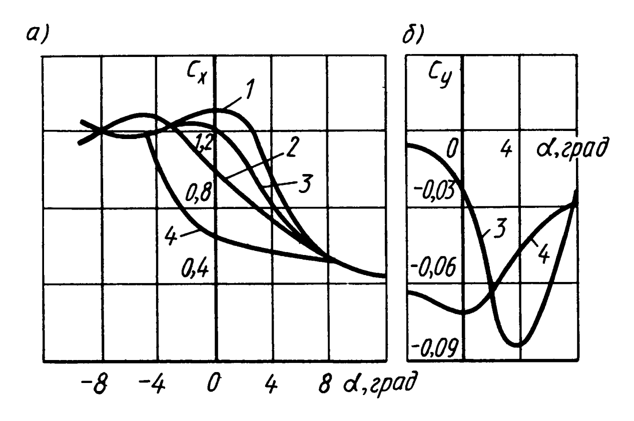


Рис. 6.3.6. Зависимость аэродинамических коэффициентов $c_x(a)$ и $c_y(б)$ от угла атаки при $M_\infty = 3$:

1 — $J_{p0} = 83,4$; *2* — $J_{p0} = 166,3$; *3* — $J_{p0} = 83,5$; *4* — $J_{p0} = 166$ — для двух струй

ками модели СА без струй. Величина момента тангажа для пятисопловой установки оказалась чувствительна к изменению числа M_∞. На четырехсопловой модели этого не наблюдалось.

Графики на рис. 6.3.5 иллюстрируют изменение коэффициента момента тангажа пятисопловой установки для средних значений J_{p0}. Здесь же приведены моментные характеристики модели СА конической формы при инжекции струи, имеющей $c_p = 1$ через одно центральное сопло (штриховая линия).

Сравнение приведенных данных показывает, что наличие центральной струи увеличивает статическую устойчивость аппарата, а присутствие боковых двигателей сказывается незначительно. Использование для торможения летательных аппаратов инжекции блочных струй позволяет за счет их дросселирования управлять нормальной силой и моментом.

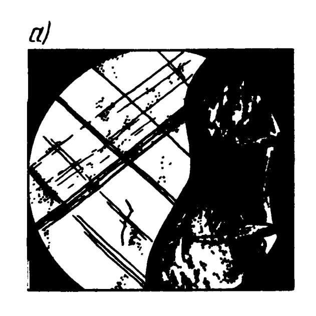
На рис. 6.3.6, *а* показано изменение аэродинамической составляющей c_x коэффициента продольной силы от угла атаки при $M_\infty = 3,0$ и различных комбинациях работы управляющих двигателей. Исследования проводились при функционировании двигателей, расположенных только в вертикальной плоскости и имеющих разные тяги, а также совместно с включенными боковыми двигателями. Для всех представленных случаев *коэффициент разнотяговости,* определяемый выражением

$$\bar{c}_т = \frac{z(M_j^в)}{z(M_j^н)} \frac{S_в^*}{S_н^*}$$

(где $z(M_j^в)$, $z(M_j^н)$ — газодинамические функции полного приведенного импульса соответственно верхнего и нижнего двигателей; $S_в^*$, $S_н^*$ — площади их критического сечения), равен 0,18, а $\beta_к = 70°$. Для боковых струй $\bar{c}_т^б = 1$. Характер изменения зависимостей c_x от α для различных интенсивностей вдува $J_{p0_j} = p_{0j}/p'_{0\infty}$ (где p_{0j} — давление торможения в инжектируемой струе; $p'_{0\infty}$ — полное давление в набегающем потоке с учетом потерь в прямом скачке уплотнений) остается одинаковым. Для некоторых диапазонов отрицательных и положительных углов атаки коэффициент c_x практически не зависит от J_{p0}, так как наиболее интенсивная нижняя струя при $\alpha < -4°$ сносится основным потоком и не вызывает су-

щественного перераспределения давления на обтекателе, а при $\alpha > +8°$ полностью затеняет лобовой экран. Однако при изменении $-4° < \alpha < +4°$ нижняя струя, выполняя роль аэродинамической иглы (см. § 6.1), значительно уменьшает давление только лишь на части лобовой поверхности. Поэтому возрастание параметра $J_{pб}$ и угла атаки приводит к увеличению площади застойных зон, создаваемых интенсивной нижней струей на обтекателе, а следовательно, и к резкому падению c_x. Теневые фотографии спектров течения при взаимодействии потоков показаны на рис. 6.3.7.

а)



б)

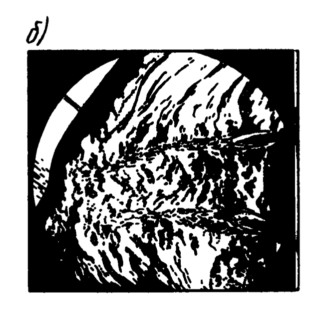


Рис. 6.3.7. Теневые фотографии спектров обтекания сегментально-сферических обтекателей при разнотяговой инжекции струй ($\mathbf{M}_\infty = 1{,}5$; $\bar{c}_т = 0{,}62$; $\alpha = 0°$):

а — $J_{pб} = 70$; *б* — $J_{pб} = 140$

Коэффициенты нормальной силы c_y для двух работающих двигателей ($\bar{c}_т = 0{,}18$) приведены на рис. 6.3.6, *б*. Характер изменения c_y в интервале $-4° < \alpha < +4°$ в значительной мере зависит от интенсивности вдува $J_{pб}$.

§ 6.4. УПРАВЛЕНИЕ ОТРЫВНЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ ВДУВОМ ПОПЕРЕЧНЫХ СТРУЙ

Структуры взаимодействия струи со сверхзвуковым потоком. Вдув поперечных струй в набегающий поток применяется для управления аэродинамическими характеристиками летательных аппаратов. В этом случае управляющее усилие складывается из двух составляющих, определяемых силой тяги и перераспределением давления по обтекаемой поверхности. Как правило, направление действия этих усилий совпадает, и поэтому суммарное управляющее усилие превосходит по своему значению силу тяги иногда в несколько раз.

Со струйным взаимодействием также связаны разделение ступеней при работе двигательной установки (образование так называемой веерной струи), смешение компонентов топлива в прямоточных воздушно-реактивных двигателях, управление вектором тяги (вдув газа и впрыск жидкости в сопло), защита элементов конструкций летательных аппаратов от теплового воздействия потоков (газовые завесы) и т. д.

В зависимости от цели и назначения поперечный вдув газа может осуществляться через щелевое и круглое сопло или при их комбинации. Однако в том и другом случае проявляются общие закономерности и особенности, характерные для плоских и про-

странственных отрывных течений, возникающих перед инжектируемой струей.

Характер взаимодействия струи с набегающим потоком зависит от интенсивности вдува, характеризующейся отношением давлений p_{0j}/p_1, числа $\mathbf{M}_j$ вдува, параметров набегающего потока $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{Re}_x$, конфигурации и расположения отверстия (сопла) для вдува (см. § 6.9).

Экспериментально установлено, что если интенсивность вдува мала (давление p_{0j} незначительно превышает статическое давление p_1), то в набегающем сверхзвуковом потоке возникает присоединенный к передней кромке отверстия инжекции скачок уплотнения. Такой слабый скачок, как правило, не способен вызвать отрыв пограничного слоя перед вдуваемой струей. В любом сечении инжектируемой струи до ее полного разворота параллельно стенке сопла скорость течения остается дозвуковой. Постепенное увеличение давления в струе приводит к образованию в некотором ее промежуточном сечении местной звуковой скорости и перемещению этого критического сечения к отверстию инжекции. Давление за головным скачком уплотнения возрастает, и возникает возможность отрыва потока перед инжектируемой струей. Дальнейший рост p_{0j} вызывает образование области явно выраженного отрыва, при этом скорость истечения струи из отверстия инжекции будет звуковой.

На рис. 6.4.1 показаны зоны существования рассмотренных моделей течения в зависимости от параметра p_{0j}/p_1, чисел $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{Re}_x = V_1 x/\nu_1$ (где x — расстояние от начала образования пограничного слоя до передней кромки отверстия вдува) набегающего потока.

Зона *I* соответствует режиму течения, при котором не достигается местная скорость звука ни в одном промежуточном сечении струи. Эта зона ограничена линией ab зарождения отрыва основного потока, положение которой зависит от числа $\mathbf{Re}_x$ (при $\mathbf{Re}_x = 10^8$, например, это будет линией $a'b'$), а также линией bm, когда в струе скорость достигает звуковой. Зона *II* отвечает режимам, при которых в некотором промежуточном сечении струи существует местная скорость звука. Сверху она ограничена линией зарождения отрыва bc. Для зоны *III* характерно наличие отрыва перед инжектируемой струей. Верхняя граница этой зоны df (или kn) определяется равенством давления в области смешения оторвавшегося основного потока и критического давления в струе. Зона *IV* соответствует условиям истечения звуковой недорасширенной струи в сверхзвуковой поток.

Течение в каждой из зон представляется своей моделью. По мере уменьшения интенсивности вдува модели делаются менее сложными, причем каждая последующая получается из предыдущей за счет упрощения в структуре течения.

Картина взаимодействия поперечной недорасширенной струи

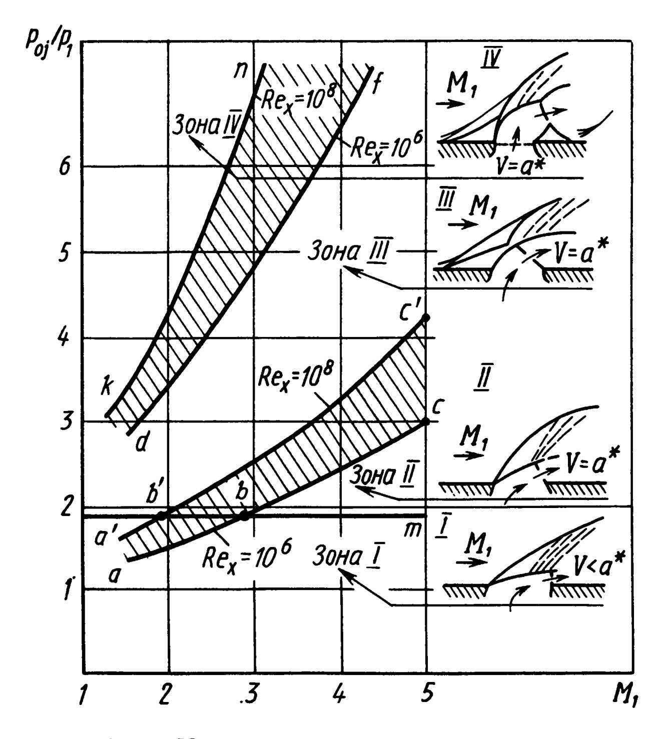


Рис. 6.4.1. Изменение структуры течения при взаимодействии струи со сверхзвуковым потоком в зависимости от интенсивности вдува, чисел $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{Re}_x$ ($k_1 = 1{,}4$)

(звуковой, сверхзвуковой) со сверхзвуковым потоком отличается большой сложностью (рис. 6.4.2). Перед струей *4*, служащей своеобразной преградой, поток тормозится, в результате чего возникает положительный градиент давления, вызывающий отрыв пограничного слоя в точке *S*. При этом образуются передняя застойная зона *1* и скачок уплотнения *2*. Сама струя под воздействием потока поворачивается и на некотором расстоянии вниз по потоку соприкасается с обтекаемой поверхностью в точке *R*, создавая еще одну заднюю застойную зону *6* с пониженным давлением. В потоке газа и в струе инжектируемого вещества можно наблюдать также скачки уплотнения *5, 8,* волны разрежения *7*.

На форму инжектируемой струи в области над обтекаемой поверхностью оказывает влияние соотношение размеров выходного сечения сопла Δ и пограничного слоя δ (масштабный фактор). Если $\Delta \leqslant \delta$, то расширение струи (образование бочкообразной структуры) происходит в пределах высоты зоны отрывного течения, т. е. в области низкоэнергетического течения, в котором давление равно p_p. В этом случае не наблюдается существенной деформации самой струи и форма ее близка к форме, соответствующей истечению в неподвижную среду (рис. 6.4.2, *а*). При $\Delta > \delta$ струя находится в поле действия не только отрывного течения, но и основного потока.

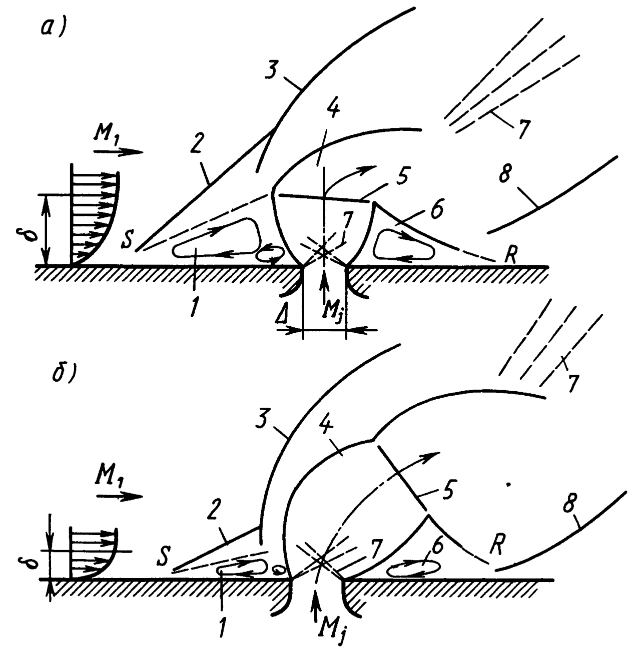


Рис. 6.4.2. Схемы течения при вдуве недорасширенной струи в сверхзвуковой поток:
а — $\Delta/\delta \leqslant 1$; *б* — $\Delta/\delta > 1$

Перед ней возникает достаточно сильный скачок уплотнения *3*, близкий по своим параметрам к прямому, что приводит к искривлению оси струи и отклонению ее от вертикали (рис. 6.4.2, *б*) [46, 1966, № 11].

Рассмотренные структуры течения характерны при вдуве как плоских, так и осесимметричных (круглых) струй. Однако при инжекции струй через круглые сопла за счет пространственного обтекания процессам взаимодействия потоков присущи свои особенности (висящие скачки в струе, эффекты трехмерного отрыва и пр.).

В качестве параметров, характеризующих инжекцию поперечных струй газа, обычно рассматривают длину и конфигурацию зоны отрывного течения, форму струи, положение оси струи и глубину ее проникновения в поток, распределение давления в окрестности сопла инжекции. Перечисленные параметры в конечном счете оказывают влияние на составляющую управляющего усилия, обусловленную аэродинамическим интерференционным взаимодействием между струей и потоком. Для характеристики этого взаимодействия и оценки эффективности вдува используют показатели, называемые коэффициентом усиления $K_у$ и приведенным единичным импульсом Ф.

Коэффициент усиления и приведенный единичный импульс. Эффективность работы органов управления, использующих вдув

газа или впрыск жидкости, определяется рядом безразмерных параметров, важнейшими из которых являются коэффициент усиления

$$K_у = Y/P_{вд}, \tag{6.4.1}$$

где Y — управляющее усилие; $P_{вд}$ — сила тяги, реализуемая при инжекции (иногда вместо $P_{вд}$ применяют максимальное значение P_{max}, соответствующее истечению в вакуум), а также приведенный единичный импульс (при вдуве в сверхзвуковое сопло)

$$\Phi = J'_1/J_1, \tag{6.4.2}$$

где J_1 — единичный импульс двигательной установки;

$$J'_1 = Y/(g\dot{m}_j). \tag{6.4.3}$$

Здесь $\dot{m}_j$ — массовый расход инжектируемого рабочего тела.

Для определения коэффициента $K_у$ воспользуемся выражением $Y = \Delta Y + P_{вд} \cos\varepsilon_1$, в котором ΔY — составляющая управляющего усилия, вызванного перераспределением давления на стенке; ε_1 — угол между осью y и осью отверстия (рис. 6.4.3). С учетом этого

$$K_у = \cos\varepsilon_1 + \Delta Y/P_{вд}. \tag{6.4.4}$$

Коэффициент усиления показывает, во сколько раз управляющее усилие больше тяги, реализуемой при вдуве. При благоприятных условиях его величина может достигать значений 2...2,5 и более.

Для определения приведенного единичного импульса подставим в (6.4.2) значение J'_1 из (6.4.3) и примем во внимание, что $J_1 = P/(g\dot{m})$, где P и $\dot{m}$ — соответственно тяга и массовый расход двигательной установки. Тогда

$$\Phi = (Y/P)/(\dot{m}_j/\dot{m}). \tag{6.4.5}$$

Вводя безразмерные величины управляющего усилия $\bar{Y} = Y/P$ (эффективность органа управления) и относительный расход $\bar{\dot{m}}_j = \dot{m}_j/\dot{m}$, будем иметь вместо (6.4.5)

$$\Phi = \bar{Y}/\bar{\dot{m}}_j. \tag{6.4.6}$$

Если воспользоваться понятием единичного импульса инжектируемого вещества $J_{1j} = P_{вд}/(g\dot{m}_j)$, то, комбинируя (6.4.1)....(6.4.3), можно найти следующую зависимость, связывающую приведенный единичный импульс с коэффициентом усиления:

$$\Phi = K_у J_{1j}/J_1. \tag{6.4.7}$$

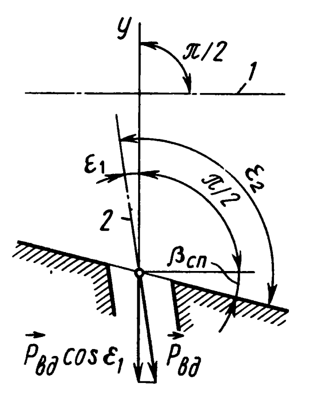


Рис. 6.4.3. Схема расположения отверстия инжекции в сопле:

1 — ось симметрии сопла; 2 — ось отверстия для инжекции

Для вычисления значения J_{1j} следует воспользоваться зависимостью

$$J_{1j}=[z(\lambda_j)/g]\sqrt{2[(k_j+1)/k_j]R_jT_{0j}}, \qquad (6.4.8)$$

где $z(\lambda_j)$ — газодинамическая функция.

Из формул (6.4.1)...(6.4.8) видно, что при заданных параметрах инжектируемого вещества (k_j, R_j. T_j, p_{0j}), а также силе тяги и массовом расходе топлива двигательной установки (P и $\dot{m}$) для определения бокового управляющего усилия Y достаточно знать либо коэффициент усиления K_y, либо приведенный единичный импульс Φ.

Проанализируем влияние температуры инжектируемого рабочего тела. Для этого рассмотрим формулы (6.4.7) и (6.4.8), преобразовав которые получим

$$\Phi\sim\sqrt{(R_jT_{0j})/(RT_0)}. \qquad (6.4.9)$$

В соответствии с этой зависимостью чем выше температура инжектируемого вещества, тем больше приведенный единичный импульс, а следовательно, и управляющее усилие при заданном расходе $\dot{m}_j$. Поэтому для увеличения эффективности вдува применяют горячие газы, получаемые либо при сжигании высокотемпературных топлив, либо путем отбора из камеры двигательной установки.

Для оценки зависимости управляющего усилия от отношения теплоемкостей инжектируемого вещества k_j воспользуемся соотношением

$$\Phi\sim\sqrt{(1+1/k_j)/(1+1/k)}. \qquad (6.4.10)$$

Оно показывает, что при изменении k_j и k в пределах от 1,2 до 1,6 значение (6.4.10) может отличаться от единицы на 0,06, т. е. влияние k_j на Φ невелико.

Формулы (6.4.9) и (6.4.10) позволяют учитывать изменение управляющих усилий при переходе от модельных испытаний органа управления на холодном воздухе к натурным исследованиям на горячем газе.

Вдув газа из щелевых сопл. Результаты экспериментальных исследований. На рис. 6.4.4 представлены графики распределения давления в областях взаимодействия плоской звуковой струи переменной интенсивности со сверхзвуковым потоком при числе $\mathbf{M}_1=3{,}5$ [33, 1968, № 2]. Для всех случаев характерно существование *зон повышенного давления перед струей и пониженного за ней.* С увеличением интенсивности вдува возрастают протяженности как передней, так и донной зон отрывных течений, при этом донное давление уменьшается. Изменение интенсивности в диапазоне $p_{0j}/p_1>60$ практически не влияет на

давление в области отрыва перед струей, а также на угол скачка уплотнения θ_c (следовательно, и на угол отклонения потока при отрыве), обусловленного отрывом основного течения перед струей. Величина угла θ_c зависит лишь от числа $\mathbf{M}_1$, с увеличением которого θ_c уменьшается (рис. 6.4.5) [33, 1967, № 11].

На распределение давления около щелевого сопла инжекции оказывает влияние угол наклона оси сопла ε_2, отсчитываемый относительно обтекаемой поверхности (рис. 6.4.6). Если струя наклонена по потоку, что $\varepsilon_2 < 90°$, если против, то $90° < \varepsilon_2 < 180°$. С уменьшением ε_2 струя вносит меньшие возмущения в поток, что вызывает сокращение зоны повышенного давления перед струей и пониженного за ней. Так, что при различных углах ε_2 характер изменения и значения давления в зоне отрыва почти не меняются и остаются примерно одинаковыми.

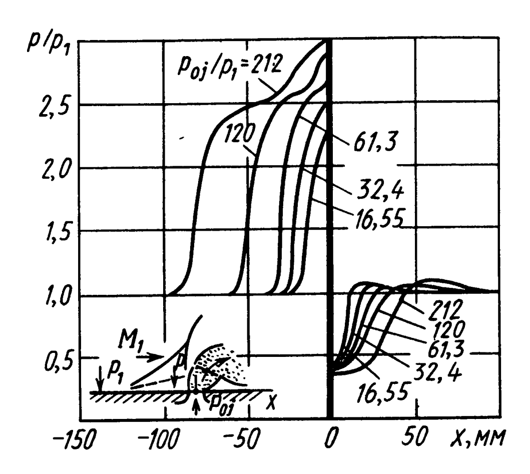


Рис. 6.4.4. Распределение статического давления при вдуве звуковой струи переменной интенсивности ($\mathbf{Re}_l = 0{,}9 \cdot 10^6$; $\Delta = 0{,}277$ мм; $l = 228$ мм, вдуваемый газ — азот)

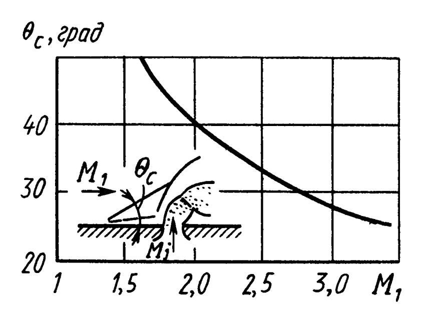


Рис. 6.4.5. Влияние числа $\mathbf{M}_1$ на угол наклона скачка уплотнения, вызванного отрывом потока перед струей

При рассмотрении струйных взаимодействий выбирается условная масштабная длина, называемая *глубиной проникновения инжектируемого потока в основное течение.* В расчетах аэродинамических сил и моментов ее можно использовать как эквивалентную высоту твердой преграды, по которой определяется длина зоны отрывного течения. За глубину проникновения выбирается расстояние H_D от обтекаемой поверхности до края диска Маха или же расстояние H_M до середины диска Маха.

На рис. 6.4.7 показаны зависимости величин H_M/Δ и H_D/Δ от параметра $(\rho V^2)_j/(\rho V^2)_1$, характеризующего отношение количества движения струи к количеству движения, подсчитанному по параметрам набегающего потока [33, 1971, № 4]. Данные получены

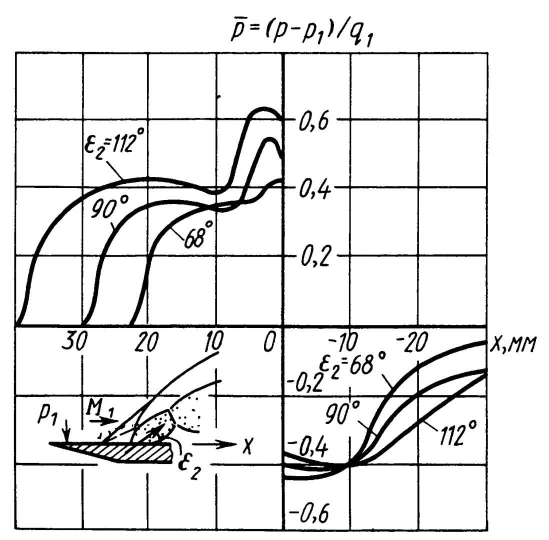


Рис. 6.4.6. Влияние угла вдува ε_2 на распределение давления на поверхности около сопла инжекции ($\mathbf{M}_1 = 1{,}57$; $\mathbf{M}_j = 1$)

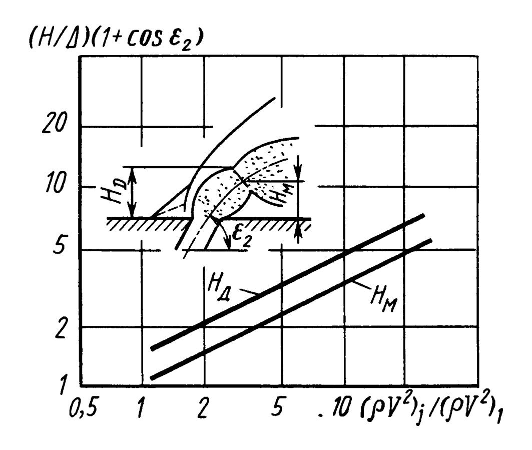


Рис. 6.4.7. Зависимость масштабного параметра $(H/D)(1+\cos\varepsilon_2)$ от отношения $(\rho V^2)_j/(\rho V^2)_1$ ($\mathbf{M}_\infty = 2$ и 3; $\mathbf{M}_j \geqslant 1$; $60° < \varepsilon_2 < 120°$; инжектируемые газы — аргон, гелий, фреон-12, фреон-22)

при инжекции струй через систему отверстий, расположенных в один ряд, что полностью моделировало двухметровое течение.

Оказалось, что на глубины проникновения оказывает влияние угол инжекции струи ε_2. Изменение H_D/Δ при варьировании ε в диапазоне 60...120° иллюстрируется на рис. 6.4.8. На основе этих экспериментальных результатов получено универсальное соотношение для расчета относительной глубины проникновения струи в сверхзвуковой поток:

$$H/\Delta = [a/(1+\cos\varepsilon_2)]\cdot\left[\frac{(\rho V^2)_j}{(\rho V^2)_1}\right]^{0,5}, \tag{6.4.11}$$

где $H = H_D$ при $a = 1{,}51$; $H = H_M$ при $a = 1{,}05$ Величина H_M может быть использована при вычислении длины зоны отрывного течения. Экспериментально подтверждено, что при струйном взаимодействии потоков, сопровождающемся отрывом, можно воспользоваться соотношением (рис. 6.4.9)

$$l_S/\Delta = (4{,}14 \pm 0{,}1)H_M/\Delta, \tag{6.4.12}$$

где l_S — длина зоны отрывного течения перед струей.

Расчет параметров течения при вдуве дозвуковых струй. Рассмотрим расчет параметров течения при взаимодействии струи малой интенсивности со сверхзвуковым потоком [19, 1977, № 5].

На рис. 6.4.10 показана модель течения для режимов инжекции, соответствующих зонам *I* и *II* (см. рис. 6.4.1). Анализ экспериментальных данных по вдуву плоских струй в сверхзвуковой поток позволил сделать обоснованные упрощения и описать модели взаимодействия потоков соответствующими уравнениями. Считается, что вторичная струя индуцирует прямолинейный скачок уплот-

нения AD, расширяется до статического давления в невозмущенном потоке ($p_{вс} = p_1$) и за сечением BC течет параллельно стенке. Скорость вдуваемого газа поперек канала инжекции считаем постоянной. Ее направление под действием основного потока изменяется так, что еще до выходного сечения отверстия вдува происходит разворот струи на некоторый угол α. При этом смешение основного и вторичного потоков можно не учитывать.

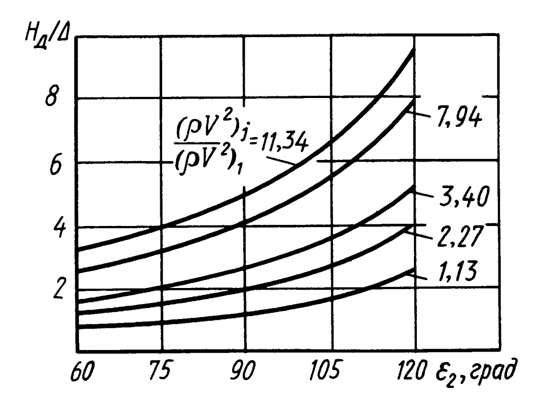


Рис. 6.4.8. Влияние угла инжекции ε_2 на параметр H_D/Δ

Вдоль прямолинейной границы струи на участке AK действует давление $p_{ск}$, равное его значению за скачком уплотнения, а вдоль участка KB — осредненное давление $p_{кв} = (p_{ск} + p_1)/2$.

Применяя основные уравнения сохранения (см. § 4.1) для контрольного объема W_{AKBC}, запишем зависимости для расчета параметров струи:

$$\frac{h}{\Delta \sin\alpha} = \frac{p_{0j}}{p_1} \frac{\mathbf{M}_{AC}}{\mathbf{M}_{BC}} \frac{\pi(\mathbf{M}_{AC})\tau^{0,5}(\mathbf{M}_{BC})}{\tau^{0,5}(\mathbf{M}_{AC})}; \tag{6.4.13}$$

$$\frac{p_{ск}}{p_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{p_{ск}}{p_1} + 1\right)\left(\frac{h}{\Delta\cos\beta\sin\beta} - 1\right) = \left(1 + k_j\mathbf{M}_{BC}^2\right)\frac{h}{\Delta\cos\beta\sin\beta} -$$

$$- k_j\frac{p_{0j}}{p_1}\pi(\mathbf{M}_{AC})\mathbf{M}_{AC}^2\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\beta\cos\beta}, \tag{6.4.14}$$

$$\frac{p_{ск}}{p_1}\cos^2\beta + \frac{1}{2}\left(\frac{p_{ск}}{p_1} + 1\right)\sin^2\beta = (1 + k_j\mathbf{M}_{AC}^2\sin^2\alpha)\frac{p_{0j}}{p_1}\pi(\mathbf{M}_{AC}). \tag{6.4.15}$$

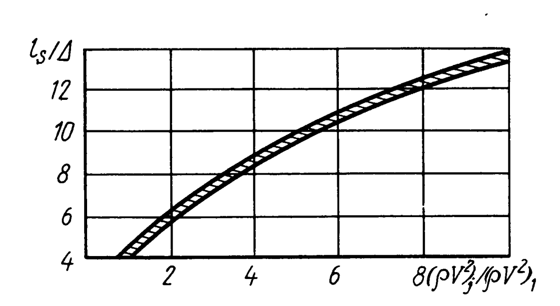


Рис 6.4.9. Зависимость l_S/Δ от $(\rho V^2)_j/(\rho V^2)_1$ при $\varepsilon_2 = 90°$

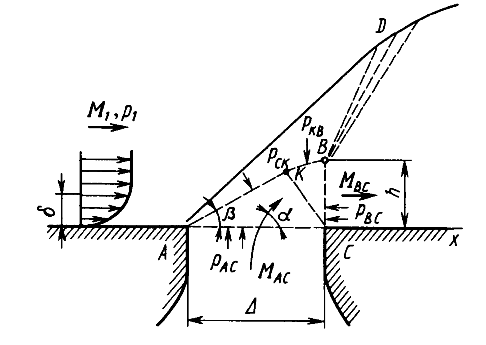


Рис. 6.4.10. Модель течения при малоинтенсивном вдуве плоской струи

Уравнение (6.4.13), выражающее закон сохранения массы, и уравнения (6.4.14) и (6.4.15) — закон сохранения количества движения, дополняются соотношениями

$$\mathbf{M}_{BC}=\{[(p_{0j}/p_1)^{(k_j-1)/k_j}-1]2/(k_j-1)\}^{0,5} \qquad (6.4.16)$$

и

$$\beta=\operatorname{arctg}\left\{\sqrt{\frac{2k_1\mathbf{M}_1^2}{(p_{ск}/p_1)(k_1+1)+(k_1-1)}-1}\;\frac{(p_{ск}/p_1)-1}{1+k_1\mathbf{M}_1^2-(p_{ск}/p_1)}\right\}, \qquad (6.4.17)$$

полученными из теорий изэнтропического течения и скачков уплотнений. Система уравнений (6.4.13) ··· (6.4.17) содержит шесть неизвестных величин: β, α, $\mathbf{M}_{AC}$, $\mathbf{M}_{BC}$, $p_{ск}$, h. Она решается, если ее дополнить зависимостью $h = KC = \Delta\sin\beta$ в случае докритического режима истечения струи, когда $p_{0j}/p_1 < ((k_j+1)/2)^{k_j/(k_j-1)}$, или $h=\Delta\cdot\sin\beta/q\,(\mathbf{M}_{BC})$ (где $q\,(\mathbf{M})$ — газодинамическая функция), если в промежуточном сечении KC вторичный поток разгоняется до звуковой скорости (т. е. $p_{0j}/p_1 \geqslant \left(\frac{(k_j+1)}{2}\right)^{k_j/(k_j-1)}$).

Расчет параметров течения при вдуве высокоскоростных ($V_j \geqslant a^*$) струй. Рассмотрим методику расчета газодинамических параметров и коэффициента усиления при взаимодействии сверхзвуковой струи с набегающим сверхзвуковым потоком (см. рис. 6.4.2, *б*). Инжектируемый газ вдувается из расширяющегося плоского сопла, ось которого наклонена к обтекаемой поверхности на угол ψ (рис. 6.4.11).

На рис. 6.4.12 показана соответствующая схема к расчету параметров взаимодействия потоков. Методика расчета позволяет определить эти параметры внутри сопла с помощью газодинамических функций для одномерного установившегося движения идеальной сжимаемой жидкости. Что касается расположения волн разрежения, значений соответствующих углов поворота и чисел $\mathbf{M}$, то они находятся по зависимости для течения Прандтля — Майера.

Исходными данными для расчета являются параметры основного потока перед соплом $\mathbf{M}_1$, k_1, ν_1 и a_1; расстояние от передней кромки обтекаемой поверхности до сопла x_1; размеры сопла и ориентировка Δ, $\beta_{сп}$, ψ; параметры газа, вытекающего из сопла, $\mathbf{M}_A$, k_j; отношение давлений торможения в сопле к давлению набегающего потока p_{0j}/p_1. В расчетах удобнее вместо значения угла наклона оси сопла ψ в качестве одного из исходных параметров иметь число $\mathbf{M}_E$ в точке сопла E (рис. 6.4.11). По этим данным

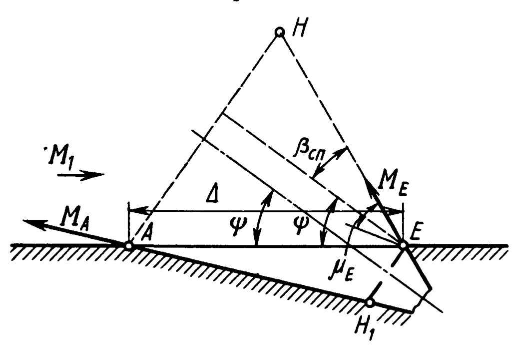


Рис. 6.4.11. Расширяющееся плоское косорезанное сопло

вычисляется число $\mathbf{Re}$ в окрестности передней точки отрыва:

$$\mathbf{Re}_{x1}=\mathbf{M}_1 a_1 x_1/\nu_1 \qquad (6.4.18)$$

Сравнивая его с соответствующим критическим значением $\mathbf{Re}_{кр}$, определяем режим течения перед вдуваемой струей: $\mathbf{Re}_{x1} \gtrless \mathbf{Re}_{кр}$ ($>$ турбулентный, $<$ — ламинарный).

Подсчитываем значение коэффициента давления в застойной зоне перед струей p_p по формуле (4.2.19), если пограничный слой ламинарный, или по (4.2.20) — если турбулентный. Соответствующее отношение давлений будет

$$p_p/p_1=1+\bar{p}_p k_1 \mathbf{M}_1^2/2. \qquad (6.4.19)$$

Из теории скачков уплотнения находим угол поворота потока за точкой отрыва:

$$\beta_1=\operatorname{arctg}\left\{\sqrt{\frac{2k_1\mathbf{M}_1^2}{(p_p/p_1)(k_1+1)+k_1-1}-1}\times \frac{p_p/p_1-1}{1+k_1\mathbf{M}_1^2-p_p/p_1}\right\}. \qquad (6.4.20)$$

и число $\mathbf{M}_p$:

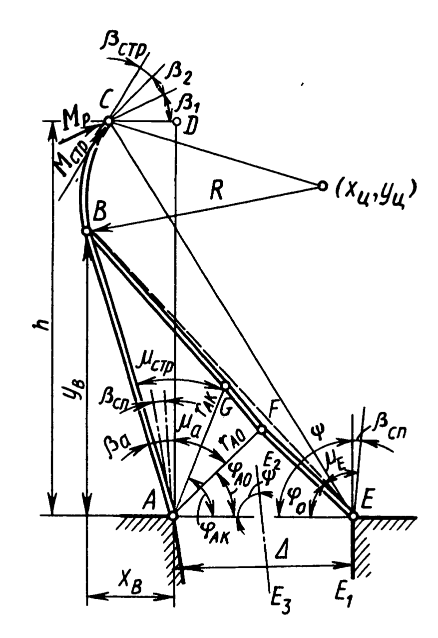


Рис. 6.4.12. Схема для расчета параметров взаимодействия сверхзвуковых потоков и плоской сверхзвуковой струи:

AE — выходное сечение сопла; *EFB* — первая характеристика волны разрежения, исходящей из точки *E*; *ABC* — свободная левая граница плоской струи; *AF*, *AG* — соответственно начальная конечная характеристики волны разрежения, исходящей из точки *A*

$$\mathbf{M}_p=\sqrt{\frac{(k_1-1)\mathbf{M}_1^2+2}{(p_p/p_1)(k_1+1)}+2\frac{2k_1\mathbf{M}_1^2-(p_p/p_1)(k_1+1)-k_1+1}{(k_1^2-1)(p_p/p_1)+(k_1+1)^2}}, \qquad (6.4.21)$$

которому соответствует число $\mathbf{Cr}_p$

$$\mathbf{Cr}_p=\{1+2/[\mathbf{M}_p^2(k_1-1)]\}^{-1/2}. \qquad (6.4.22)$$

По интегральной зависимости для зоны смешения за точкой отрыва, полученной из условия сохранения массы газа в застойной зоне,

$$\int_{\eta_{рлт}}^{\infty}\frac{\varphi d\eta}{1-\mathbf{Cr}_p^2\varphi^2}=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi^2 d\eta}{1-\mathbf{Cr}_p^2\varphi^2}, \qquad (6.4.23)$$

в которой $\varphi=V/V_p=0{,}5(1+\operatorname{erf}\eta)$, $\operatorname{erf}\eta=(2/\sqrt{\pi})\int_0^{\eta} e^{-\eta^2}d\eta$,

находим безразмерную координату разделяющей линии тока $\eta_{рлт}$. Для упрощения можно воспользоваться заранее составленным графиком $\eta_{рлт}=f(\mathbf{Cr}_p)$.

Для значения φ на разделяющей линии тока

$$\varphi_{\text{рлт}} = 0{,}5(1 + \operatorname{erf} \eta_{\text{рлт}}). \qquad (6.4.24)$$

Соответствующее число $\mathbf{Cr}_{\text{рлт}}$ будет

$$\mathbf{Cr}_{\text{рлт}} = \varphi_{\text{рлт}} \mathbf{Cr}_p. \qquad (6.4.25)$$

На основании (6.4.22) имеем

$$\mathbf{M}_{\text{рлт}} = \left(\frac{2}{(k_1 - 1)} \frac{\mathbf{Cr}^2_{\text{рлт}}}{1 - \mathbf{Cr}^2_{\text{рлт}}} \right)^{1/2}. \qquad (6.4.26)$$

Зависимость $\varphi_{\text{рлт}}$ от $\mathbf{M}_p$ при $k_1 = 1{,}4$ можно представить в виде аппроксимирующих полиномов (4.3.40).

Предположим, что давление торможения в точке присоединения на разделяющей линии тока $(p_0)_{\text{рлт}}$ равно статическому давлению за соответствующим скачком уплотнения:

$$(p_0)_{\text{рлт}} / p_p = [1 + 0{,}5(k_1 - 1)\mathbf{M}^2_{\text{рлт}}]^{k_1/(k_1 - 1)}. \qquad (6.4.27)$$

Угол поворота внешнего потока за точкой присоединения

$$\beta_2 = \operatorname{arctg} \left\{ \sqrt{\frac{2k_1 \mathbf{M}^2_p}{[(p_0)_{\text{рлт}}/p_p](k_1 + 1) + k_1 - 1} - 1} \; \frac{(p_0)_{\text{рлт}}/p_p - 1}{1 + k_1 \mathbf{M}^2_p - (p_0)_{\text{рлт}}/p_p} \right\}. \qquad (6.4.28)$$

Отношение давления в застойной зоне и на границе струи p_p к давлению торможения газа в струе p_{0j}

$$p_p / p_{0j} = (p_p / p_1) / (p_{0j} / p_1). \qquad (6.4.29)$$

На свободной границе струи

$$\mathbf{M}_{\text{стр}} = \sqrt{2/(k_j - 1)[(p_p/p_{0j})^{-(k_j - 1)/k_j} - 1]}. \qquad (6.4.30)$$

Угол поворота струи за точкой присоединения, как следует из теории косого скачка уплотнения,

$$\beta_{\text{стр}} = \operatorname{arctg} \left\{ \sqrt{\frac{2k_j \mathbf{M}^2_{\text{стр}}}{[(p_0)_{\text{рлт}}/p_p](k_j + 1) + k_j - 1} - 1} \; \frac{(p_0)_{\text{рлт}}/p_p - 1}{1 + k_j \mathbf{M}^2_{\text{стр}} - (p_0)_{\text{рлт}}/p_p} \right\}. \qquad (6.4.31)$$

Зная число $\mathbf{M}$ в точке E (рис. 6.4.12), найдем соответствующий угол:

$$\mu_E = \arcsin(1/\mathbf{M}_E). \qquad (6.4.32)$$

Газодинамические функции q ($\mathbf{M}$) в точках A и E потока внутри сопла определяем по формуле

$$q(\mathbf{M}) = \mathbf{M} \left[\frac{2}{k_j + 1} \left(1 + \frac{k_j - 1}{2} \mathbf{M}^2 \right) \right]^{-\frac{k_j + 1}{2(k_j - 1)}} \qquad (6.4.33)$$

по значениям чисел $\mathbf{M} = \mathbf{M}_A$ и $\mathbf{M}_E$ соответственно в сечениях AH и EH_1 сопла (см. рис. 6.4.11). Тогда отношение площадей этих сечений

$$S_{AH}/S_{EH_1} = q(\mathbf{M}_E)/[q(\mathbf{M}_A)]. \qquad (6.4.34)$$

Определяем угол наклона оси сопла ψ (см. рис. 6.4.11), соответствующий заданным величинам $\mathbf{M}_A$ и $\mathbf{M}_E$:

$$\psi = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_{AH}/S_{EH_1}+1}{S_{AH}/S_{EH_1}-1}\operatorname{tg}\beta_{сп}\right).$$

Это позволяет найти угол φ_0 для первой волны разрежения (характеристики), исходящей из точки E (рис. 6.4.12):

$$\varphi_0 = \psi - \mu_E + \beta_{сп}. \qquad (6.4.35)$$

Угол поворота струи при истечении в переднюю отрывную зону

$$\beta_a = \omega(\mathbf{M}_{стр}) - \omega(\mathbf{M}_A), \qquad (6.4.36)$$

где

$$\omega(\mathbf{M}) = \sqrt{(k+1)/(k-1)}\operatorname{arctg}\sqrt{(k-1)/(k+1)(\mathbf{M}^2-1)} - \operatorname{arctg}\sqrt{\mathbf{M}^2-1}. \qquad (6.4.37)$$

Углы наклона характеристик потока на срезе сопла до поворота в точке A и после него соответственно равны

$$\mu_A = \arcsin(1/\mathbf{M}_A), \quad \mu_{стр} = \arcsin(1/\mathbf{M}_{стр}). \qquad (6.4.38)$$

Подсчитаем угол:

$$\varphi_{AO} = \pi - (\psi - \beta_{сп} + \mu_A). \qquad (6.4.39)$$

Отношение расстояния $AF = r_{AO}$ до места пересечения характеристик в точке F к ширине щелевого сопла Δ определяется зависимостью

$$r_{AO}/\Delta = \sin\varphi_0/\sin(\varphi_{AO} + \varphi_0). \qquad (6.4.40)$$

Далее находим угол:

$$\varphi_{AK} = \mu_A + \beta_a - \mu_{стр} + \varphi_{AO}. \qquad (6.4.41)$$

Используя теорию характеристик, можно найти отношение отрезков AG и AF, соединяющих концы криволинейной характеристики GF в плоской центрированной волне разрежения:

$$\frac{r_{AK}}{r_{AO}} = \sqrt{\frac{\sin\left(\sqrt{(k_l-1)/(k_l+1)}\,\varphi_{AO}\right)}{\sin\left(\sqrt{(k_l-1)/(k_l+1)}\,\varphi_{AK}\right)}\left[\frac{\cos\left(\sqrt{(k_l-1)/(k_l+1)}\,\varphi_{AO}\right)}{\cos\left(\sqrt{(k_l-1)/(k_l+1)}\,\varphi_{AK}\right)}\right]^{(k_l+1)/(k_l-1)}}. \qquad (6.4.42)$$

Относительные координаты точки B в струе

$$\left\{\begin{aligned} x_B/\Delta&=(2r_{AK}/\Delta)\sqrt{1-1/\mathbf{M}_{\text{стр}}^2}\cos(\psi-\beta_{\text{сп}}-\beta_a);\\ y_B/\Delta&=(2r_{AK}/\Delta)\sqrt{1-1/\mathbf{M}_{\text{стр}}^2}\sin(\psi-\beta_{\text{сп}}-\beta_a),\end{aligned}\right\} \tag{6.4.43}$$

где $r_{AK}/\Delta=(r_{AK}/r_{AO})(r_{AO}/\Delta)$.

Границу струи начиная с точки B можно аппроксимировать окружностью, относительный радиус которой $\bar{R}=R/\Delta$ (рис. 6.4.12) является функцией только безразмерного давления

$$\tilde{p}=\left(\frac{k_j+1}{2}\right)^{k_j/(k_j-1)}\frac{p_p/p_1}{k_jp_{0j}/p_1}. \tag{6.4.44}$$

Согласно экспериментальным данным,

$$\bar{R}=R/\Delta=371\tilde{p}^4-580\tilde{p}^3+326\tilde{p}^2-100\tilde{p}+16{,}9. \tag{6.4.45}$$

Относительные координаты центра окружности

$$\left\{\begin{aligned} x_{\text{ц}}/\Delta&=x_B/\Delta-\bar{R}\sin(\psi-\beta_{\text{сп}}-\beta_a);\\ y_{\text{ц}}/\Delta&=y_B/\Delta+\bar{R}\cos(\psi-\beta_{\text{сп}}-\beta_a).\end{aligned}\right\} \tag{6.4.46}$$

Это дает возможность найти безразмерные координаты точки C, в которой происходит присоединение к струе оторвавшегося потока:

$$\left\{\begin{aligned} h/\Delta&=y_{\text{ц}}/\Delta+\bar{R}\cos(\beta_{\text{стр}}+\beta_2+\beta_1);\\ CD/\Delta&=x_{\text{ц}}/\Delta+\sqrt{\bar{R}^2-(h/\Delta-y_{\text{ц}}/\Delta)^2}.\end{aligned}\right\} \tag{6.4.47}$$

Зная газодинамическую функцию

$$f(\mathbf{M})=(1+k_j\mathbf{M}^2)[1+0{,}5(k_j-1)\mathbf{M}^2]^{-k_j/(k_j-1)}, \tag{6.4.48}$$

вычисленную по известным числам $\mathbf{M}_A$ и $\mathbf{M}_E$, определим коэффициент усиления:

$$K_{\text{у}}=\frac{(p_p/p_1-1)[(h/\Delta)\text{ctg}\beta_1+CD/\Delta]}{f(\mathbf{M}_A)(\sin\psi+\cos\psi\,\text{tg}\beta_{\text{сп}})(p_{0j}/p_1)}+\frac{\sin\psi}{2}\left[1+\frac{f(\mathbf{M}_E)}{f(\mathbf{M}_A)(S_{AH}/S_{EH_1})}\right]. \tag{6.4.49}$$

В соответствии с этим выражением коэффициент усиления представляет собой отношение управляющего усилия к максимальному значению тяги $P_{\max}$, полученному при истечении газа из сопла в вакуум. При этом управляющее усилие обусловливается наличием отрывной зоны с повышенным давлением и вертикальной проекцией тяги истекающей струи. Формула (6.4.49) позволяет получить аналитическую зависимость коэффициента усиления от дополнительного угла наклона $\Delta\psi$ оси сопла, образующегося от изменения направления набегающего потока (рис. 6.4.13) при неизменных геометрических размерах сопла, параметрах набегающего по-

тока, а также интенсивности вдува. Очевидно, что в этом случае форма границы струи, условия отрыва и присоединения постоянны, хотя положение точки присоединения C изменяется (точка C_1), вследствие чего углы $\delta_1 = \psi - \beta_{сп} - \beta_a$ и $\delta_2 = \beta_{стр} + \beta_2 + \beta_1$ остаются также неизменными (рис. 6.4.13). Такая постановка задачи равносильна предположению, что изменение формы (конфигурации) нижней части застойной зоны не влияет на условия отрыва и не изменяет форму струи, что подтверждается экспериментом. С использованием (6.4.43)...(6.4.47) можно получить

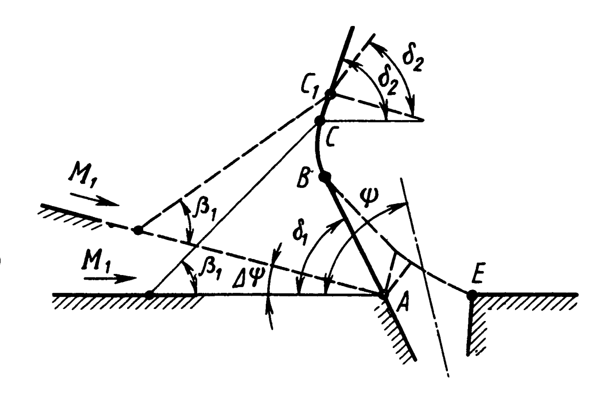


Рис. 6.4.13. Схема взаимодействия струи с потоком при изменении его направления

$$K_у = A_1 \sin\Delta\psi + A_2 \cos\Delta\psi + A_5, \qquad (6.4.50)$$

где

$$A_1 = A_3 \sin\delta_1 - A_4 \cos\delta_1 - A_6 \cos\psi;$$

$$A_2 = A_3 \cos\delta_1 + A_4 \sin\delta_1 + A_6 \sin\psi;$$

$$A_3 = A_7[2(r_{AK}/\Delta)\sqrt{1 - 1/\mathbf{M}^2_{стр}} + \bar{R}\,\mathrm{ctg}\beta_1];$$

$$A_4 = A_7[2(r_{AK}/\Delta)\sqrt{1 - 1/\mathbf{M}^2_{стр}}\,\mathrm{ctg}\beta_1 - \bar{R}];$$

$$A_5 = A_7\bar{R}(\cos\delta_2 \mathrm{ctg}\beta_1 + \sin\delta_2);$$

$$A_6 = 0{,}5\{1 + f(\mathbf{M}_E)/[f(\mathbf{M}_A)(S_{AH}/S_{EH_1})]\};$$

$$A_7 = (p_p/p_1 - 1)/[f(\mathbf{M}_A)(p_{0j}/p_1)(S_{AH}/\Delta)].$$

Зависимость (6.4.50) дает возможность определить такое значение некоторого угла $\Delta\psi$, при котором реализуется максимальное значение $K_у$: $\Delta\psi|_{K_{у\,\max}} = \mathrm{arctg}(A_1/A_2)$.

Результаты расчетов, проведенных по этой методике для случая, когда вдуваемый газ и газ основного потока — воздух ($k_1 = k_j = 1{,}4$) с одинаковой температурой, представлены в виде графиков на рис. 6.4.14...6.4.19. Из рис. 6.4.14 следует, что с ростом отношения p_{0j}/p_1 коэффициенты усиления уменьшаются. Следовательно, для повышения эффективности комбинированных органов управления выгодно использовать «маложесткие» струи с малым перепадом давлений ($p_{0j}/p_1 \leqslant 20$). Однако при небольших отношениях p_{0j}/p_1 для заданных значений p_1 значения p_{0j} будут невелики,

что обусловит малую тягу, развиваемую органом управления $[P_{max} = S_{aj} p_{0j} f(\lambda_{aj})]$. Поэтому суммарное значение управляющего усилия $Y = K_y P_{max}$ может оказаться при приемлемых размерах площади щели S_{aj} недостаточным.

При увеличении числа $\mathbf{M}_1$ коэффициент усиления K_y, при всех значениях p_{0j}/p_1 увеличивается (рис. 6.4.15). Это позволяет широко применять комбинированные органы управления при больших сверхзвуковых скоростях.

Влияние числа **Re** на коэффициент усиления сравнительно невелико: с возрастанием отношения давлений p_{0j}/p_1 (рис. 6.4.16) наблюдается некоторое снижение величины K_y.

График зависимости K_y от p_{0j}/p_1 для случая вдува газа навстречу потоку при угле $\psi = 58{,}8°$ через плоское расширяющееся сопло с углом $\beta_{сп} = 10°$ приведен на рис. 6.4.17. Здесь же для сравнения показан график K_y для поперечного вдува ($\psi = 90°$) с числом $\mathbf{M}_{aj} = 1{,}01$ на срезе сопла. Из сопоставления этих гра-

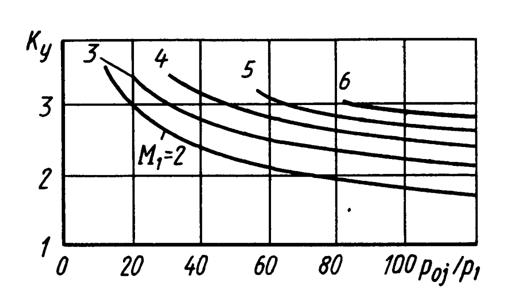


Рис. 6.4.14. Зависимость коэффициента усиления K_y от отношения давлений p_{0j}/p_1 ($\mathbf{Re}_{x1} = 10^7$, $\mathbf{M}_A = 1{,}01$, $\psi = 90°$)

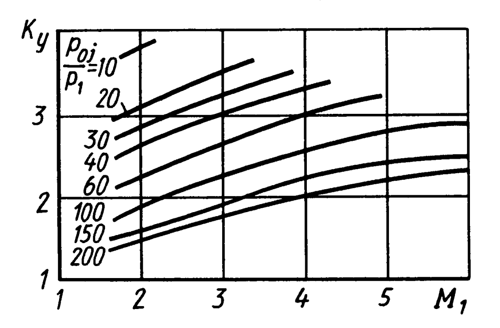


Рис. 6.4.15. Зависимость коэффициента усиления K_y от числа $\mathbf{M}_1$ при различных отношениях давлений p_{0j}/p_1; ($\mathbf{Re}_{x1} = 10^7$; $\mathbf{M}_A = 1{,}01$; $\psi = 90°$)

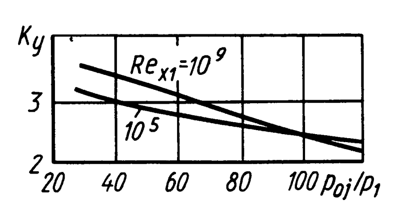


Рис. 6.4.16. Зависимость коэффициента усиления K_y от отношения давлений p_{0j}/p_1 при различных числах $\mathbf{Re}_{x1}$ ($\mathbf{M}_1 = 4$; $\mathbf{M}_A = 1{,}01$; $\psi = 90°$)

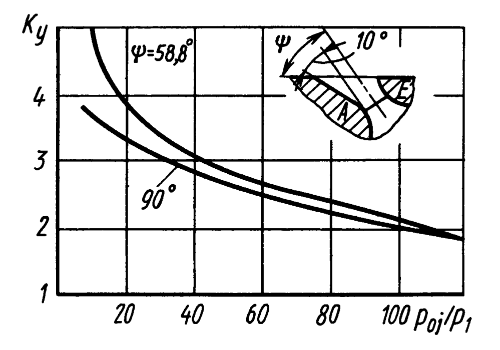


Рис. 6.4.17. Зависимость коэффициента усиления K_y от отношения давлений p_{0j}/p_1 при различных углах ψ ($\mathbf{M}_1 = 2$; $\mathbf{Re}_{x1} = 10^7$)

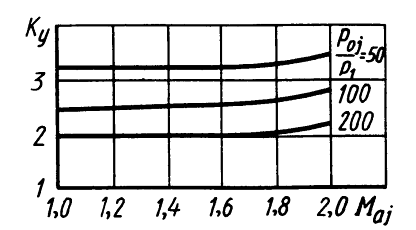


Рис. 6.4.18. Зависимость коэффициента усиления K_y от числа $\mathbf{M}_{aj}$ на срезе сопла при различных отношениях давления p_{0j}/p_1($\mathbf{M}_1 = 4$; $\mathbf{Re}_{x1} = 10^7$; $\psi = 90°$)

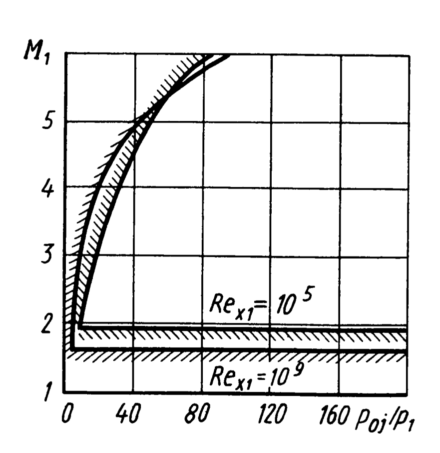


Рис. 6.4.19. Области применимости методики расчета коэффициента усиления K_y при различных числах $\mathbf{Re}_{x1}$ ($\mathbf{M}_{aj} = 1{,}01$; $\psi = 90°$)

фиков видно, что вдув навстречу потоку может заметно увеличить K_y, особенно при малых отношениях p_{0j}/p_1. Установлено также, что коэффициент усиления возрастает с увеличением числа **M** на срезе сопла (рис. 6.4.18).

На рис. 6.4.19 схематически показаны области применимости изложенной методики расчета при различных числах $\mathbf{Re}_{x1}$. Ограничения связаны с появлением неоднозначности решений, которые следуют из теории скачков уплотнения при углах поворота потока и струи, превышающих критические. При этом область применимости методики расчета ограничивается для потока с числами $\mathbf{M}_1 < 1{,}6...1{,}8$, а также малыми значениями отношения давления p_{0_j}/p_1.

Для упрощения расчетов коэффициента усиления можно исходить из модели течения, показанной на рис. 6.4.20 [33, 1967, № 10]. Предполагается, что на границе струи и внешнего течения не происходит их смешения, струя за отверстием инжекции разворачивается параллельно обтекаемой поверхности, а вдоль всей поверхности струи напряжение трения пренебрежимо мало, скорость струи в некотором сечении a—a (рис. 6.4.20) — звуковая, т. е. $V = a^*$. Тогда

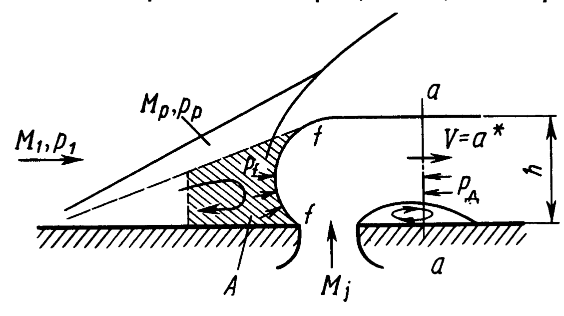


Рис. 6.4.20. Упрощенная схема взаимодействия струи со сверхзвуковым потоком

уравнение количества движения в направлении оси x, направленной параллельно стенки, можно записать так:

$$(p_f - p_д)h = \dot{m}_j a^*, \qquad (6.4.51)$$

где p_f, $p_д$ — соответственно давления на границах f—f и a—a инжектируемой струи (рис. 6.4.20); h — условная глубина проникновения струи; $\dot{m}_j$ — массовый расход инжектируемой струи.

Величина p_f определяется из уравнения количества движения для зоны отрывного течения перед струей (контрольный объем A на рис. 6.4.20):

$$(p_f - p_p)h = \int_0^h \rho V^2 dy \approx D_1 \rho(p_p, T_0) V_p^2 h, \qquad (6.4.52)$$

где $D_1 = 0{,}062$ — коэффициент пропорциональности. Преобразуя (6.4.52), получим

$$p_f = \left[1 + \frac{D_1 k_1 \mathbf{M}_p^2}{1 + 0{,}5(k_1 - 1)\mathbf{M}_p^2} \right] p_p = (1 + D_2) p_p, \qquad (6.4.53)$$

где $D_2 = D_1 k_1 \mathbf{M}_p^2 / [1 + 0{,}5(k_1 - 1)\mathbf{M}_p^2]$.

Осредненное давление в донной области можно представить в виде $p_д = D_3 p_1$, где D_3 — некоторый коэффициент, меняющийся в достаточно широких пределах [33, 1967, № 11]. В зависимости от этого

$$p_д = (0{,}4...1{,}2)p_1. \qquad (6.4.54)$$

Подставляя (6.4.53) и (6.4.54) в уравнение (6.4.51), получаем

$$h = \dot{m}_j a^* / [(1 + D_2)(p_p - p_1) + (1 + D_2 - D_3)p_1]. \qquad (6.4.55)$$

Если считать, что избыточная сила от вдува обусловлена перераспределением давления перед инжектируемой струей, то, согласно (6.4.1), коэффициент усиления

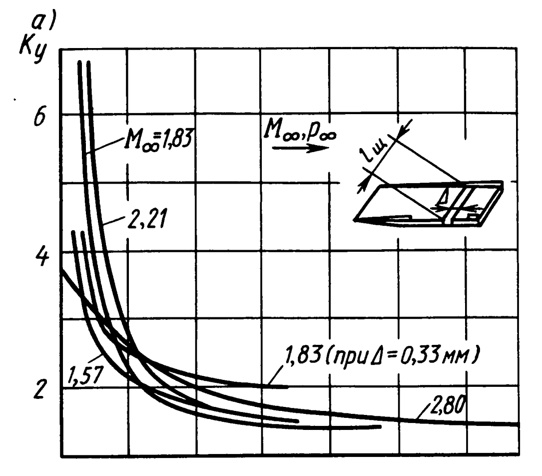
$$K_у = \frac{\Delta Y + P_{max}}{P_{max}} = 1 + \frac{[k_j/(k_j + 1)] l_S / h}{(1 + D_2) + (1 + D_2 - D_3)[p_1/(p_p - p_1)]}. \qquad (6.4.56)$$

При турбулентном отрыве, рассчитывая $K_у$ по (6.4.56), можно принять: $(p_p - p_1) = 0{,}5\mathbf{M}_1 p_1$; $l_S/h \approx 4{,}2$,

$$\mathbf{M}_p \approx 0{,}75\mathbf{M}_1, \; D_3 \approx 0{,}8$$

Рассмотрим также экспериментальные данные [50, 1962, № 4—5], позволяющие провести расчет сил при взаимодействии струи, истекающей из щелевого сопла на задней кромке пластинки перпендикулярно ее поверхности, и невозмущенного потока воздуха, омывающего эту пластинку. В экспериментах скорость истечения струи звуковая; число **Re**, вычисленное по расстоянию от передней кромки пластинки до щели, изменялось в диапазоне

от $1{,}4 \cdot 10^6$ до $1{,}2 \cdot 10^7$ и заметного влияния на результаты не оказывало; длина щели $l_{щ} = 48$ мм.



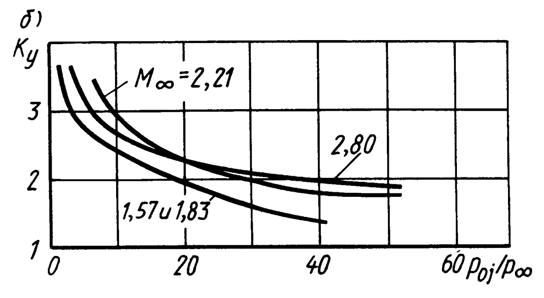


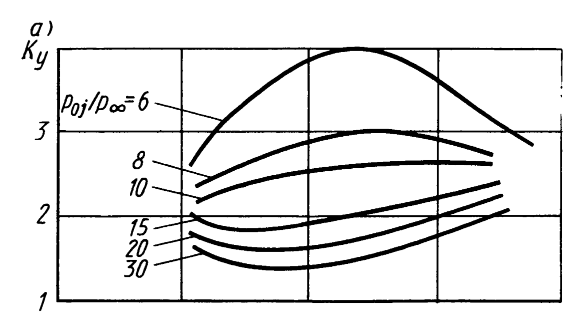
Рис. 6.4.21. Графики изменения коэффициента усиления K_y в зависимости от отношения давлений p_{0j}/p_∞ и числа $\mathbf{M}_\infty$: *а* — без боковых пластин; *б* — с боковыми пластинами у щелевого сопла шириной $\Delta = 1$ мм

На рис. 6.4.21 и 6.4.22 приведены значения коэффициентов усиления K_y в зависимости от чисел $\mathbf{M}_\infty$ набегающего потока воздуха и отношения давления торможения в струе p_{0j} к статическому давлению в набегающем потоке p_∞. Эти данные получены также при наличии боковых пластин, препятствующих перетеканию воздуха и обеспечивающих двухмерный характер течения. Коэффициент усиления K_y вычисляется по силе тяги P_{max}, которую можно было бы получить, используя сопло, работающее на расчетном режиме ($p_{aj} = p_\infty$).

Анализ графиков на рис. 6.4.21 и 6.4.22 показывает, что для увеличения коэффициента усиления при заданном числе $\mathbf{M}_\infty$ и давлении p_∞ воздушного потока необходимо уменьшать давление торможения в струе p_{0j}. Этот же эффект получается при уменьшении ширины щели Δ и установки пластинок по обе стороны щели параллельно воздушному потоку. При этом уменьшение p_{0j} и Δ приводит к снижению P_{max} и не способствует достижению повышенных значений $Y = K_y P_{max}$. Увеличить же P_{max} и Y можно только с помощью изменения площади щели.

Особенности отрывных течений при вдуве осесимметричных (круглых) струй в сверхзвуковой поток. Пространственное обтекание поперечной струи, инжектируемой в сверхзвуковой поток, приводит к появлению дополнительных особенностей течения, связанных с образованием трехмерных отрывных зон.

Характерную картину взаимодействия потоков можно представить на примере вдува газа через круглое отверстие в плоский поток (рис. 6.4.23) при истечении струи в режиме недорасширения, когда $p_{0j}/p_1 > 20$. Отличительной чертой взаимодействия является отрыв потока, набегающего на струю газа, с образованием впереди нее незамкнутой застойной зоны, в которой наблюдаются возвратные течения. Струя, деформируясь, претерпевает поворот



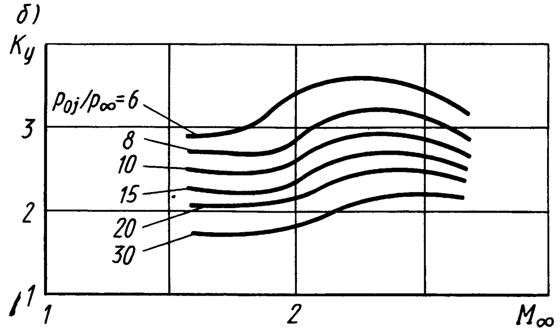


Рис. 6.4.22. Зависимость коэффициента усиления $K_у$ от числа $\mathbf{M}_\infty$ и отношения давлений p_{0j}/p_∞:

а — без боковых пластин, *б* — с боковыми пластинами у щелевого сопла ($\Delta = 1$ мм)

и присоединяется к обтекаемой поверхности. При этом за отверстием также возникает незамкнутая зона. Схематически течение в застойных зонах можно представить в виде системы из трех П-образных вихрей: *1* и *2* — перед отверстием и *3* — за ним.

Взаимодействие струи с потоком порождает многочисленные скачки уплотнения в плоскости, перпендикулярной обтекаемой поверхности и проходящей через середину отверстия (рис. 6.4.23, *а*). Непосредственно перед ним возникает косой скачок *SB*, идущий от окрестности точки отрыва, а перед верхней частью границы струи — криволинейный скачок *DB*. Встречаясь в точке *B*, эти скачки образуют тройную конфигурацию, за которой находится система волн разрежения *G*. Скачок в виде диска, характерный для недорасширенных круглых струй, искривляется и занимает положение *DE*. В окрестности точки присоединения возникает хвостовой скачок уплотнения *RF*. Эти скачки образуют сложную пространственную конфигурацию. На рис. 6.4.23, *в* видны границы головного *4* и хвостового *6* скачков уплотнения, представляющие собой линии, где идущие вдоль обтекаемой поверхности потоки встречаются (линии «стекания»). Эти линии являются одновременно границами передней и задней застойных зон. Здесь же нанесена линия *5*, на которой потоки, идущие сверху вниз к обтекаемой поверхности из области повышенного давления за скачком *SB*, у стенки сопла растекаются в разные стороны (линия «растекания»). Линии *1′*, *2′* являются следами П-образных вихрей.

Характер изменения давления на обтекаемой поверхности соответствует описанной картине течения (рис. 6.4.23, *б*). В области отрыва давление резко повышается, однако ввиду наибольшей скорости возвратного течения в передней застойной зоне оно понижается, достигая минимума. Затем наблюдается дальнейший рост давления, которое достигает наибольшего значения на линии *5*.

Для определения суммарной силы от давления на обтекаемую поверхность необходимо знать вид кривой распределения давления

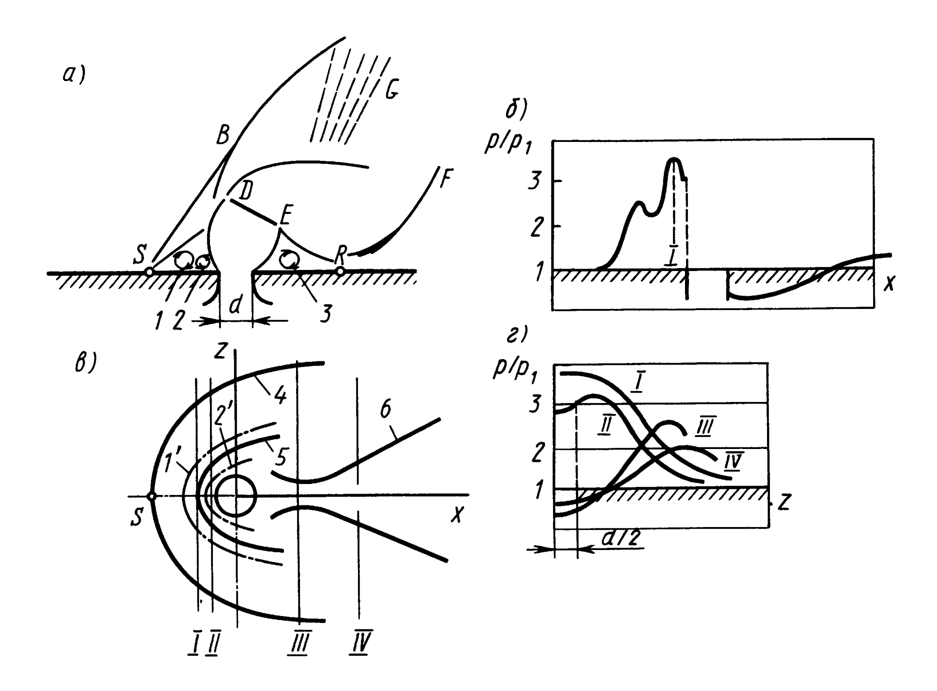


Рис. 6.4.23. Схема взаимодействия круглой недорасширенной газовой струи со сверхзвуковым потоком:

а — спектр течения в плоскости симметрии; *б* — давление на пластине в плоскости симметрии; *в* — следы на обтекаемой пластине, *г* — давление на пластине в направлениях, перпендикулярных плоскости симметрии в сечениях *I*, *II*, *III* и *IV*

в плоскостях, поперечных потоку (рис. 6.4.23, *г*). На участке перед отверстием давление уменьшается по сравнению с его максимальным значением в плоскости симметрии (кривая *I*). Вниз по потоку точка максимума давления сдвигается в сторону от этой плоскости, и давление снижается (кривые *II*, *III*, *IV*). Непосредственно за отверстием давление оказывается меньше, чем в невозмущенном потоке. При этом, как показывает анализ экспериментов, вклад сил давления на участке за отверстием в создание управляющего усилия является существенным.

Характерные изобары, построенные по результатам измеряемого давления в возмущенных областях течения, показаны на рис. 6.4.24. Струя газа с интенсивностью $p_{0j}/p_1 = 22{,}5$ инжектировалась через круглое отверстие в сверхзвуковой ламинарный поток с числом $\mathbf{M}_\infty = 3{,}69$ [33, 1963, № 5]. Видно, что распределение давления такое же, как при обтекании вертикально установленного на плоскости цилиндра. Перед струей существует зона отрывного течения, распространяющегося как вверх по потоку, так и в боковом направлении, а за струей — зона с пониженным давлением.

Положение характерных линий стекания *4* и растекания *5* (см. рис. 6.4.23, *в*) определяется по спектрам течений, полученных с использованием сажемасляных покрытий, наносимых перед экспе-

риментом на поверхность. Один из таких спектров поверхностных линий тока показан на рис. 6.4.25.

Так же как при вдуве плоской струи, наиболее важным параметром течения, характеризующим взаимодействие инжектируемого и основного потоков, является глубина проникновения H_D, определяемая по передней крайней точке диска Маха. Зависимость относительной величины $\bar{H}_D = H_D/(d_j\sqrt{c})$ (где d_j — диаметр отверстия инжекции; c — коэффициент расхода) от интенсивности вдува p_{0j}/p_{01} показана на рис. 6.4.26 [33, 1964, № 10]. Результаты экспериментов соответствуют инжектируемым газам с отношением $k = c_p/c_v = 1{,}4...1{,}67$. Для всех случаев ламинарного и турбулентного отрыва с ростом p_{0j}/p_{01} увеличивается глубина проникновения струи, а следовательно, меняются размеры областей отрывного течения около отверстия инжекции.

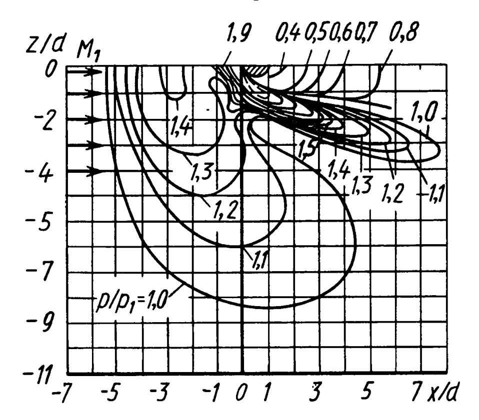


Рис. 6.4.24. Изобары в области возмущенного течения около круглой струи, инжектируемой в сверхзвуковой поток

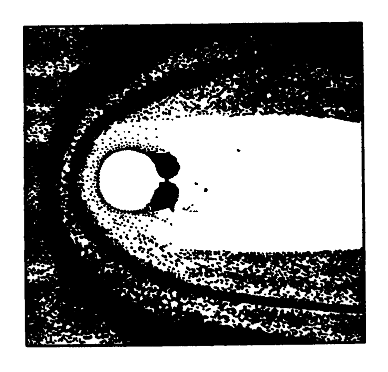


Рис. 6.4.25. Спектр поверхностных линий тока около инжектируемой струи

На величину глубины проникновения струй в поток вид инжектируемого газа и его физические свойства оказывают малое влияние. Поэтому при вдуве разных газов (аргон, гелий, азот) управляющие усилия практически остаются постоянными.

Вдув струй через сопла на поверхности корпуса летательного аппарата. При вдуве недорасширенной струи из щелевого сопла, расположенного на корпусе летательного аппарата *1*, за счет ограниченных размеров щели инжекции в поперечном и продольном направлениях структура обтекания носит трехмерный характер (рис. 6.4.27). Около струи *5* образуются скачки уплотнения *3, 4, 7*, зоны отрывного течения *2, 9*, волны разрежения *6* и *8*. На пространственную структуру течения при отрыве указывают линии тока *10*. При достаточно больших интенсивностях вдува размеры зоны отрывного течения, ограниченного линией отрыва *11*, могут распространяться на противоположную отверстию инжекции поверхность

корпуса летательного аппарата, уменьшая тем самым управляющее усилие. Для устранения этого эффекта применяют ограничивающие боковые пластины или располагают щель инжекции между стабилизаторами.

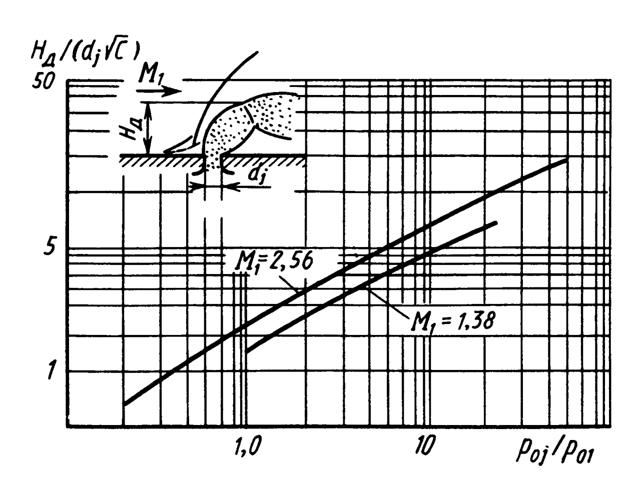


Рис. 6.4.26. Глубина проникновения круглой струи в сверхзвуковой поток

Экспериментальные исследования свидетельствуют о существенном влиянии на работу органов управления в виде неподвижных щелевых сопл чисел **Re**, рассчитанных по параметрам потока воздуха, который взаимодействует со струями, истекающими из щелей на кормовой части корпуса. В частности, от этого числа в значительной мере зависит коэффициент усиления. Кривые на рис. 6.4.28 построены для различных Re_{x1} в функции отношений давления торможения в струе к давлению в невозмущенном потоке воздуха (p_{0j}/p_∞). Эти данные получены из опытов в аэродинамической трубе при вдуве холодного воздуха перпендикулярно поверхности из щели шириной 0,38 мм. Щель располагалась на расстоянии 6,35 мм от дна параллельно донному срезу между двумя стабилизаторами, выполненными по схеме X. Стабилизаторы препятствовали растеканию потока, взаимодействующего со струей, и увеличивали тем самым управляющее усилие. Скорость истечения из щели —

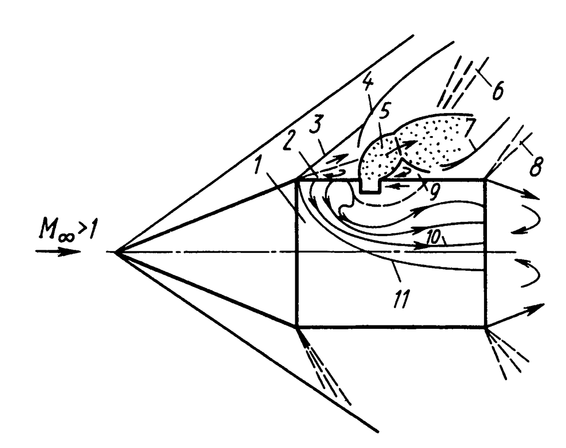


Рис. 6.4.27. Структура обтекания летательного аппарата при вдуве струи в сверхзвуковой поток

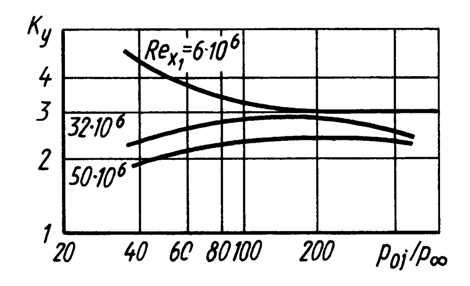


Рис. 6.4.28. Зависимость коэффициента усиления K_y от отношения давлений p_{0j}/p_∞ при различных числах $\mathbf{Re}_{x1} = V_\infty x_1/\nu$

звуковая. Диаметр модели, представляющей собой комбинацию конус — цилиндр, $d_{мид} = 114$ мм, а удлинение $\lambda_к = 7$.

Графики на рисунке 6.4.29 показывают зависимость коэффициента усиления от отношения p_{0j}/p_∞ при числе $\mathbf{Re}_{x1} = 6 \cdot 10^6$ для различных углов атаки и местных чисел **M** перед струей. Значительные коэффициенты усиления $K_у$ при малых p_{0j}/p_∞ и больших $\mathbf{M}_1$ свидетельствуют о том, что комбинированные органы управления могут быть такими же эффективными, как и аэродинамические.

С помощью рис. 6.4.30, на котором представлены осредненные экспериментальные данные, можно ориентировочно определять коэффициенты усиления. Зная значение $K_у$, можно найти по заданному управляющему усилию тягу, развиваемую щелевым соплом, и рассчитать необходимые конструктивные и другие параметры органа управления (размеры щели, расход газа и др.). При этом следует учитывать, что форма и ширина щели не оказывают существенного влияния на величину $K_у$, хотя с уменьшением ширины щели намечается рост $K_у$ [50, 1962, № 4—5].

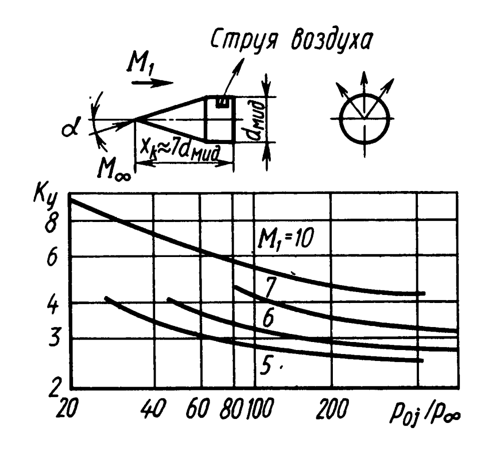


Рис. 6.4.29. Зависимость коэффициента усиления $K_у$ от отношения давлений p_{0j}/p_∞ при различных числах $\mathbf{M}_1$

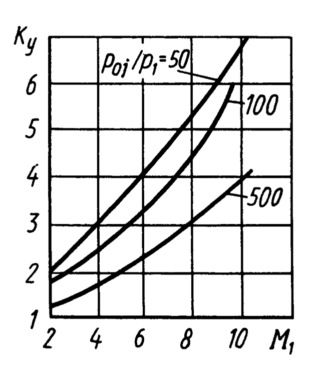


Рис. 6.4.30. Зависимость коэффициента усиления $K_у$ от $\mathbf{M}_1$ и p_{0j}/p_1

Симметричным поперечным вдувом недорасширенных струй из кормовых частей конусов с малым полууглом $\beta_к$ можно повышать статическую устойчивость тел при их движении с гиперзвуковыми скоростями. Если вдув осуществляется с достаточно большими интенсивностями p_{0j}/p_1, то отрывная зона перед струей простирается до вершины конуса (рис. 6.4.31). При изменении угла атаки тела система скачков A_1OA_2 остается практически симметричной относительно вектора скорости набегающего потока. Этот факт объясняется существующей связью между глубиной проникновения струи и параметрами внешнего потока. С наветренной стороны конуса за счет увеличения давления при возрастании угла атаки

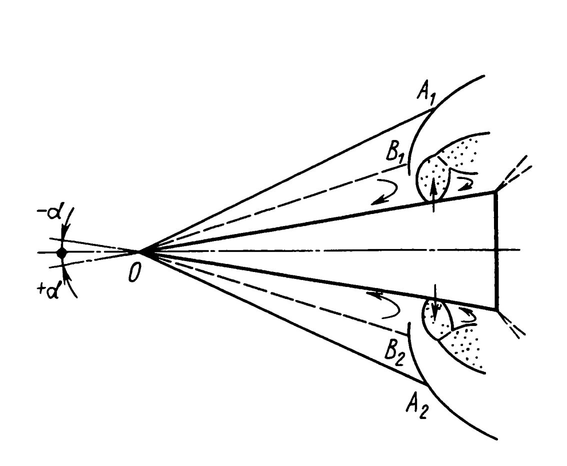


Рис. 6.4.31. Структура отрывного обтекания конуса при поперечном вдуве четырех струй

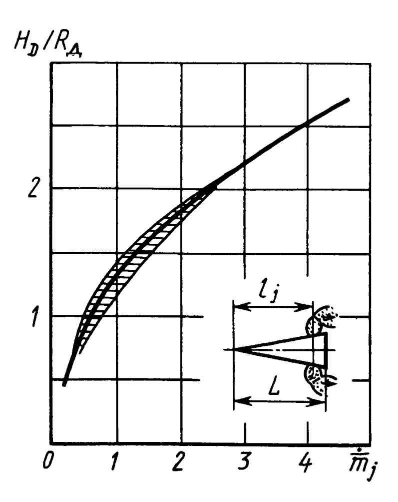


Рис. 6.4.32. Зависимость глубины проникновения $H_D/R_д$ от массового расхода вдуваемого газа ($l_j/L = 0{,}895$)

глубина проникновения струи уменьшается, а с подветренной — увеличивается, т. е. перестает быть симметричной относительно оси конуса.

Для нулевого угла атаки глубина проникновения струи H_D может быть определена отношением [33, 1964, № 9]

$$\frac{H_D}{R_д} = 2\left[\frac{k_j \bar{\dot{m}}_j}{V_\infty}\right]^{1/2}\left[\frac{2RT_{0j}}{\bar{\mu}_j k_j (k_j - 1)}\right]^{1/4}, \qquad (6.4.57)$$

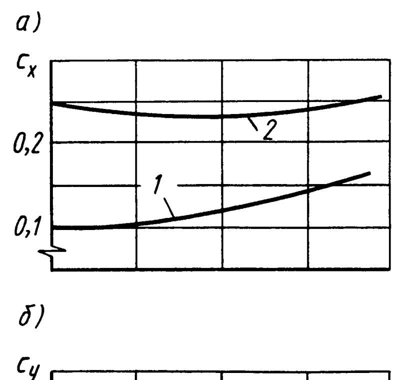
где $R_д$ — радиус основания конуса; $\bar{\dot{m}}_j = \dot{m}_j/(\rho_\infty V_\infty S_д)$ — относительный массовый расход; ρ_∞, V_∞ — плотность и скорость в невозмущенном потоке; $S_д = \pi R_д^2$ — площадь донного среза; μ_j — средняя молекулярная масса газа струи; $k_j = c_p/c_v$ — отношение удельных теплоемкостей.

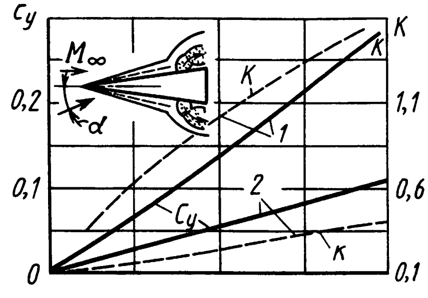
На рис. 6.4.32 приведено сравнение результатов расчета по формуле (6.4.57) и экспериментальных данных (заштрихованная область) при вдуве звуковой струи из кормовой части конуса с полууглом при вершине 6°, обтекаемого гиперзвуковым потоком с $\mathbf{M}_\infty \approx 20$.

Из зависимости (6.4.57) следует, что величина $H_D/R_д$ является достаточно слабой функцией от k_j.

На рис. 6.4.33 представлены результаты измерений коэффициентов продольной (*а*), нормальной (*б*) сил и положений центра давления $\bar{x}_{цд} = x_{цд}/L$ (*в*) (здесь $x_{цд}$ — расстояние, отсчитываемое от вершины конуса) при изменении угла атаки α [33, 1975, № 11].

Поперечный вдув газа приводит к росту продольной силы. Действительно, зоны взаимодействия отдельных струй с набегающим потоком перекрываются и вся поверхность тела находится в об-





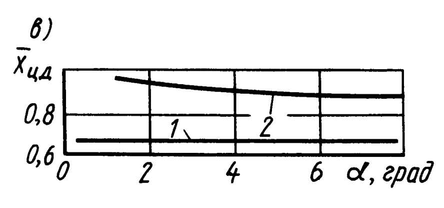


Рис. 6.4.33. Зависимости аэродинамических коэффициентов от угла атаки конуса ($\beta_к = 6°$) при наличии вдува звуковых симметричных поперечных струй ($\mathbf{M}_\infty = 20$, $\dot{m}_j = 0{,}170$ кг/с):
1 — без вдува, *2* — при вдуве

ласти отрывного течения, давление в которой больше, чем в случае отсутствия отрыва.

Коэффициент c_x практически не зависит от угла атаки α, так как с изменением α происходит перемещение тела внутри сориентированной по вектору скорости невозмущенного потока отрывной зоны B_1OB_2 (см. рис. 6.4.31).

Коэффициент нормальной силы конуса (рис. 6.4.33, *б*) в результате интерференционного взаимодействия поперечных струй с набегающим потоком уменьшается. Действительно, при изменении угла атаки тела в пределах небольших углов α (внутри области отрывного течения) относительный уровень разности давлений по окружности тела меняется незначительно, что снижает величину c_y по сравнению со случаем безотрывного обтекания.

Уменьшение c_y и возрастание c_x при вдуве приводит к существенному ухудшению коэффициента $K = c_y/c_x$ (штриховые линии на рис. 6.4.33, *б*).

Результаты экспериментов по распределению давления на поверхности конуса показали, что при отрывном его обтекании, вызванном вдувом струй, наиболее возрастает статическое давление вблизи инжектируемых струй и за ними. Поэтому точка приложения аэродинамических сил при наличии вдува смещается к кормовой части, увеличивая запас статической устойчивости (рис. 6.4.33, *в*).

Отметим, что процесс взаимодействия поперечных струй с потоком при значительных интенсивностях вдува может быть нестационарным и проявляться, например, в изменении от времени глубины проникновения струй на наветренной стороне тела под углом атаки. Причиной является наличие неустойчивости, присущей отрывным течениям, приводящей к периодическому перемещению точки отрыва и перераспределению массы газа в зоне отрывного течения (см. § 5.4).

§ 6.5. МАЛОИНТЕНСИВНЫЙ ВДУВ ГАЗОВЫХ СТРУЙ В ПЕРЕРАСШИРЕННЫЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК

Вдув малоинтенсивных струй в перерасширенное сопло вызывает перераспределение давлений как *у отверстия инжекции, так и в области течения за ним у среза сопла.* Управляющее усилие зависит не только от параметров вдува и основного потока, но и от *коэффициента нерасчетности* сопла. Так как сопло перерасширено, т. е. давление в нем меньше, чем в окружающей среде, то низконапорную струю можно создавать за счет естественного затекания воздуха из атмосферы. Выбирая местоположение отверстия инжекции, его геометрические размеры и форму, можно получить требуемый максимальный эффект от вдува.

Экспериментальные исследования. Структуры течения. На основе комплекса экспериментальных исследований, включающих в себя дренажные и весовые измерения, визуализацию следов потока на стенках сопла с использованием красителей, теневого фотографирования спектров течения, детально изучены процессы взаимодействия струй и потоков для различных режимов работы двигательной установки.

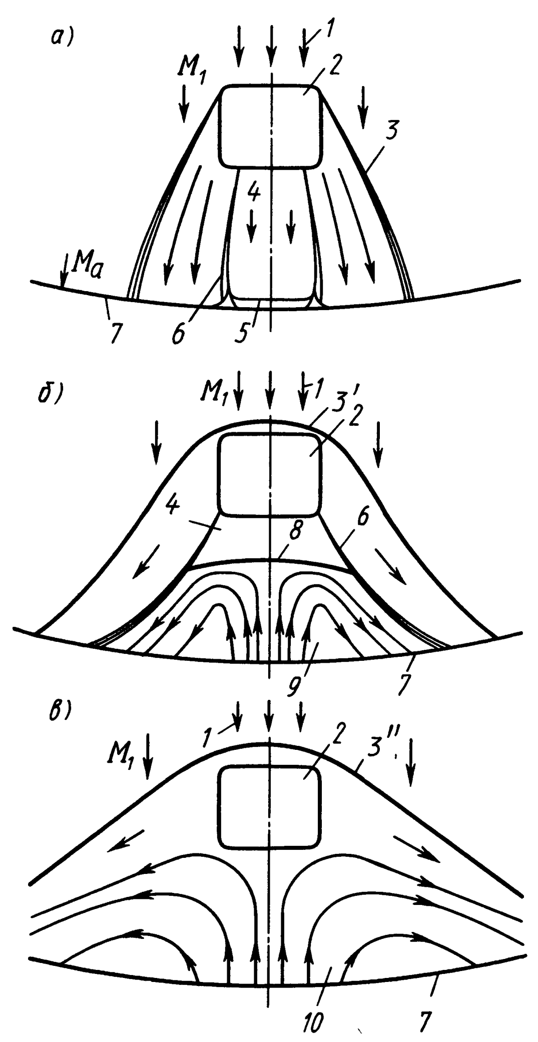


Рис. 6.5.1. Спектры течения на стенке сопла при $p_{0j} = p_H$ и различных режимах перерасширения основного потока ($\mathbf{M}_1 = 3{,}3$; $\mathbf{M}_a = 3{,}5$)

Определено, что для сопл с расчетным режимом течения или с малым перерасширением основного потока условия на срезе сопла не оказывают влияния на общую картину взаимодействия потоков при вдуве вторичной струи в основной сверхзвуковой поток. Физическая картина взаимодействия становится более сложной при наличии определенной степени перерасширения потока в сопле. Основные изменения происходят в области следа инжектируемой струи за отверстием вдува, когда появляется

скачок уплотнения в выходном сечении, вызванный нерасчетным режимом течения по основному соплу.

На рис. 6.5.1 и 6.5.2 представлены спектры течения, полученные при нанесении красителей на стенку сопла вблизи отверстия инжекции и теневом фотографировании структуры потока за срезом осесимметричного сопла. Спектры течения на рис. 6.5.1, соответствующие коэффициентам нерасчетности $n = p_a/p_н = 0{,}3$; 0,40; 0,51 (где p_a, $p_н$ — соответственно давления на срезе сопла и в атмосфере) для наиболее характерных случаев вдува малоинтенсивных (дозвуковых) струй, позволяют судить о траекториях движения частиц основного и вторичного потоков в возмущенных областях течения. Каждому режиму работы сопла и одинаковым конструктивным параметрам отверстия инжекции соответствуют свои зоны взаимодействия потоков. Спектр течения, представленный на рис. 6.5.1, *а*, получен для режима работы сопла с коэффициентом нерасчетности $n = 0{,}51$. Отсутствие отрыва основного потока *1* перед отверстием инжекции *2* и с боковых его сторон (пространственное взаимодействие) связано с малой интенсивностью индуцируемого скачка уплотнения ($p_{0j}/p_1 = 1{,}5$). На спектре виден лишь его след на стенке сопла. Вторичная струя *5* (рис. 6.5.2, *б*) после ее разворота параллельно стенке сопла *3*, оттесняя сверхзвуковой поток, образует низкоэнергетический подслой *6*. Разность скоростей основного и вторичного потоков и наличие вязкости приводят к образованию зоны смешения с постоянным выравниванием профиля скорости, оставляющей на стенке сопла след *6* (рис. 6.5.1, *а, б*). Параметры смешивающихся потоков в выходном сечении сопла для $n = 0{,}51$, соответствующие спектру рис. 6.5.1, *а*, таковы, что в области следа *4* происходит только зарождение отрыва *5*, вызванного скачком уплотнения *9* (рис. 6.5.2, *б*), который образуется у среза сопла *1* из-за нерасчетного режима течения (в дальнейшем для сокращения будем называть этот скачок скачком «нерасчетности»).

С увеличением перерасширения основного потока ($n = 0{,}40$ и $p_{0j}/p_1 = 1{,}90$) изменяются условия течения на срезе сопла, приводящие к росту интенсивности скачка «нерасчетности» (рис. 6.5.1, *б*). Взаимодействие его с низкоэнергетическим струйным подслоем приводит к появлению отрыва смешивающихся потоков и проникновению атмосферного течения *9* со стороны среза сопла *7* в область за отверстием инжекции *2*. Границей вторичного отрыва, вызванного атмосферой, является линия *8*. Головной скачок уплотнения перед струей вызывает лишь зарождение отрыва основного потока вдоль линии *3'*. Этому же режиму течения соответствуют теневые фотографии на рис. 6.5.2, *б*. Струя *5*, истекающая из отверстия *4*, индуцирует скачок уплотнения *2*. Скачок *9* обусловлен торможением при истечении перерасширенного потока в атмосферу ($p_a < p_н$), а скачок *7* — отрывом струйного слоя смешения *6*. В зону *8* попадает атмосферный воздух с давлением, близким к $p_н$.

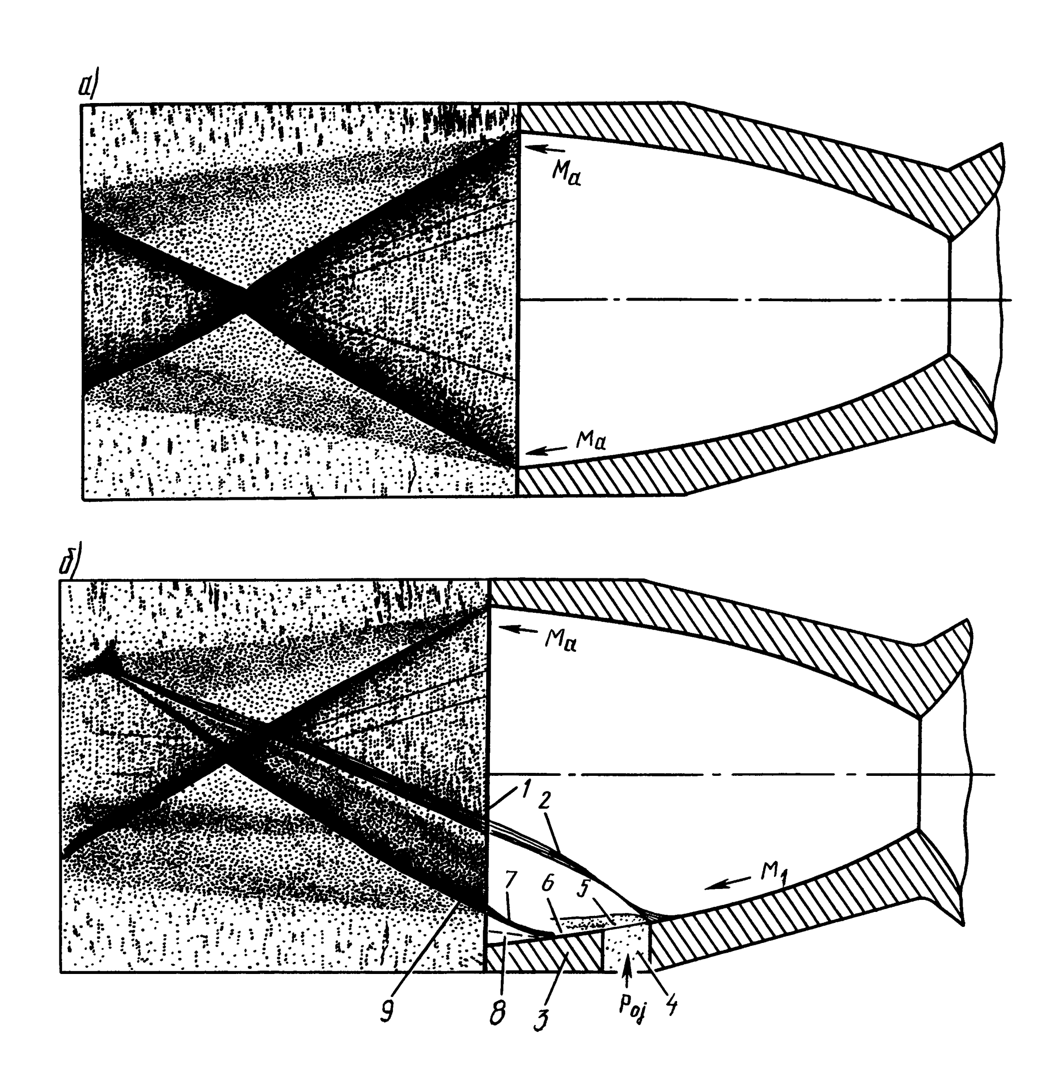


Рис. 6.5.2. Теневые фотографии спектра струй и структуры течения при малоинтенсивном вдуве в перерасширенное сопло ($n = p_a/p_H = 0{,}4$; $\mathbf{M}_a = 3{,}5$):
а — вдув отсутствует, *б* — $p_{0j}/p_1 = 1{,}92$

С увеличением перерасширения потока в сопле (например, до $n = 0{,}3$) наступает такой момент, когда зона вторичного отрыва потока *10* (рис. 6.5.1, *в*) достигает задней кромки отверстия инжекции *2*. В этом случае за счет возросшей интенсивности вдува $p_{0j}/p_1 = 2{,}54$ появляется отрыв основного потока с образованием явно выраженной линии отрыва *3″*.

Графики распределения давлений в возмущенных областях для наиболее характерных режимов вдува атмосферного воздуха в перерасширенное сопло приведены на рис. 6.5.3. Режиму «насыщения», т. е. заполнению вторичным отрывом всей области следа, соответствуют кривые $n = 0{,}25$; $0{,}3$; $0{,}32$; условиям частичного заполнения — кривые $n = 0{,}34$; $0{,}36$; $0{,}38$; зарождению отрыва —

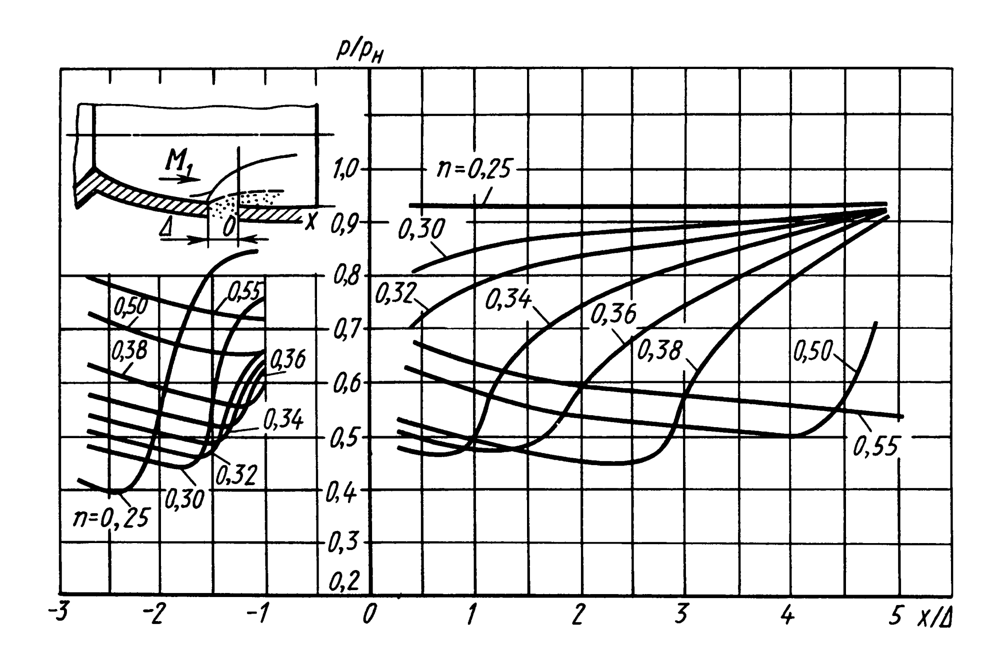


Рис. 6.5.3. Распределение статического давления на стенке сопла перед отверстием инжекции и за ним при вдуве атмосферной струи ($p_{0j} = 10^5$ Па; $\mathbf{M}_1 = 3{,}3$, $\Delta = 8$ мм, $d^* = 35{,}85$ мм)

$n = 0{,}5$. Максимальное давление в зоне вторичного атмосферного отрыва несколько ниже атмосферного и соответствует $\sim 0{,}95\ p_H$.

С увеличением давления торможения основного потока p_{01} возрастает $n = p_a/p_H$, т. е. уменьшается перерасширение потока, а при $p_{0j} = p_H = \text{const}$ снижается и интенсивность вдува p_{0j}/p_1. При этом зона вторичного отрыва с повышенным давлением в области следа струи смещается к выходному сечению сопла и отрыв основного потока перед отверстием инжекции ликвидируется.

Обобщенная модель взаимодействия малоинтенсивной поперечной струи со сверхзвуковым перерасширенным потоком сопла схематически представлена на рис. 6.5.4. Последовательное упрощение ее позволяет охватить весь возможный диапазон изменений интенсивностей вдува и режимов работы двигательной установки.

Влияние геометрических параметров отверстий инжекции и условий вдува на эффективность управления отрывными течениями в перерасширенных соплах. Оценку эффективности управления отрывными течениями будем проводить, используя в качестве критерия величину проекции P_y силы, получаемой от перераспределения избыточного давления в возмущенных вдувом зонах на внутренней поверхности на направление y, перпендикулярное оси сопла (рис. 6.5.4, *а*). Таким образом, P_y является управляющим усилием. Если вдув малоинтенсивен, то основная доля P_y

обусловлена вторичным атмосферным отрывом в области следа вдуваемой струи.

Как показали экспериментальные исследования, при вдуве газа в сверхзвуковую часть сопла изменение степени перерасширения основного потока оказывает существенное влияние на распределение статического давления во всех возмущенных вторичной струей областях. В соответствии со структурой течения (рис. 6.5.4) такое перераспределение давления в свою очередь приводит к перестройке границ областей взаимодействия, а следовательно, также к изменению управляющего усилия.

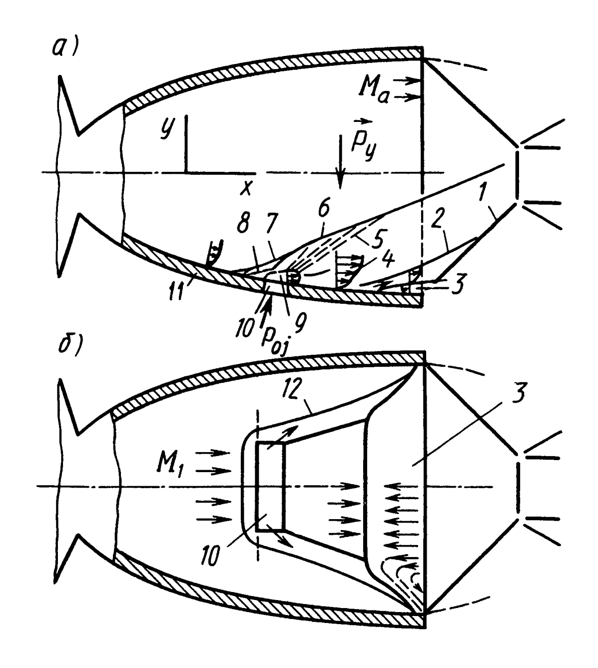


Рис. 6.5.4. Модель взаимодействия малоинтенсивной струи с перерасширенным сверхзвуковым потоком в сопле:

а — вертикальное сечение; *б* — горизонтальное сечение, *1* — скачок «нерасчетности»; *2* — скачок уплотнения из-за вторичного отрыва, *3* — зона вторичного отрыва (атмосферное течение), *4* — профиль скорости в низкоэнергетическом струйном подслое; *5* — волны разрежения; *6* — скачок уплотнения перед струей; *7* — скачок уплотнения, обусловленный отрывом; *8* — зона первичного отрыва, *9* — струя; *10* — отверстие вдува; *11* — сопло; *12* — линия отрыва

На рис. 6.5.5 показаны зависимости относительного управляющего усилия $\bar{P}_y = P_y/P_{max}$ (здесь P_{max} — тяга основного сопла при истечении в вакуум) от коэффициента нерасчетности сопла *n*. Эти графики показывают, что изменения управляющего усилия с уменьшением перерасширения потока в сопле при атмосферном малоинтенсивном вдуве носят практически одинаковый характер для всех случаев варьирования геометрическими параметрами.

Если интенсивность вдува p_{0j}/p_1 остается постоянной, то увеличение коэффициента нерасчетности выше чем $n = 0{,}7$ не приводит к изменению величины управляющего усилия. Этот предел изменения нерасчетности обусловлен вырождением вторичного отрыва в области следа и независимостью процесса взаимодействия от дальнейшего увеличения степени перерасширения основного потока.

Один из способов управления отрывным течением потока в перерасширенном сопле, а следовательно, и величиной P_y при малоинтенсивном вдуве заключается в изменении площади отверстия инжекции. Если отверстие выполнено в виде щели, то изменяют либо ширину Δ, либо угол ее раскрытия γ.

На рис. 6.5.6 приведены графики зависимостей управляющего усилия $\bar{P}_y$ от относительной ширины щели $\bar{\Delta} = \Delta/L$ для случая

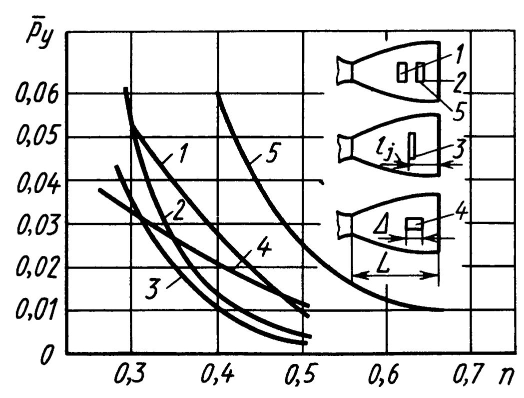


Рис. 6.5.5. Зависимость относительного управляющего усилия от коэффициента нерасчетности ($\mathbf{M}_a = 3{,}5$):

Кривые	p_{0i}/p_H	Δ/L	$\mathbf{M}_i$	γ	l_i/L
1	1	0,111	3,13	69	0,430
2	1	0,111	3,30	69	0,276
3	1	0,111	3,30	69	0,276
4	1	0,0425	3,30	15°	0,276
5	1,5	0,111	3,30	69	0,276

атмосферного вдува с $p_{0j} = p_H = 10^5$ Па. Площади отверстия инжекции в экспериментах изменялись от $S_j = 0$ до $S_j = 1{,}165S^*$ (где S^* — площадь критического сечения сопла). Для всех режимов с увеличением $\bar{\Delta}$ до некоторого предельного значения $\bar{\Delta}_{\text{пр}}$ происходит непрерывное возрастание $\bar{P}_y$, причем рост управляющего усилия становится интенсивнее с уменьшением коэффициента нерасчетности сопла, а значение его существенно зависит от перерасширения основного потока. Например, для режима работы сопла с нерасчетностью $n = 0{,}30$ максимальное значение $\bar{P}_y = 0{,}053$ достигается при $\bar{\Delta}_{\text{пр}} = 0{,}09$ и дальнейшее увеличение ширины щели не приводит к его росту. С уменьшением перерасширения при $n = 0{,}33$ значение максимально возможной силы для режима атмосферного вдува уменьшается до $\bar{P}_y = 0{,}045$; при этом увеличивается и предельное значение $\bar{\Delta}_{\text{пр}} = 0{,}11$, при котором возможно достижение такой силы. В общем случае для каждого значения n существует *предельное управляющее усилие* (рис. 6.5.6), которое определяется шириной щели при фиксированных значениях угла ее раскрытия, а также расстояния от выходного сечения сопла l_j.

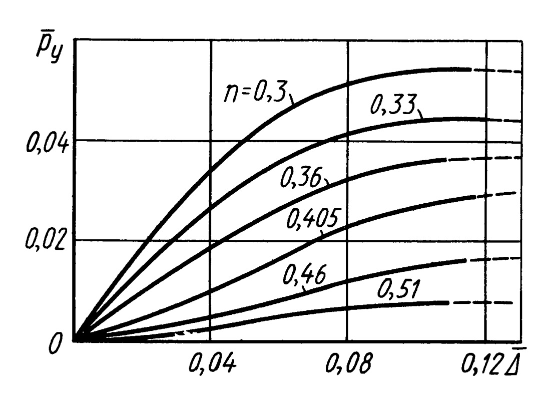


Рис. 6.5.6. Зависимость $\bar{P}_y$ от относительной ширины щели $\bar{\Delta}$ при различной степени перерасширения основного потока в сопле ($\mathbf{M}_1 = 3{,}3$; $\bar{l}_j = l_j/L = 0{,}276$; $k_1 = 1{,}4$)

Ширина щели при условии $p_{0j} = p_H$ увеличивает глубину проникновения вторичной струи, а следовательно, и размеры струйного низкоэнергетического подслоя, образуемого за отверстием инжекции за счет смешения основного и вторичного потоков. При прочих равных условиях это приводит к возрастанию области, занятой вторичным отрывом, вызванным взаимодействием скачка «нерасчетности» с образовавшимся низкоэнергетическим струйным подслоем. Поэтому максимальное значение силы

$\bar{P}_у$ достигается при условии, что во всей возмущенной зоне за отверстием инжекции давление будет близким к атмосферному, т. е. зона вторичного отрыва распространяется до задней кромки отверстия инжекции.

Зависимость $\bar{P}_у$ от $\bar{\Delta}_j = \Delta/l_j$ и предельные значения управляющих усилий показаны на рис. 6.5.7. Использование параметра $\bar{\Delta}_j$ позволило оценить предел изменения размеров щели (отверстия) инжекции, необходимого для получения максимального управляющего усилия в каждом из режимов. Точки A, B, C, D, E, F кривой 1 соответствуют минимальным значениям ширины щели, необходимой для получения $\bar{P}_{у\,max}$. Например, режим «насыщения» при перерасширении основного потока до $n = 0{,}3$ (значение $\bar{P}_{у\,max} = 0{,}055$) получается при истечении струи из щели с $\Delta = 0{,}35 l_j$. С уменьшением перерасширения потока значение Δ, требуемое для заполнения всей области следа вторичным отрывным потоком, увеличивается и в пределе при $n_{пр} = 0{,}76$ соответствует размеру l_j. При этом абсолютная величина максимального относительного усилия $\bar{P}_{у\,max}$ уменьшается до 0,0046. Коэффициент $n_{пр}$ зависит от местоположения сечения вдува и определяется из условия равенства статических давлений набегающего потока и вторичной струи.

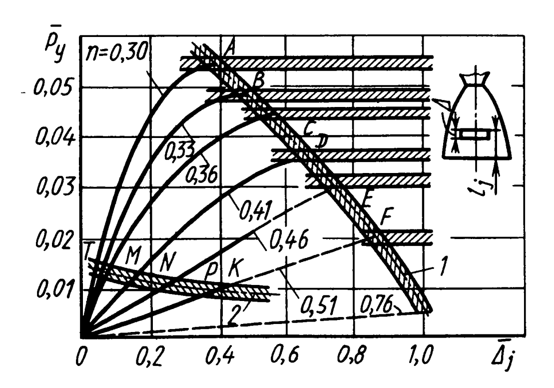


Рис. 6.5.7. Зависимость $\bar{P}_у$ от $\bar{\Delta}_j$ при различной степени перерасширения основного потока ($\mathbf{M}_1 = 3{,}3$, $k_1 = 1{,}4$)

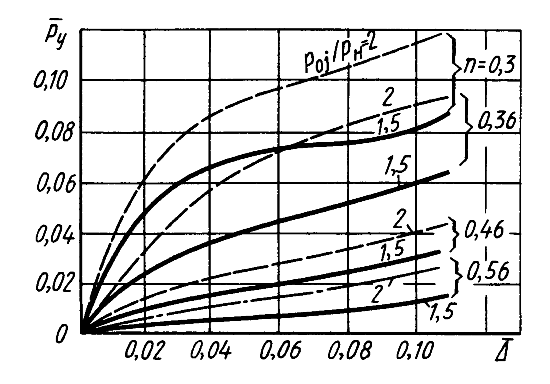


Рис. 6.5.8. Зависимость $\bar{P}_у$ от $\bar{\Delta}$ при различном давлении вдува

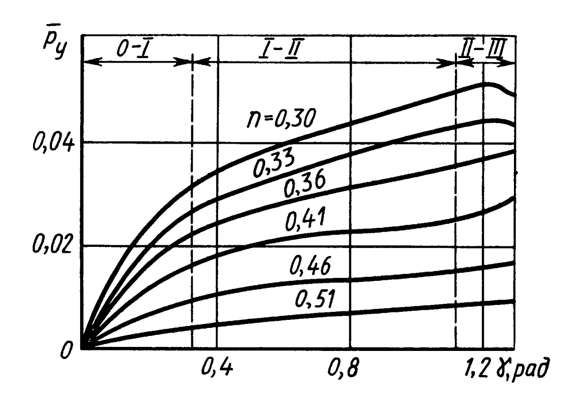


Рис. 6.5.9. Зависимость относительной силы $\bar{P}_у$ от угла раскрытия отверстия инжекции ($\mathbf{M}_a = 3{,}5$; $\mathbf{M}_1 = 3{,}3$, $k_1 = c_p/c_v = 1{,}4$)

Уменьшение ширины щели от ее предельного значения, требуемого для получения $\bar{P}_{y\,max}$, приводит только к частичному заполнению следа струи зоной вторичного отрыва, вызванного скачком «нерасчетности», с постепенной ее ликвидацией. Область *TKFA* (рис. 6.5.7) включает в себя возможные комбинации размеров щели и режимов, при которых реализуется такое течение. Кривая *2* определяет размеры щели вдува для каждого режима из диапазона $n = 0{,}3...0{,}51$, при которых наступает выравнивание параметров вторичной струи у среза сопла до значений невозмущенного течения.

Управляющее усилие для режимов течения по основному соплу с $n = 0{,}3...0{,}51$ $(p_{0j} = p_H)$ при изменении размеров щели, соответствующих области $0TK$, создается только за счет перераспределения давления от взаимодействия основного потока и инжектируемой струи. Из рис. 6.5.7 также следует, что с увеличением перерасширения основного потока для создания условий зарождения вторичного отрыва в области следа требуется меньшая ширина щели вдува, а следовательно, и меньший расход.

Рассмотренные результаты соответствовали режиму атмосферного вдува $(p_{0j} = p_H)$. Для анализа влияния ширины щели на усилие $\bar{P}_y$ в режиме, когда $p_{0j} > p_H$, получены аналогичные зависимости $\bar{P}_y = f(\bar{\Delta})$ при фиксированных значениях p_{0j}/p_H для сопл с различным перерасширением. На рис. 6.5.8 приведены экспериментальные данные об изменении относительного управляющего усилия $\bar{P}_y$ в зависимости от $\bar{\Delta} = \Delta/L$ при давлениях вдува $\bar{p}_{0j} = p_{0j}/p_H = 1{,}5$; 2 в диапазоне нерасчетностей $n = 0{,}3...0{,}6$.

Увеличение ширины щели в этом случае также приводит к возрастанию управляющего усилия. При одинаковых размерах щели $\bar{P}_y \sim p_{0j}$. Возросшая интенсивность скачка уплотнения, возникающего при взаимодействии струй, вызывает отрыв потока перед инжектируемой струей с развитой отрывной зоной. На режимах с малым перерасширением $n > 0{,}46$ управляющее усилие возрастает практически пропорционально изменению относительной ширины щели $\bar{\Delta}$. Линейность этих характеристик нарушается с увеличением перерасширения потока, что связано с влиянием скачка «нерасчетности» на течение в области следа вдуваемой струи. Для режимов с $n = 0{,}36...0{,}46$ и $\bar{p}_{0j} = 1{,}5$; 2,0 резкое возрастание $\bar{P}_y$ при малом увеличении $\bar{\Delta}$ (до 0,04) объясняется заполнением области следа вторичным отрывом с давлением, близким к p_H. В этом случае проникновение вторичного отрыва до задней кромки отверстия инжекции происходит при более низких значениях $\bar{\Delta}$, чем в режиме атмосферного вдува.

Зависимости относительного управляющего усилия $\bar{P}_y$ от угла раскрытия щели инжекции γ при различных режимах перерасширения основного потока $(n = 0{,}30...0{,}51)$ и условиях атмосферного вдува $(p_{0j} = p_H)$ показаны на рис. 6.5.9. В экспериментах угол γ менялся в диапазоне 0...75° при постоянных относительных ширине

отверстия инжекции $\bar{\Delta} = 0{,}111$ и расстоянии сечения вдува до среза сопла $\bar{l}_j = l_j/L = 0{,}276$.

Увеличение степени перерасширения n основного потока изменяет характер поведения зависимостей $\bar{P}_у = f(\gamma)$. Для всех графиков (рис. 6.5.9) можно выделить три зоны, соответствующие вполне определенным закономерностям изменения управляющего усилия. При увеличении угла раскрытия γ от 0 до 0,3 рад (зона 0—I) происходит наиболее интенсивное возрастание управляющего усилия для всех исследованных режимов. Такое изменение обусловлено малым уменьшением проекций возмущенной площади с избыточным давлением. При этом интенсивность роста $\bar{P}_у$ увеличивается с уменьшением коэффициента нерасчетности. Различный уровень значений управляющего усилия объясняется зависимостью структуры его от степени перерасширения потока. Даже при малых углах раскрытия щели вторичный отрыв оказывает существенное влияние на управляющее усилие.

По мере увеличения γ (зона I—II) возрастание $\bar{P}_у$ замедляется, что обусловлено заметным уменьшением проекции площади с повышенным давлением. Для этой зоны зависимость $\bar{P}_у = f(\gamma)$ носит монотонно возрастающий характер для всех режимов перерасширения. Особенность изменения управляющего усилия от угла раскрытия проявляется на режимах с $n = 0{,}3...0{,}33$ в зоне II—III. Управляющее усилие достигает своего максимального значения $\bar{P}_у = 0{,}055$ для условий атмосферного вдува с $p_{0j} = p_н$ при угле раскрытия щели $\gamma = 1{,}1$ рад и коэффициенте нерасчетности $n = 0{,}3$, а для режима с нерасчетностью $n = 0{,}33$ максимальное значение $\bar{P}_у = 0{,}045$ соответствует $\gamma = 1{,}22$ рад. Дальнейший рост γ приводит к падению $\bar{P}_у$. В общем случае с уменьшением n положение максимума управляющего усилия смещается в сторону больших углов.

Анализ спектров поверхностных линий тока в областях взаимодействия потоков показал, что для режима с перерасширением $n = 0{,}3$ при $\gamma = 1{,}1$ рад возмущенная зона распространяется на противоположную отверстию инжекции половину поверхности сопла, создавая силу, направление действия которой обратно основной. Этим объясняется наличие максимума управляющего усилия. Поведение зависимостей $\bar{P}_у$ от γ для меньших перерасширений основного потока в сопле ($n = 0{,}405...0{,}51$) носит характер изменения, аналогичный зоне I—II.

Зависимости относительного управляющего усилия $\bar{P}_у$ от расстояния щели для вдува до среза сопла (места падения скачка уплотнения, вызванного нерасчетным режимом истечения основного потока) показаны на рис. 6.5.10. Результаты экспериментов получены на профилированных соплах с различным полууглом в выходном их сечении. На стенке сопла у среза число $\mathbf{M}_a = 3{,}5$. С увеличением l_j, т. е. при приближении отверстия инжекции к критическому сечению сопла, происходит рост $\bar{P}_у$. При определяемых

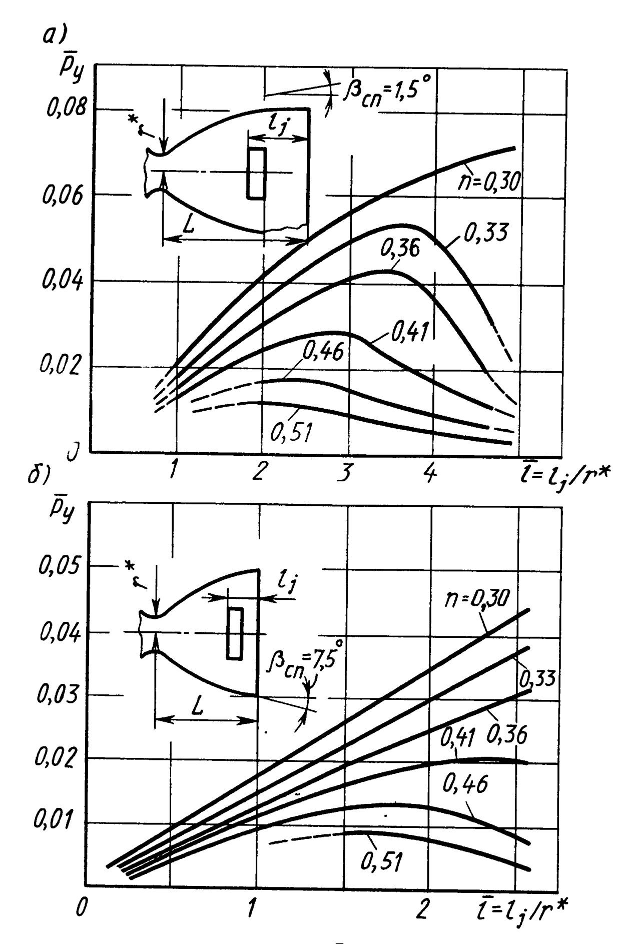


Рис. 6.5.10. Изменение $\bar{P}_у$ при различных расстояниях отверстия инжекции до среза сопла ($k_1 = c_p/c_v = 1{,}4$; $p_{0j}/p_H = 1$; $\gamma = 69°$):
а — $L/r^* = 10{,}5$, б — $L/r^* = 7{,}3$

режимах перерасширения зависимости $\bar{P}_у$ имеют локальные максимумы. Величина $\bar{l} = l_j/r^*$, при котором управляющее усилие достигает наибольшего значения, определяется углом $\beta_{сп}$ и коэффициентом нерасчетности n. С увеличением перерасширения основного потока это значение $\bar{l} = \bar{l}_{опт}$ смещается в сторону увеличения $\bar{l}$. Одновременно возрастает уровень управляющего усилия $\bar{P}_у$, например от 0,012 ($\bar{l}_{опт} = 2$ и $n = 0{,}51$) до 0,054 ($\bar{l}_{опт} = 3{,}6$ и $n = 0{,}33$).

В режиме атмосферного вдува ($p_{0j} = p_H$) инжекция воздуха в сопло осуществляется за счет разности статических давлений в атмосфере и сверхзвуковом потоке. При постоянных давлениях торможения основного потока (p_{01} = const) и инжектируемой струи с увеличением расстояния от среза сопла до места инжекции возрастает статическое давление p_1, а следовательно, уменьшаются интенсивность вдува p_{0j}/p_1 и высота проникновения вторичной струи в сверхзвуковой основной поток. Возрастание $\bar{l}$ приводит к увеличению пути смешения взаимодействующих потоков. Чем дальше от среза сопла расположено отверстие инжекции, тем больше путь смешения, определяемый расстоянием от места инжекции до взаимодействия со скачком уплотнения, вызванным нерасчетным режимом течения по основному соплу, а следовательно, быстрее происходит выравнивание скоростей вторичного потока до значения основного. Однако для условий работы сопла со значительным перерасширением (n=0,3...0,41) увеличение расстояния до $\bar{l}_{опт}$ сопровождается возрастанием управляющего усилия. Такое изменение $\bar{P}_у$ обусловлено сочетанием глубины проникновения вторичной струи, длины зоны смешения и распределения давления за отверстием инжекции, при котором вторичный отрыв струйного

подслоя области смешения, вызванный скачком «нерасчетности», достигает задней кромки отверстия инжекции и атмосферное течение со стороны среза сопла с давлением, близким к p_H, заполняет всю область следа струи. Поэтому при $\bar{l} \leqslant \bar{l}_{опт}$ изменение $\bar{P}_у$ происходит пропорционально $\bar{l}$. Последующее увеличение $\bar{l}$ сопровождается падением $\bar{P}_у$, что связано с уменьшением размеров струйного подслоя, более быстрым возрастанием профиля скорости и, следовательно, меньшим проникновением вторичного отрыва в область следа за отверстием инжекции.

Изменение управляющего усилия как функции от места инжекции, определяемого числом $\mathbf{M}_l$ в сечении сопла перед вдуваемой струей, показано на рис. 6.5.11. Результаты соответствуют малоинтенсивной инжекции воздуха в сопла, имеющие на стенке в выходном сечении одинаковые значения чисел $\mathbf{M}_a = 3{,}5$, но различные длины сверхзвуковой части и полууглы раствора $\beta_{сп}$. Для таких сопл сохранение значений параметров $\mathbf{M}_l$, Δ, γ не обеспечивает моделирования условий течения за отверстием инжекции.

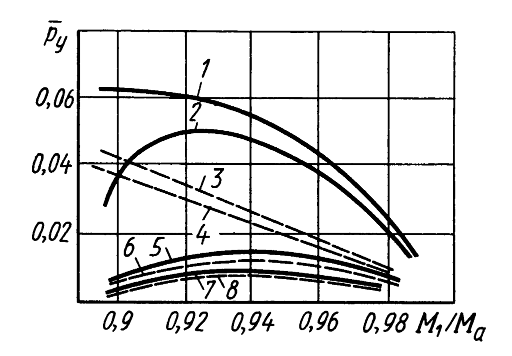


Рис. 6.5.11. Зависимость $\bar{P}_у$ от $\mathbf{M}_l/\mathbf{M}_a$ ($k_l = c_p/c_v = 1{,}4$; $p_{0j}/p_H = 1$):
——— — сопло с $\beta_{сп} = 1{,}5°$; $L/r^* = 10{,}5$; — — — — — укороченное сопло с $\beta_{сп} = 7{,}5°$; $L/r^* = 7{,}3$, *1, 3* — $n = 0{,}3$, *2, 4* — $n = 0{,}33$, *5, 6* — $n = 0{,}46$, *7, 8* — $n = 0{,}51$

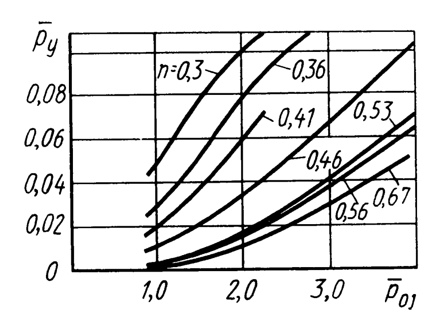


Рис. 6.5.12. Зависимость управляющего усилия от относительного давления вдува для различных режимов перерасширения основного потока ($k_l = 1{,}4$; $k_j = 1{,}4$; $\mathbf{M}_l = 3{,}3$; $\mathbf{M}_a = 3{,}5$; $\bar{\Delta} = 0{,}069$; $\gamma = 60°$)

Зависимость $\bar{P}_у$ от $\mathbf{M}_l/\mathbf{M}_a$ дает возможность найти функциональные связи между определяющими параметрами и установить влияния их друг на друга. Например, для режима перерасширения основного потока с $n = 0{,}51$ кривые *7* и *8* совпадают, что говорит об отсутствии влияния l_j на $\bar{P}_у$. В этом случае управляющее усилие определяется только параметрами $\mathbf{M}_l$, p_l, p_{0j}, S_j при неизменных $\mathbf{M}_a$. С увеличением нерасчетности (кривые *1...6*) для сопл при одинаковых условиях вдува величины управляющих усилий изменяются из-за несоответствия размеров возмущенных областей за отверстием инжекции. Для исследуемых условий вдува и изменения положения отверстия инжекции возмущенная зона не рас-

пространялась на стенку сопла, диаметрально противоположную отверстию инжекции.

Графики зависимостей управляющего усилия $\bar{P}_y$ от величины относительного давления вдува $\bar{p}_{0j} = p_{0j}/p_H$ показаны на рис. 6.5.12. С увеличением $\bar{p}_{0j}$ происходит непрерывный рост управляющего усилия, но интенсивность его возрастания зависит от степени перерасширения основного потока. Повышенная интенсивность изменения $\bar{P}_y$ на режимах вдува струй в поток с небольшими коэффициентами нерасчетности объясняется следующим. Возрастает перепад давлений на индуцируемом струей скачке уплотнения. Это приводит к зарождению и дальнейшему развитию отрывной зоны перед отверстием инжекции. Одновременный рост высоты проникновения вдуваемой струи создает благоприятные условия для распространения вторичного отрыва со стороны среза сопла во всю возмущенную область следа инжектируемого потока, а следовательно, и для повышения давления в ней. Кроме того, возрастает тяга сопла за счет инжекции. При малых перерасширениях, когда скачок уплотнения, обусловленный нерасчетностью сопла, не способен вызвать отрыв струйного подслоя смешения, образовавшегося за отверстием инжекции, управляющее усилие создается реактивной силой от вдува и некоторым перераспределением давления в окрестностях отверстия инжекции.

При инжекции низконапорных струй в перерасширенный сверхзвуковой поток сопла скорость истечения вторичного потока дозвуковая, а поэтому для управления параметрами отрывных течений в сопле требуются сравнительно малые расходы вдуваемого газа. Общепринятым критерием эффективности управления путем инжекции газа в сопла является приведенный импульс $\Phi = \bar{P}_y/\dot{\bar{m}}_j$.

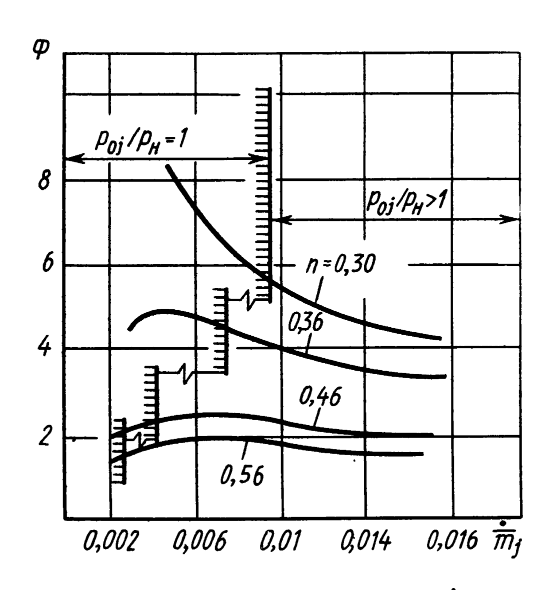


Рис. 6.5.13. Зависимость Φ от $\dot{\bar{m}}_j$ при вдуве струй в перерасширенное сопло

На рис. 6.5.13 приведены зависимости $\Phi = f(\dot{\bar{m}}_j)$ для различных перерасширений потока в сопле. В области атмосферного вдува ($p_{0j}/p_H = 1$) и нерасчетностей $n < 0{,}46$ величина Φ достигает высоких значений ($\Phi > 2$). Характерным для $\Phi = f(\dot{\bar{m}}_j)$ является существование максимумов, причем положение их изменяется в зависимости от степени перерасширения основного сверхзвукового потока в сопле. Увеличение расхода приводит к росту Φ до его предельного значения Φ_{max}, также зависящего от режима работы сопла.

Значение Φ_{max} для исследованных режимов было получено при дозвуковых скоростях истечения через отверстие инжекции.

Сравнивая интенсивный вдув газа в сверхзвуковую часть сопла с малоинтенсивным вдувом в перерасширенное сопло, можно сделать вывод, что высокие значения приведенного импульса $\Phi > 2$ при малых расходах $\bar{\dot{m}}_j$ во втором случае являются следствием образования дополнительной зоны повышенного давления в области следа за отверстием инжекции, что становится возможным лишь при организации низкоэнергетического течения перед срезом сопла. Таким образом, *малоинтенсивная инжекция является средством управления отрывным течением,* которое возникает при взаимодействии скачка уплотнения, вызванного нерасчетным режимом течения в сопле. Сопоставление режимов, соответствующих максимуму зависимостей $\Phi = f(\bar{\dot{m}}_j)$, со спектрами поверхностных линий тока (см. рис. 6.5.1) показало, что наибольшее значение Φ для рассматриваемого режима достигается при минимальном расходе (если $p_{0j} = \text{const}$, то при минимальной площади отверстия инжекции), обеспечивающем максимальное заполнение области следа возвратным течением атмосферной среды со стороны среза сопла.

Так как с увеличением перерасширения для вторичного отрыва в области следа требуется меньший расход, а следовательно, и площадь S_j при $p_{0j} = \text{const}$, то этим объясняется смещение положений максимальных значений Φ, полученных в экспериментах (рис. 6.5.13).

При малоинтенсивном вдуве газа в перерасширенное сопло отверстие инжекции может иметь различную форму и в зависимости от конструктивных соображений выполняться в виде прямоугольной щели, одного или нескольких круглых отверстий, расположенных в один или несколько рядов в шахматном порядке, и т. п.

По данным экспериментов для некоторых разновидностей форм отверстий инжекций были определены значения коэффициентов усиления $K_у$ (см. § 6.4). На рис. 6.5.14 представлены графики зависимостей $K_у$ от коэффициента нерасчетности n, соответствующие вдуву через систему четырех (кривая *1*), трех отверстий (кривая *2*) и для щелевых отверстий с теми же площадью и углом раскрытия (кривые *1′*, *2′*).

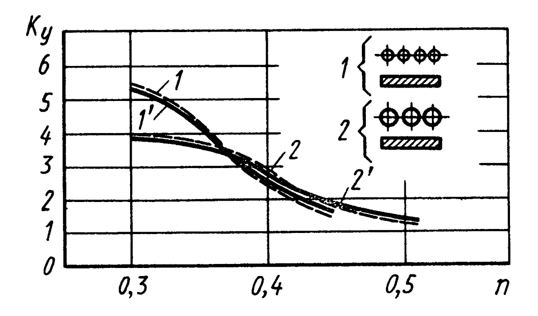


Рис. 6.5.14. Коэффициент усиления вдува через щель (———) и систему отверстий (— — —) при различных значениях нерасчетности:
1 — $S_j/S^* = 0{,}44$; *2* — $S_j/S^* = 0{,}72$

Для условий атмосферной инжекции эффективность вдува через щель и систему отверстий оказалась практически одинаковой. Совпадение зави-

симостей $K_y(n)$ для сравниваемых вариантов объясняется, во-первых, образованием единого фронта скачков уплотнения, возникающих перед рядом круглых отверстий инжекции, а следовательно, и такими же размерами возмущенной зоны, как при щелевом вдуве, и, во-вторых, тем, что процессы смешения и выравнивания потоков в области следа вдуваемых струй для системы отверстий и щели происходят аналогично.

Расчет длины зоны вторичного отрыва в следе вдуваемой струи. Анализ физической картины взаимодействия малоинтенсивных струй со сверхзвуковым перерасширенным потоком сопла показывает, что создать достаточно строгую математическую модель такого явления не представляется возможным. Приближенный расчет проводится при автономном рассмотрении каждой из возмущенных областей течения с некоторыми упрощениями действительной структуры потока. Все течение условно разбивается на области (рис. 6.5.15): *I* — взаимодействия струи и основного сверхзвукового потока; *II* — смешения вторичной струи и основного потока за отверстием инжекции; *III* — воздействия скачка уплотнения, имеющего место при нерасчетном режиме течения по соплу, на струйный подслой смешения.

Параметры потоков определяются для плоского случая течения при независимом рассмотрении краевых возмущений, вносимых вторичной струей в основной поток. Градиент давления по соплу в зоне за отверстием инжекции считается пренебрежимо малым и не влияет на процессы смешения.

При малоинтенсивном вдуве за счет небольших перепадов скачок уплотнения перед струей оказывается присоединенным, не вызывает отрыва основного потока, а лишь повышает его давление

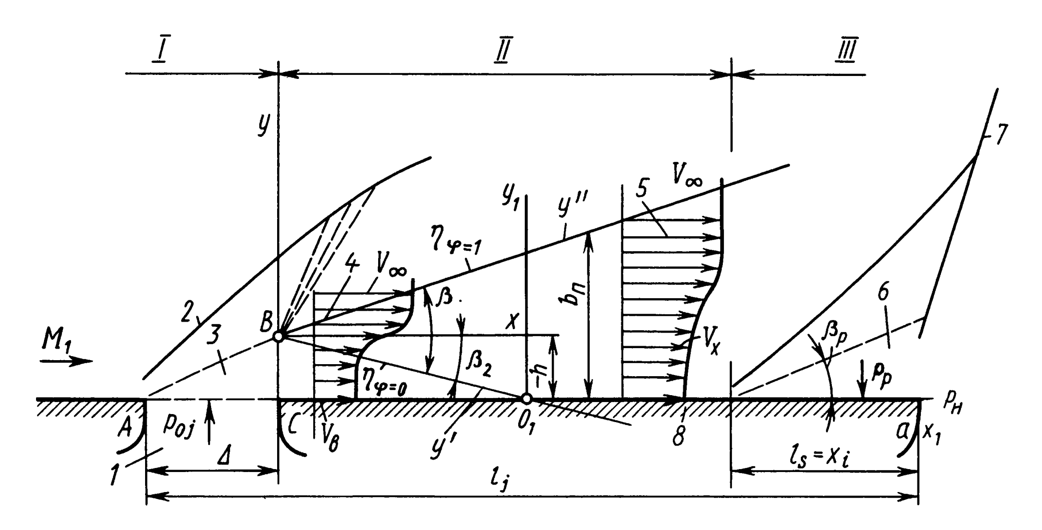


Рис. 6.5.15. Схема течения малоинтенсивной струи за отверстием инжекции:
1 — отверстие инжекции; *2, 7* — скачки уплотнения; *3* — струя; *4, 5* — профили скорости на начальном и основном участках; *6* — область вторичного отрыва, *8* — стенка сопла

до значения, соответствующего давлению в струе. Поэтому для определения параметров инжектируемого газа справедлива система уравнений (6.4.13)...(6.4.17), решив которую находят исходные данные для расчета характеристик низкоэнергетического струйного подслоя.

Неравномерность струйного подслоя значительно осложняет решение задачи о вторичном взаимодействии скачка уплотнения в области следа вдуваемой струи, так как все существующие зависимости для отрывных течений предполагают равномерность набегающего потока. Поэтому в качестве исходных параметров были выбраны осредненные интегральные характеристики по сечениям струйного подслоя смешения, которые удовлетворяли имеющимся переменным величинам. Это позволило в качестве критериальной зависимости использовать соотношения, устанавливающие соответствие давления в зоне отрыва p_S и числа $\mathbf{M}_i$ и дающие достаточно хорошее согласование с опытными результатами [4]:

$$p_S/p_i = 1+0{,}5k_i\mathbf{M}_i^2(x_i)(1-A)/[1+0{,}5(k_i-1)A\mathbf{M}_i^2(x_i)], \qquad (6.5.1)$$

где $\mathbf{M}_i(x_i)$ — характерное осредненное число $\mathbf{M}$ в струйном подслое, являющееся функцией координаты x_i, отсчитываемой от задней кромки отверстия инжекции; p_i — давление в струйном подслое перед областью взаимодействия; k_i — отношение удельных теплоемкостей; A — эмпирический коэффициент, равный 0,65.

Давление в точке отрыва однозначно связано с давлением в атмосфере (за скачком «нерасчетности») следующей зависимостью:

$$p_S = \xi p_H, \qquad (6.5.2)$$

где $\xi = 0{,}082 + 1{,}84n$ — коэффициент, учитывающий перепад давлений в атмосфере за срезом сопла и зоне вторичного атмосферного отрыва (для диапазона $n = 0{,}3...0{,}5$).

Наиболее распространенным является метод нахождения средних значений параметров при сохранении в исходном и осредненном потоках одинаковыми величин расхода газа, импульса и энергии [1].

Считая, что градиент статического давления в поперечном направлении близок к нулю, значение осредненной температуры торможения определяем из условия равенства энергии в струйном подслое и осредненном потоке:

$$T_{0i} = \int\limits_{b_п} c_p \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)}\sqrt{T_0}\,db \Big/ \left(c_{pi} \int\limits_{b_п} \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)\sqrt{T_0}}\,db \right), \qquad (6.5.3)$$

где $b_п$ — поперечный размер струйного подслоя смешения; λ — приведенная скорость; $q(\lambda)$, $\pi(\lambda)$ — газодинамические функции; T_0 — температура торможения в струйном подслое; $c_p = kR/(k-1)$ — теплоемкость газа; $R = R_b + (R_\infty - R_b)\varphi$ — газовая постоянная;

$k = k_b + (k_\infty - k_b)\varphi$ — отношение удельных теплоемкостей; $\varphi = (V - V_b)/(V_\infty - V_b) = 0{,}5(1 + \operatorname{erf}\eta)$ — относительная избыточная скорость; $\eta = \sigma_\| y/x$ — безразмерная координата; $\sigma_\| = \sigma(1 + 0{,}4\varphi_b)/(1 - \varphi_b)$ — коэффициент смешения; $\varphi_b = V_b/V_\infty$ — относительная скорость вдува.

Индексами ∞, b, i обозначены соответственно параметры внешнего, инжектируемого потоков и осредненные параметры газа в сечении, расположенном на расстоянии x_i от задней кромки сопла.

Среднее значение приведенной скорости λ_i находится из условия равенства действительного импульса струйного подслоя и импульса, вычисляемого по средним значениям параметров:

$$z'(\lambda_i) = \lambda_i + \frac{1}{\lambda_i} = \left[\frac{2k_i}{R_i T_{0i}(k_i+1)}\right]^{0,5} \times$$
$$\times \frac{\int\limits_{b_п} \frac{f'(\lambda)}{\pi(\lambda)} db}{\int\limits_{b_п} \left[k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{(k+1)/(k-1)} \frac{1}{R}\right]^{0,5} \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)\sqrt{T_0}} db}, \qquad (6.5.4)$$

где $f'(\lambda) = \left[\frac{2}{k+1}\right]^{\frac{1}{k-1}} q(\lambda) z'(\lambda)$.

Параметры c_{pi}, k_i, R_i определяются как средние по площади струйного подслоя $b_п$ величины удельной теплоемкости, показателя адиабаты и газовой постоянной.

По значению функции $z'(\lambda_i)$ определяются значение приведенной скорости и характерное число $\mathbf{M}_i(x_i)$:

$$\lambda_i = \frac{z'(\lambda_i)}{2} + \sqrt{\frac{[z'(\lambda_i)]^2}{4} - 1}\,; \qquad (6.5.5)$$

$$\mathbf{M}_i(x_i) = \left\{\frac{[2/(k_i+1)]\lambda_i^2}{1 - [(k_i-1)/(k_i+1)]\lambda_i^2}\right\}^{0,5}. \qquad (6.5.6)$$

Так как статическое давление при малоинтенсивном вдуве выравнивается до значения во внешнем потоке практически сразу за отверстием инжекции, то совместное решение уравнений (6.5.1)...(6.5.6) позволяет найти положение сечения струйного подслоя, в котором происходит вторичный отрыв смешивающихся потоков.

Для решения полученной системы уравнений необходимо знать законы изменения скорости в зоне смешения, а также границ струйного подслоя.

Анализ профилей избыточных скоростей и температур в струе при вдуве ее в сносящий сверхзвуковой поток показал, что на сравнительно небольшом расстоянии от места инжекции их профили становятся универсальными и описываются соответствующими зависимостями, справедливыми для спутных потоков. Считалось,

что на процесс смешения струй не оказывает влияния стенка сопла, а следовательно, пренебрегали нарастанием пограничного слоя на ней.

Профиль скорости в области смешения определяли соотношением

$$V = V_b + (V_\infty - V_b)\varphi(\eta). \qquad (6.5.7)$$

Поделив почленно (6.5.7) на $a^* = \sqrt{2RT_0k/(k+1)}$, после простых преобразований получим

$$\lambda = V/a^* = \lambda_b\sqrt{\delta_{1b}R_bT_{0b}/(\delta_1RT_0)} + \left(\lambda_\infty\sqrt{\delta_{1\infty}R_\infty T_{0\infty}/(\delta_1RT_0)} - \right.$$
$$\left. - \lambda_b\sqrt{\delta_{1b}R_bT_{0b}/(\delta_1RT_0)}\right)\varphi(\eta), \qquad (6.5.8)$$

где $\delta_1 = k/(k+1)$; $\delta_{1b} = k_b/(k_b+1)$; $\delta_{1\infty} = k_\infty/(k_\infty+1)$; $\lambda_b = V_b/a_b^*$; $\lambda_\infty = V_\infty/a_\infty^*$.

В пределах струйного подслоя смешения $(-3 \leqslant \eta \leqslant +3)$ изменение температуры подчиняется универсальным зависимостям, справедливым для спутных струй:

$$\left.\begin{aligned} T_0/T_{0\infty} &= 1 - (0{,}5 - \eta/6)(1 - T_{0b}/T_{0\infty});\\ T_0/T_{0b} &= T_{0\infty}/T_{0b} - (0{,}5 - \eta/6)(T_{0\infty}/T_{0b} - 1). \end{aligned}\right\} \qquad (6.5.9)$$

Если для вдува используется газ того же состава, что и в основном потоке ($k_b = k_\infty$; $R_b = R_\infty$; $T_{0b} = T_{0\infty}$), то из (6.5.8) имеем $\lambda = \lambda_b + (\lambda_\infty - \lambda_b)\varphi(\eta)$.

В системе координат yBx (рис. 6.5.15) границами слоя смешения являются линии $y = y''$, $y = y'$ на участке CO_1 и $y = y''$, $y = -h$ на участке O_1a. Толщина низкоэнергетического струйного слоя вычисляется как $b_п = y'' + h$.

Для расчета положения границ зоны смешения считаем, что ось x направлена вдоль линии тока, параллельна стенке и совпадает с начальным направлением смешивающихся потоков. Это позволяет воспользоваться соотношением, устанавливающим связь между углом нарастания струйного слоя и безразмерной координатой η: $\beta = \operatorname{arctg}(\eta_{\varphi=1} - \eta_{\varphi=0})/\sigma_{\parallel}$.

Считая, что граничными координатами зоны смешения являются $\eta_{\varphi=1} = 3$ и $\eta_{\varphi=0} = -3$, получим для верхней границы струйного подслоя $(\eta = \eta_{\varphi=1})$

$$\beta_1 = \operatorname{arctg}\frac{1 - \varphi_b}{(2 + 0{,}46\mathbf{M}_\infty)(1 + 0{,}4\varphi_b)}. \qquad (6.5.10)$$

Аналогично определяется направление нижней границы y' струйного подслоя $(\eta = \eta_{\varphi=0})$:

$$\beta_2 = \operatorname{arctg}\frac{1 - \varphi_b}{(4 + 0{,}92\mathbf{M}_\infty)(1 + 0{,}4\varphi_b)}. \qquad (6.5.11)$$

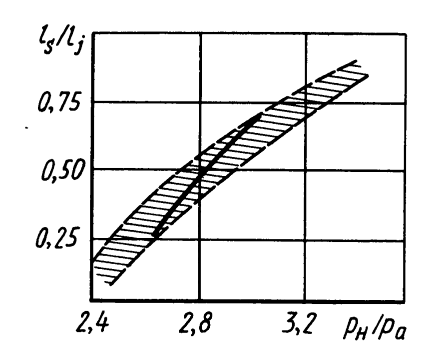


Рис. 6.5.16. Зависимость длины зоны вторичного атмосферного отрыва от p_H/p_a

Отметим, что на участке сопла CO_1 при изменении $-h \leqslant y \leqslant y'$ приведенная скорость $\lambda = \lambda_b$.

Таким образом, при известных профиле изменения приведенной скорости λ в поперечном сечении струйного подслоя и границах его нарастания становится возможным определить осредненные параметры смешивающихся потоков за отверстием инжекции, а следовательно, замкнуть систему уравнений (6.5.1)...(6.5.6) и найти координату точки отрыва l_S, в которой при заданных условиях реализуется критический перепад давлений.

На рис. 6.5.16 приведены результаты расчета, которые сравниваются с экспериментальными данными, полученными при инжекции атмосферного воздуха ($p_{0j} = 10^5$ Па) через щелевое отверстие в сверхзвуковое профилированное сопло ($\mathbf{M}_a = 3{,}5$; $\mathbf{M}_1 = 3{,}3$; $k_1 = 1{,}4$; $\bar{\Delta}_j = 0{,}154$). Положение линии отрыва определялось методом сажемасляных покрытий (заштрихованная область соответствует разбросу экспериментальных данных). Видно, что для условий развитого отрывного атмосферного течения со стороны среза сопла метод дает приемлемое совпадение.

§ 6.6. ЭФФЕКТЫ УПРАВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРАМИ ТЕЧЕНИЙ ОТ ВПРЫСКА ЖИДКОСТИ В СВЕРХЗВУКОВУЮ ЧАСТЬ СОПЛА

Рассмотрим некоторые особенности впрыска жидкости в сверхзвуковую часть сопла и ее взаимодействие с газовым потоком. При впрыске жидкости в высокотемпературный поток происходят процессы каплеобразования и нагрева жидкости с последующим испарением. Исследования показывают, что максимальный диаметр капель не превышает $0{,}06d_j$ (где d_j — диаметр отверстия для впрыска). Под воздействием сильно нагретых продуктов сгорания уменьшается размер капель, что обусловлено испарением и дополнительным дроблением их. Испарение происходит настолько быстро, что впрыскиваемую струю уже непосредственно за отверстием можно считать газообразной. При впрыске жидкости, вступающей в химические реакции с продуктами сгорания топлива двигательной установки, необходимо учитывать влияние этих реакций на каплеобразование и испарение.

Эксперименты показывают, что характер распределения давления на стенках сопла при впрыске жидкости иной, чем при вдуве газа (рис. 6.6.1). Протяженность отрывной зоны перед жидкой струей оказывается меньшей, зато давление в непосредственной

области за ней больше и превышает статическое давление в набегающем потоке.

Удельный вес реактивной составляющей управляющего усилия при впрыске весьма незначителен, поэтому бо́льшая часть его создается за счет повышенного давления в сечениях за отверстием для впрыска.

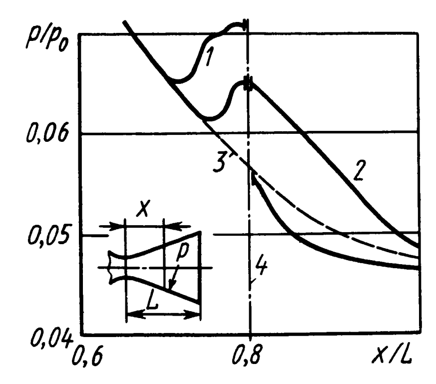


Рис. 6.6.1. Распределение давления вдоль стенок сопла:

1 — при вдуве газа, *2* — при впрыске жидкости; *3* — без инжекции; *4* — ось отверстия инжекции

Ввиду сложности процессов взаимодействия впрыскиваемой жидкости и потока газа в сопле и отсутствия достаточно надежных теоретических методов их исследования для расчета бокового управляющего усилия $P_у$ используются эмпирические зависимости, которые находятся на основе закона сохранения количества движения:

$$P_у = \int_{S_{воз}} (\vec{i}\rho'_a \vec{V}'_a)(\vec{j}\vec{V}'_a)dS, \qquad (6.6.1)$$

где $S_{воз}$ и $\vec{V}'_a$ — площадь возмущенной части потока и вектор скорости в выходном сечении сопла (рис. 6.6.2); $\vec{i}$ и $\vec{j}$ — соответственно единичные векторы по осям x и y.

Соответствующее изменение силы тяги

$$\Delta P_x = \int_{S_{воз}} p'_a dS - p_a S_{воз} + \int_{S_{воз}} (\vec{i}\vec{V}'_a)(\vec{i}\rho'_a\vec{V}'_a)dS - \dot{m}w_a \frac{S_{воз}}{S_a}, \qquad (6.6.2)$$

где w_a — скорость в невозмущенной зоне выходного сечения сопла.

В выражения (6.6.1) и (6.6.2) входят параметры возмущенного течения ρ'_a, $\vec{V}'_a$, p'_a, точное определение которых представляет значительные трудности. Это определение можно с известным при-

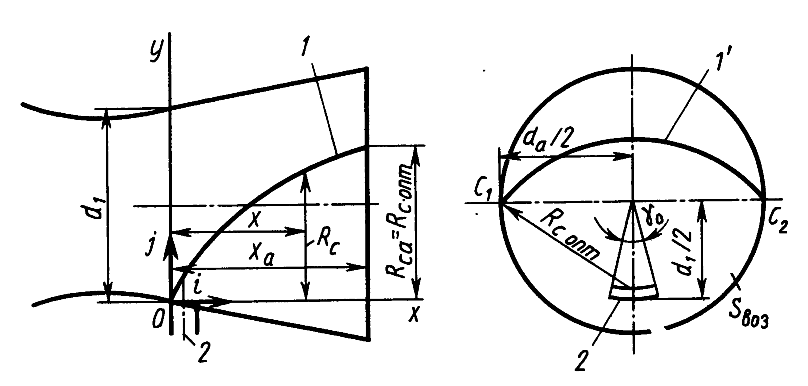


Рис. 6.6.2. Схема работы сопла при инжекции:

1, *1'* — положение скачка уплотнения; *2* — отверстия для инжекции

ближением осуществить используя дополнительно уравнения сохранения массы и энергии, а также уравнение состояния. При этом если отверстия для впрыска расположены достаточно далеко от среза сопла, то искомые параметры можно приближенно осреднять по всему сечению возмущенной зоны. Сделав допущения о том, что основной и впрыскиваемый потоки химически не реагируют, а теплопроводностью и вязкостью жидкостей можно пренебречь, получим следующие уравнения:

$$P_у = \dot{m}_\Sigma v; \tag{6.6.3}$$

$$\Delta P_x = (p'_a - p_a)S_{воз} + \dot{m}_\Sigma u - \dot{m} w_a S_{воз}/S_a; \tag{6.6.4}$$

$$\dot{m}_\Sigma = \rho'_a u S_{воз} = \dot{m} S_{воз}/S_a + \dot{m}_j; \tag{6.6.5}$$

$$\dot{m}_\Sigma [i'_a + (u^2 + v^2)/2] = \dot{m}_j i_{0j} + \dot{m} i_0 S_{воз}/S_a; \tag{6.6.6}$$

$$i'_a = [k/(k-1)](p'_a/\rho'_a), \tag{6.6.7}$$

где u и v — соответственно проекции скорости $\vec{V}'_a$ на оси координат x и y.

Приведенная система из пяти уравнений содержит восемь неизвестных: ΔP_x; P_y; $S_{воз}$; p'_a; ρ'_a; i'_a; u; v. Три дополнительных уравнения можно получить на основании некоторых теоретических предпосылок и экспериментальных данных. При определении площади возмущенной области в выходном сечении сопла можно исходить из предположения, что она ограничена дугой окружности с радиусом, равным радиусу скачка $R_с$ в этом сечении (рис. 6.6.2). При этом значение радиуса можно найти в соответствии с волновой теорией взрыва [10].

Тогда $S_{воз}$ определим из формулы

$$S_{воз}/S_a = (4/\pi)(R_с/d_a)^2 \arcsin\Psi + \arcsin[2(R_с/d_a)\Psi] -$$
$$-(4/\pi)(R_с/d_a)\Psi - (4/\pi)(R_с/d_a)[0{,}5 - (R_с/d_a)^2]\Psi, \tag{6.6.8}$$

в которой для выходного сечения

$$R_с/d_a = [k/(\pi J)]^{1/4}[\dot{m}_j S_1/(\dot{m} S_a)]^{1/4}(x_a/d_a)^{1/2}; \tag{6.6.9}$$

$$\Psi = [1 - (R_с/d_a)^2]^{1/2},$$

где J — постоянная, зависящая от вида газа.

Допустим, что $u = w_a + u'$, причем $u' \ll w_a$, поэтому $u' = 0$. Это дает возможность уменьшить число неизвестных еще на одно. После преобразований системы уравнений (6.6.3)...(6.6.9) получим следующие зависимости для расчета бокового управляющего усилия и изменения тяги:

$$\frac{P_y}{\dot{m}w_a}=\left[2\left(\frac{\dot{m}_j}{\dot{m}}+\frac{S_{воз}}{S_a}\right)\left(\frac{\dot{m}_j}{\dot{m}}\frac{i_{0j}}{w_a^2}+\frac{i_0}{w_a^2}\frac{S_{воз}}{S_a}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{k}{k-1}\frac{p_a'}{\dot{m}}\frac{S_{воз}}{w_a}\right)-\left(\frac{\dot{m}_j}{\dot{m}}+\frac{S_{воз}}{S_a}\right)^2\right]^{1/2}; \qquad (6.6.10)$$

$$\Delta P_x=(p_a'-p_a)S_{воз}+\dot{m}_j w_a. \qquad (6.6.11)$$

Для расчета по этим зависимостям необходимо знать значение давления p_a' в возмущенной зоне (в выходном сечении сопла). В первом приближении его можно определить по формуле для скачков уплотнения

$$p_a'/p_a=[2k/(k+1)]\mathbf{M}_a^2\sin^2\theta_c-(k-1)/(k+1), \qquad (6.6.12)$$

где угол скачка

$$\theta_c\approx \operatorname{arctg}(R_c/x_a). \qquad (6.6.13)$$

Экспериментальные исследования показывают, что впрыск жидкости через щель, больший размер которой лежит в плоскости, перпендикулярной оси сопла, может быть значительно эффективнее, чем через одно круглое отверстие с той же площадью поперечного сечения.

К инжектируемым жидкостям предъявляется ряд важных требований: выделение теплоты при реакции с продуктами сгорания топлива (если жидкости инертны, то их испарение или диссоциация должны происходить с малым поглощением теплоты); небольшая удельная теплоемкость и вместе с тем низкие температуры кипения и испарения, а также возможно малые молярные массы газообразной фазы. Выполнение этих требований обеспечивает наибольшее значение относительного импульса Ф при впрыске. Целесообразно, чтобы у инжектируемой жидкости была большая плотность.

При оптимальных параметрах конструкции органа управления с впрыском жидкости удается получить линейную зависимость управляющего усилия от расхода инжектируемого вещества. Преимущество этого органа управления заключается в относительной простоте конструкции, обеспечивающей достаточно высокую надежность работы. Недостатком является пониженная по сравнению со вдувом газа эффективность. Например, при впрыске фреона-12 эффективность оказывается вдвое меньшей. Применяются эти органы лишь при создании небольших управляющих усилий (до 2...4% от тяги двигательной установки), используемых обычно на высотных ступенях ракетных летательных аппаратов.

Одной из важнейших характеристик, определяющих величину управляющего усилия, создаваемого как при вдуве газа, так и при впрыске жидкости, является глубина проникновения струи в по-

ток h. В случае впрыска жидкостей в виде капель h можно определить при помощи эмпирической зависимости:

$$h\mathbf{M}_\infty/d_j = 6{,}77[(p_{0j}/p_\infty)(p_r/p_v)^n]^{0{,}51}, \qquad (6.6.14)$$

где d_j — диаметр отверстия форсунки; p_r — статическое давление за прямым скачком уплотнения; p_v — давление паров впрыскиваемой жидкости; n — некоторый эмпирический коэффициент, учитывающий эффект почти мгновенного испарения жидкости ($n = 0$ при $p_r > p_v$; $n = 0{,}25$ при $p_r < p_v$).

Эксперименты показывают, что при изменении угла наклона отверстия для впрыска, отсчитываемого от нормали к обтекаемой поверхности навстречу потоку, в пределах от 0 до 40° глубина проникновения существенно не изменяется. Измерения проводились на расстоянии примерно $150d_j$ от отверстия. Ниже по потоку граница струи практически параллельна обтекаемой поверхности.

Из (6.6.14) при $n = 0$ и $p_j \ll p_{0j}$ (давление на выходе из форсунки значительно меньше давления торможения в струе) получим зависимость

$$h/d_j \approx 4{,}81\sqrt{k_\infty}(q_j/q_\infty)^{0{,}5}, \qquad (6.6.15)$$

согласно которой *глубина проникновения пропорциональна корню квадратному из отношения скоростных напоров на выходе струи из форсунки* ($q_i = \rho_j V_j^2/2$) *и в потоке* ($q_\infty = k_\infty p_\infty \mathbf{M}_\infty^2/2$). Глубину проникновения круглой струи в сверхзвуковой поток можно также подсчитать с помощью формулы [33, 1980, № 7].

$$h/d_j = 1{,}32\bar{q}^{0{,}5}\ln(1+6\bar{x}_h)\sin(2\varepsilon_2/3), \qquad (6.6.16)$$

в которой $\bar{q} = q_j/q_\infty$ — отношение скоростных напоров впрыскиваемой жидкости и газа перед отверстием инжекции; $\bar{x}_h = x/d_j$ — безразмерное расстояние от отверстия инжекции в направлении сносящего потока; ε_2 — угол инжекции. Формулу используют, если $\bar{q} = 2...18$; $\varepsilon_2 = 15...150°$; $\mathbf{M}_\infty = 2...4$; $\bar{x}_h = 5...45$; $d_j = 0{,}79...3{,}2$ мм.

Ширина проникновения струи при впрыске, перпендикулярном потоку, $z_j/d_j = 27(p_{0j}/p_\infty)^{0{,}133}$.

При впрыске навстречу потоку значение z_j несколько увеличивается. Скручивание струи (при впрыске через центробежную форсунку со спиральными каналами) не оказывает существенного влияния на величину z_j. Согласно экспериментальным данным, величина z_j уменьшается с ростом $\mathbf{M}_\infty$.

При исследовании величины, направления и точки приложения управляющего усилия, обусловленного инжекцией в сверхзвуковую часть сопла, одной из основных задач является определение радиуса фронта скачка уплотнения R_c, возникающего перед отверстием. Наряду с (6.6.9) можно использовать полуэмпирическую зависимость

$$R_c = R_x\left(\frac{4k}{\pi J}\right)^{1/4}\left[1+\lambda\left(\frac{\pi J}{4k}\right)^{1/2}\frac{x}{\mathbf{M}_1^2 R_x}\right]^{1/2}\left(\frac{x}{R_x}\right)^{1/2}, \qquad (6.6.17)$$

где R_c — радиус скачка, измеряемый от оси x (рис. 6.6.2); k — отношение теплоемкостей газа; J и λ — постоянные, зависящие от k (для $k = 1{,}4$ значение $J = 0{,}88$, а $\lambda = 1{,}989$); $\mathbf{M}_1$ — число $\mathbf{M}$ в сопле перед отверстием при отсутствии инжекции, соответствующее скорости w_1 в этом сечении; $R_x = \left(\eta_1\eta_2 S_1 \frac{\dot{m}_j w_a}{\dot{m} w_1}\right)^{1/2}$ — характеристический радиус; $\eta_1 = 1 \pm w_j \cos\varepsilon_1 / w_1$ — поправочный коэффициент, учитывающий угол ε_1 отклонения оси отверстия инжекции (см. рис. 6.4.3); w_j, w_a — скорости вдува инжектируемого вещества и газа в выходном сечении сопла (без учета влияния инжекции); S_1, w_1 — соответственно площадь поперечного сечения сопла и скорость газа непосредственно перед отверстием (без учета влияния инжекции); $\dot{m}$, $\dot{m}_j$ — соответственно секундный массовый расход через сопло и отверстие; $\eta_2 = 1 \pm \Delta h/(w_1;\ w_a)$ — коэффициент, учитывающий влияние испарения и химической реакции инжектируемого вещества с продуктами сгорания топлива на положение скачка уплотнения; $\pm\Delta h$ — энергия, выделяемая (знак «+») или поглощаемая (знак «—») единицей массы инжектируемого вещества при испарении его или химической реакции.

Как показывают исследования [33, 1965, № 2], формула (6.6.17) дает удовлетворительное совпадение с экспериментом как при вдуве газа, так и при впрыске жидкости в сверхзвуковую часть сопла.

Можно предполагать, что наибольшего значения управляющее усилие, возникающее от перераспределения давления по внутренним стенкам сопла при инжекции, достигает тогда, когда в выходном сечении сопла скачок уплотнения попадает в точки пересечения внутренней поверхности сопла и меридиональной плоскости, перпендикулярной плоскости, проходящей через ось сопла и отверстие (точки C_1 и C_2 на рис. 6.6.2). Соответствующее этому оптимальное значение радиуса скачка уплотнения в выходном сечении сопла

$$R_{c.опт} = 0{,}5(d_a^2 + d_1^2)^{1/2}, \qquad (6.6.18)$$

где d_1 — диаметр сопла непосредственно перед отверстием инжекции.

Применяя зависимости (6.6.17) и (6.6.18), можно либо при заданном положении отверстия найти расход инжектируемого вещества, обеспечивающий наибольшее управляющее усилие, либо при заданном расходе определить положение отверстия, что позволит получить то же усилие.

§ 6.7. УПРАВЛЕНИЕ ОТРЫВНЫМ ТЕЧЕНИЕМ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫМ ВДУВОМ

Тангенциальным обычно называют струйный пристеночный вдув, проводимый в направлении потока параллельно обтекаемой поверхности (рис. 6.7.1). За счет процесса смешения спутной вдуваемой

через отверстие *1* струи *2* с основным потоком *3* изменяется профиль скорости *4* в поперечном слое. Если тангенциальный вдув происходит перед точкой отрыва *S* (рис. 6.7.1, *а*), то эти изменения приведут к перемещению ее.

Так как смешение тангенциально вдуваемой струи с потоком существенно зависит от ее начальных параметров (скорости давления и плотности в сечении вдува), то, изменяя их, можно перемещать точку отрыва как вниз по потоку (устранять отрыв), так и в противоположном направлении путем *создания благоприятных* условий для возникновения и развития отрывного течения.

Однако тангенциальный вдув можно осуществлять и навстречу потоку, например против возвратного течения в застойной зоне *5* (рис. 6.7.1, *б*), а также непосредственно перед точкой присоединения *R* (рис. 6.7.1, *в*). При этом будут изменяться как параметры возвратного течения, так и условия присоединения оторвавшегося ранее потока. Таким образом, с помощью тангенциального вдува оказывается возможным регулировать размер застойных зон *5*, давление в них, а следовательно, и величину управляющих усилий.

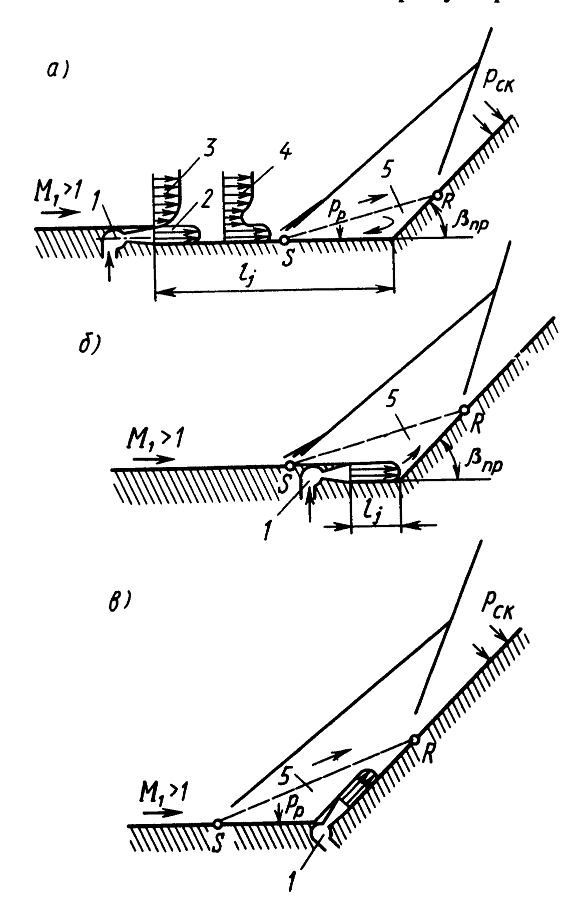


Рис. 6.7.1. Управление отрывным течением тангенциальным вдувом

При тангенциальном вдуве в *сверхзвуковое течение* существенно возрастает давление в скачке уплотнения, при котором происходит отрыв пограничного слоя. Это подтверждается результатами экспериментальных исследований (рис. 6.7.2) [16, 1967, № 5], проведенных на клиновидной поверхности, обтекаемой потоком воздуха с числом $\mathbf{M}_\infty = 2{,}5$ и $h/\delta = 0{,}07$ при различных отношениях скоростей V_j/V_∞ (рис. 6.7.2, *а*). Как видно из рисунка, по мере увеличения относительной скорости градиент давления в области взаимодействия возрастает, зона отрыва уменьшается (рис. 6.7.2, *б*), а скачок уплотнения оказывается присоединенным к основанию клина. Это приводит к возрастанию силы сопротивления X.

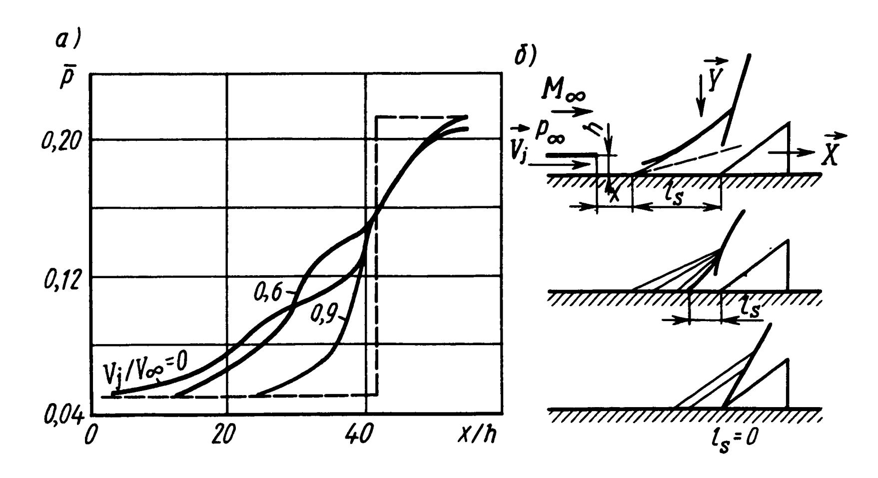


Рис. 6.7.2. Распределение давления при тангенциальном вдуве с различной интенсивностью (*а*) и соответствующие структуры течения (*б*)
— — — невязкое течение

Отметим некоторые особенности течений, характерные для тангенциального вдува, которые необходимо учитывать при выборе параметров тангенциальной инжекции.

При увеличении давления вдуваемого газа протяженность зоны отрывного течения l_S сначала сокращается, а затем, после некоторого критического значения p^*_{0j}, возрастает. Величина p^*_{0j} зависит от положения l_j сопла инжекции, интенсивности скачка уплотнения, вызывающего отрыв потока, состояния пограничного слоя.

Как правило, сопло инжекции при тангенциальном вдуве выступает над обтекаемой поверхностью, что влияет на геометрические параметры зоны отрывного течения даже при отсутствии вдува. Если стенка *AB* гладкая (рис. 6.7.3, *а*), то перед уступом *3* возникает скачок уплотнения *2*, вызывающий отрыв потока в точке *S* с образованием скачка уплотнения *1*. Сопло для тангенциальной инжекции *8* (рис. 6.7.3, *б*) образует обратный уступ, при обтекании которого невозмущенный поток отрывается в точке S_1, расширяется в виде волн разрежения *6* и присоединяется в точке R_1 с образованием скачка уплотнения *5*. Такая структура течения вблизи сопла инжекции возможна лишь при достаточном удалении его от зоны основного отрывного течения. В этом случае область отрыва *7* не оказывает влияния на структуру обтекания уступа *3*. Однако при уменьшении размера l_j (рис. 6.7.3, *в*) возникают условия, когда локальные отрывы *4* и *7* объединяются в общую зону отрывного течения, размер которой превышает длину зоны отрыва при обтекании уступа, расположенного на гладкой стенке.

Экспериментально установлено [30, 1984, № 5], что тангенциальный вдув навстречу возвратному течению в застойной зоне (см. рис. 6.7.1, *б*) — более эффективное средство устранения отрыва потока, чем тангенциальный вдув перед точкой отрыва. Действительно,

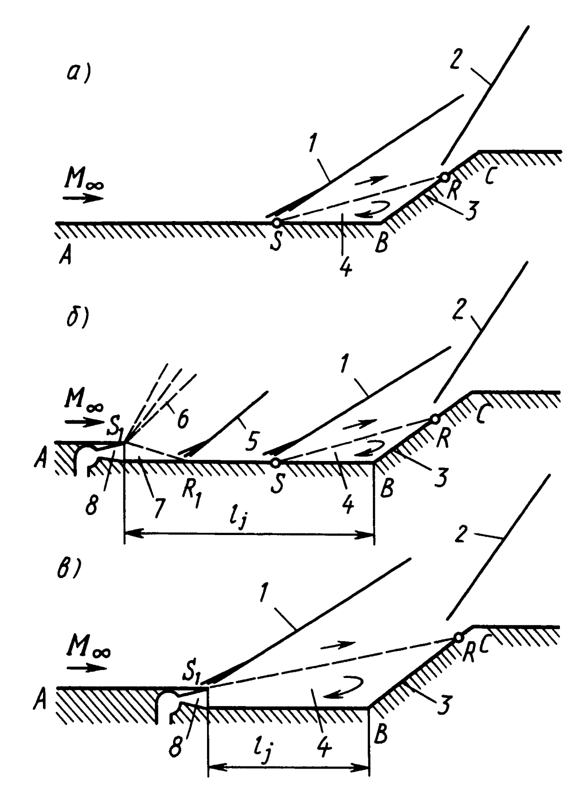


Рис. 6.7.3. Изменение структуры обтекания преграды при наличии управляющего сопла для тангенциального вдува

в этом случае на процессы смешения струи с потоком и трения о стенку расходуется меньшая энергия, а инжектируемая струя является своеобразным барьером, не дающим распространяться повышенному давлению из области за скачком уплотнения на преграде по дозвуковой части пограничного слоя вверх по потоку вдоль обтекаемой поверхности.

На рис. 6.7.4 показано распределение давления перед преградой и на ней при управлении отрывом тангенциальным вдувом, осуществляемым в области непосредственно перед уступом. Штриховая линия соответствует случаю невязкого обтекания. Пограничный слой — турбулентный. Струя воздуха подводилась в поток через сопло, имеющее в выходном сечении $\mathbf{M}_j = 1{,}9$.

Результаты экспериментов показывают, что с увеличением давления вдува p_{0j} кривые распределения давления приближаются к зависимости, соответствующей невязкому обтеканию.

Оценку эффективности тангенциального вдува, осуществляемого перед точкой отрыва и за ней, проводят с использованием показателей: длины области присоединения l_R и избыточного относительного давления в этой области $\Delta\bar{p}_R$.

Длина области присоединения

$$l_R = \frac{0{,}95 p_{\text{ск}} - p'_p}{(dp/dx)_{\max}}, \tag{6.7.1}$$

где $p_{\text{ск}}$ — давление за скачком уплотнения на поверхности преграды; p'_p — статическое давление в вершине наклонной преграды; $(dp/dx)_{\max}$ — максимальное значение производной давления в области повышенного давления.

Графики изменения l_R/δ в зависимости от давления вдува $p_{0j}/p_{0\infty}$ приведены на рис. 6.7.5.

Чем меньше значение l_R, тем условия обтекания ближе к невязкому взаимодействию потока с преградой. Для тангенциального

вдува навстречу возвратному течению в застойной зоне при возрастании $p_{0j}/p_{0\infty}$ длина присоединения уменьшается быстрее, чем в случае вдува перед зоной отрыва.

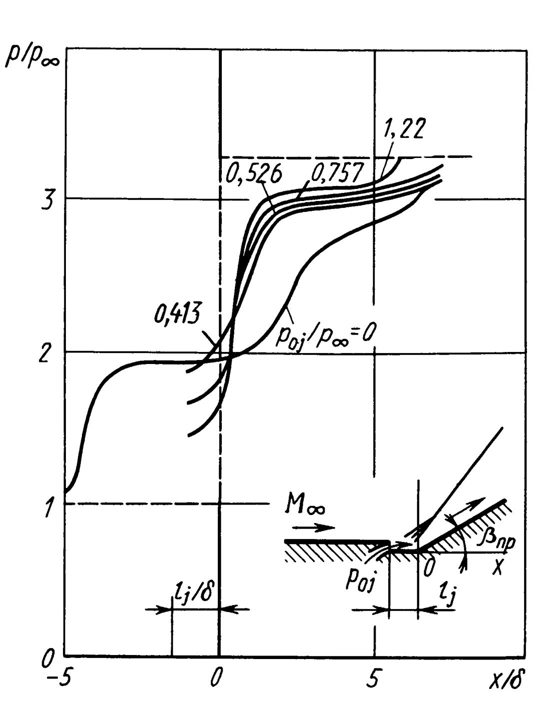


Рис. 6.7.4. Распределение давления по поверхности преграды при тангенциальном вдуве ($M_\infty = 2{,}5$; $\beta_{пр}=20°$; $l_j/\delta = 1{,}54$)

Относительное избыточное давление в области присоединения определяется формулой

$$\Delta\bar{p}_R = (p_{R_j} - p_{R0})/(p_{ск} - p_{R0}), \quad (6.7.2)$$

где p_{Rj}, p_{R0} — соответственно статическое давление в области присоединения потока при наличии вдува и без него; $p_{ск}$ — давление на преграде за головным скачком уплотнения.

На рис. 6.7.6 приведены зависимости $\Delta\bar{p}_R$ от относительного давления $p_{0j}/p_{0\infty}$ для различных положений места вдува l_j/δ. Эти графики также показывают, что вдув тангенциальных струй в области отрыва более эффективен, чем инжекция перед точкой отрыва. Для уменьшения протяженности отрывной зоны требуется меньшее давление, а следовательно, и расход инжектируемого вещества.

Рассмотрим пример использования низкоскоростной тангенциальной инжекции пристеночной струи для управления отрывом потока в сопловом перерасширенном насадке. Несимметричный вдув таких струй позволяет получить управляющее усилие, величину которого можно регулировать параметрами инжектируемой струи и конструктивными особенностями насадка.

Орган управления представляет собой цилиндрический или конический насадок *3*, имеющий входной диаметр несколько большего размера, чем диаметр выходного сечения сопла *1* (рис. 6.7.7). Через щелевое сопло высотой h, образованное в уступе между основным соплом и насадком, вдувается струя малой интенсивности. Конструкция и размеры соплового насадка выбираются так, чтобы в его выходном сечении давление потока p_a было ниже, чем давление окружающей среды p_H, и истечение происходило с перерасширением. Торможение основного потока, попадающего в атмосферу, вызывает появление скачков уплотнения *6* у среза сопла.

Если нет вдува, то взаимодействие этих скачков уплотнения

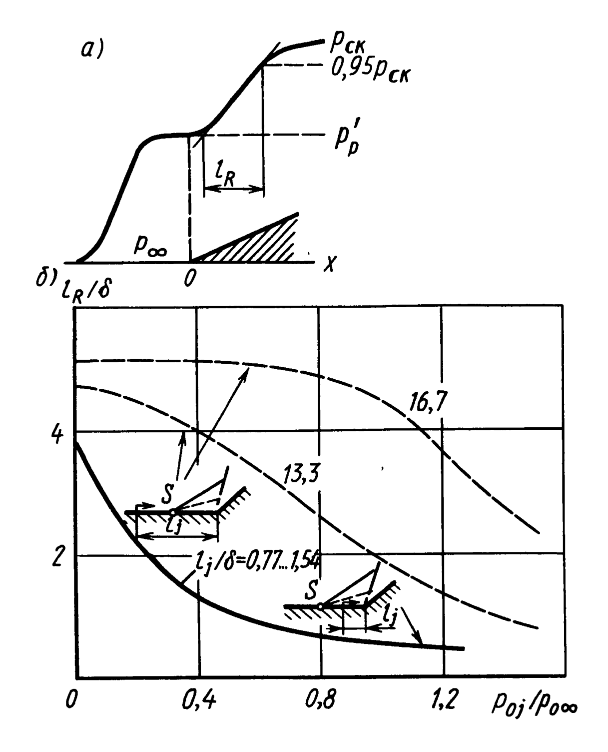


Рис. 6.7.5. Влияние тангенциального вдува на параметры отрывного течения ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}5$; $\mathbf{M}_j = 1{,}9$; $\beta_{пр} = 20°$):

а — давление в области присоединения; *б* — зависимость длины присоединения от давления вдува; — — — — — вдув перед точкой отрыва; ——— — вдув навстречу возвратному течению в застойной зоне

с пограничным слоем на стенках насадка приводит лишь к зарождению отрыва пограничного слоя, так как энергия основного потока такова, что он способен преодолеть возмущения, вносимые атмосферой. При несимметричном вдуве малоинтенсивной струи *4* через щелевое сопло *2* течение у поверхности насадка за отверстием инжекции становится низкоэнергетическим за счет образования струйного подслоя. Взаимодействие скачка уплотнения *6* с низкоэнергетическим струйным подслоем создает более благоприятные условия для зарождения отрыва в области следа вдуваемой струи, чем во всех других частях вне зоны возмущения основного потока. В зависимости от степени перерасширения потока в насадке и параметров струи вторичный отрыв в области ее следа может распространяться вплоть до сопла инжекции. Давление в области отрывного течения *5* (рис. 6.7.7) достигает значения, близкого к атмосферному давлению.

За счет несимметричности вдува струи возникающее перераспределение давления по поверхности насадка приводит к появлению бокового управляющего усилия (см. § 6.5).

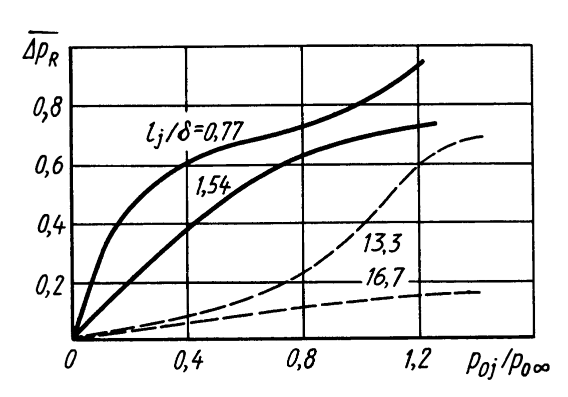


Рис. 6.7.6. Изменение относительного избыточного давления в области присоединения при тангенциальном вдуве ($\mathbf{M}_\infty = 2{,}5$; $\mathbf{M}_j = 1{,}9$; $\beta_{пр} = 20°$)

При *дозвуковых скоростях* движения летательных аппаратов тангенциальный вдув широко используется для повышения эффективности аэродинамических органов управления, расположенных на задних кромках крыла или оперения (закрылки, элероны). В этом случае увеличивается предельный угол поворота органа управления, при котором сохраняется безотрывное обтекание и обеспечивается тем самым рост максимальной подъемной силы, так как при вдуве газа с большой скоростью перед точкой отрыва S (рис. 6.7.8, *а*) пограничному слою сообщается дополнительная энергия и течение вновь становится безотрывным. При этом происходит соответствующее перераспределение давления по обтекаемой поверхности (рис. 6.7.8, *б*), которое и вызывает увеличение подъемной силы.

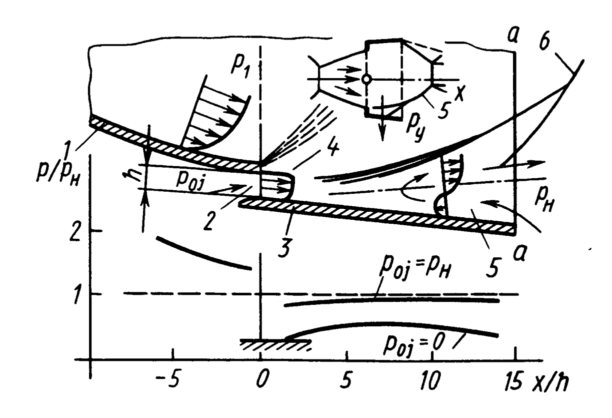


Рис. 6.7.7. Структура течения при тангенциальном вдуве низконапорной струи в перерасширенный насадок

В качестве параметра, определяющего эффект вдува, можно принять коэффициент импульса

$$c=\rho_j V_j^2 h/(q_\infty b), \tag{6.7.3}$$

где ρ_j, V_j — соответственно плотность и скорость струи; q_∞ — скоростной напор набегающего потока; h — высота щели; b — хорда крыла. Значение коэффициента импульса выбирают из условия ликвидации отрыва пограничного слоя. При этом импульс должен быть достаточным для преодоления сил трения, обеспечения смешения струи с основным потоком и соответствующего изменения структуры пограничного слоя. Исследования показывают [33, 1965, № 5], что необходимый для ликвидации отрыва коэффициент импульса струи

$$c=2{,}35\delta^{**}h/[b(1-V_{ср}/V_j)^2], \tag{6.7.4}$$

где $V_{ср}$ — среднее значение скорости невязкого обтекания органа управления; δ^{**} — приращение толщины потери импульса пограничного слоя при отсутствии вдува на участке от точки отрыва S до точки K на задней кромке руля (рис. 6.7.8). Этот параметр, влияющий на импульс вдуваемой струи, находят из выражения

$$\frac{\delta^{**}}{b}=(0{,}037/\mathbf{Re}_j^{0,2})(V_к/V_\infty)^{-3}\left\{\int\limits_{\bar{x}_S}^{\bar{x}_к}[V(x)/V_\infty]^{3,5}d(x/b)\right\}^{0,8}, \tag{6.7.5}$$

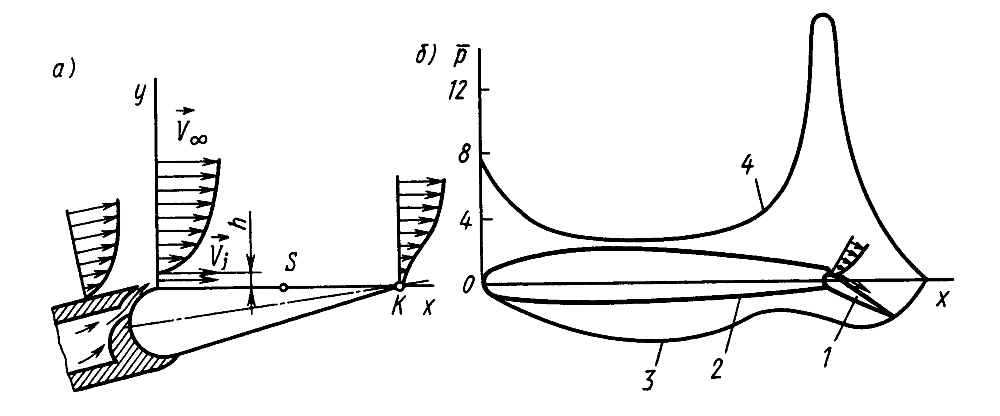


Рис. 6.7.8. Крыло со щитком в дозвуковом потоке:

1 — щиток; *2* — крыло, *3*, *4* — распределение коэффициента давления соответственно по нижней и верхней сторонам крыла

где $V_к$ — скорость невязкого (свободного) течения у задней кромки крыла; $V(x)$ — текущее значение скорости вдоль участка крыла; x — координата вдоль профиля крыла, измеряемая от места вдува струи; $\mathrm{Re}_j = V_j x_к / \nu_j$; $\bar{x}_к = x_к / b$, $\bar{x}_S = x_S / b$ — безразмерные геометрические параметры; $x_к$, x_S — соответственно координаты задней кромки органа управления и точки отрыва. Найдя с помощью (6.7.4) и (6.7.5) коэффициент импульса струи, можно подсчитать из (6.7.3) по известным значениям q_∞ и b и выбранным параметрам струи ρ_j и V_j необходимую высоту h щели и расход вдуваемого газа на единицу ширины щели:

$$\dot{m}_j = \rho_j V_j h. \qquad (6.7.6)$$

Управляющее усилие руля и подъемную силу крыла рассчитывают по соответствующим аэродинамическим зависимостям, полученным из теории безотрывного обтекания, или определяют экспериментально.

§ 6.8. ВЛИЯНИЕ СТРУЙНОГО ВДУВА ЗА ТЕЛОМ НА ПАРАМЕТРЫ ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ В ДОННОЙ ОБЛАСТИ

Вдув газовых струй в спутный поток за донным срезом летательного аппарата оказывает влияние на параметры его обтекания и прежде всего на характеристики отрывного течения в области ближнего следа. Рассмотрим структуры обтекания при вдуве струй за телом при различных режимах.

Д о з в у к о в ы е с к о р о с т и о б т е к а н и я. На рис. 6.8.1 показаны структуры дозвукового обтекания донного среза цилиндрического тела *1* при различных интенсивностях вдува струи *4*, истекающей из круглого сопла *2* с относительным диаметром $d_j/D=$

$= 0{,}1875$ (d_j, D — диаметры сопла и тела). Для сравнения здесь же приведена структура течения при отсутствии инжекции газа (рис. 6.8.1, *а*) [55].

Вдув струи приводит к сокращению размеров тороидального вихря *3*. За счет эжекционного действия струи частицы газа вблизи донного среза ускоряются, что влечет за собой повышение коэффициента донного сопротивления $c_{x\text{д}} = 4X_{\text{д}}/[\pi q_\infty(D^2 - d_j^2)]$. Графики изменения $c_{x\text{д}}$ в зависимости от коэффициента импульса струи $c = 4\dot{m}_j V_j/[\pi q_\infty(D^2 - d_j^2)]$ (где $\dot{m}_j$, V_j — массовый расход и скорость газа в струе) представлены на рис. 6.8.2. Сопротивление достигает локального максимума (точки F_i; $i = 1, 2, 3, 4$), когда скорость в струе становится звуковой, истечение — расчетным (рис. 6.8.1, *б*).

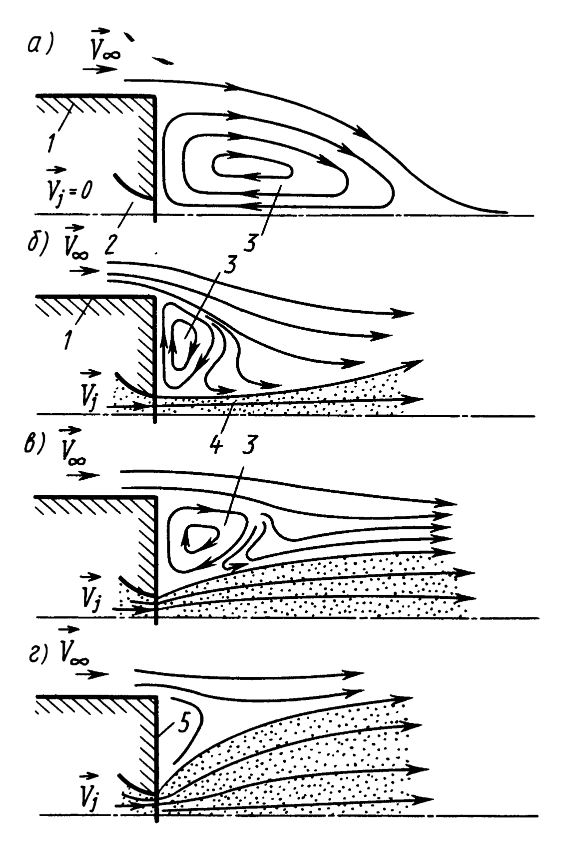


Рис. 6.8.1. Структуры течения в ближнем следе при дозвуковом обтекании и вдуве струи переменной интенсивности

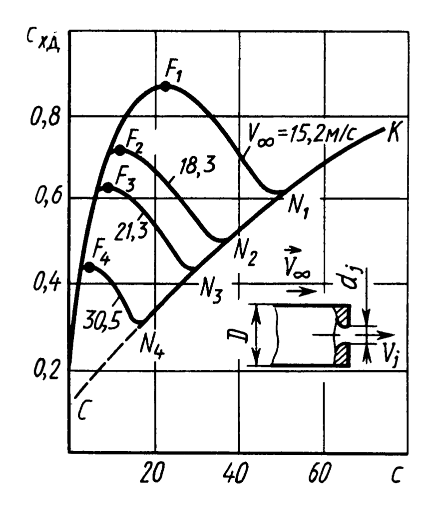


Рис. 6.8.2. Зависимость донного сопротивления от коэффициента импульса спутной «звуковой» струи при дозвуковом обтекании цилиндрического тела

В этом случае вдуваемая струя еще не тормозит внешний поток, но оказывает на него существенное влияние за счет эжекции. Дальнейший рост коэффициента импульса струи влечет за собой некоторое увеличение области, занятой отрывным течением (вихрем *3* на рис. 6.8.1, *в*), и, следовательно, снижение значений коэффициента донного сопротивления (участки F_iN_i на рис. 6.8.2). При последующем росте коэффициента импульса, когда струя становится значительно недорасширенной (рис. 6.8.1, *г*), на течение у донного среза основное влияние оказывает воздействие самой ин-

жектируемой струи, что уменьшает давление на дно тела *5* и увеличивает коэффициент сопротивления $c_{x\text{д}}$ (участок N_iK на рис. 6.8.2). Отметим, что характер изменения функциональной зависимости $c_{x\text{д}}$ от c не меняется с увеличением дозвуковой скорости V_∞; от нее зависят лишь локальный максимум коэффициента донного сопротивления и его значение. Кроме того, для условий вдува недорасширенных струй результаты экспериментов, полученные при различных дозвуковых скоростях V_∞, представляются единой зависимостью CK (рис. 6.8.2).

Сверхзвуковые скорости обтекания. Структуры обтекания уступа при вдуве в струйный сверхзвуковой поток струи переменной интенсивности показаны на рис. 6.8.3 [39, 1958, 3064]. Последовательная перестройка течений приводит к соответствующему изменению донного давления $p_\text{д}$ (рис. 6.8.4).

Если вдув отсутствует, то структура потока соответствует случаю обтекания обратного уступа (рис. 6.8.3, *а*). Образуются характерные волны разрежения *1* и скачок уплотнения *2*, поток отрывается в точке S и присоединяется в точке R. При небольшом вдуве, когда скорость в струе невелика (рис. 6.8.3, *б*), часть газа подсасывается внешним потоком и попадает в зону смешения *4*. Образуются зоны циркуляционного

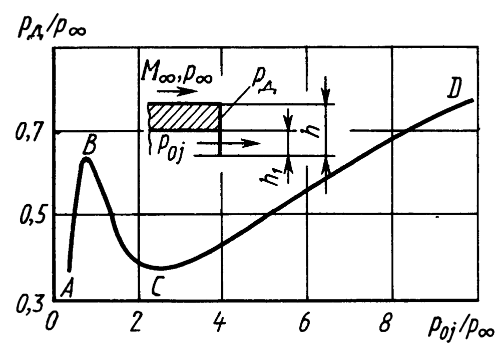


Рис. 6.8.4. Зависимость донного давления от интенсивности струйного вдува при $\mathbf{M}_\infty = 2{,}3$ ($h_1/h = 0{,}5$)

← Рис. 6.8.3. Схемы течения в ближнем следе при сверхзвуковом обтекании и вдуве струи переменной интенсивности

течения *3* и *5* вместо одной, характерной для случая отсутствия вдува. Угол поворота потока в точке *S* уменьшается, а донное давление увеличивается (участок АВ на рис. 6.8.4). С увеличением интенсивности вдува (p_{0j}/p_∞) зона отрывного течения *3* пропадает (рис. 6.8.3, *в*), при этом инжектируемая струя и основной поток формируют зону отрывного течения, в которой образуются устойчивые вихри *6* и *7* с противоположным направлением движения. При таком режиме течения происходит отрыв потока от угла уступа в точке *S* и со среза сопла в точке S_1. По мере увеличения p_{0j}/p_∞ скорость истечения струи становится звуковой, во внутреннем течении образуются волны разрежения *8* и сжатия *9*. Давление у донного среза *10* падает (участок *ВС* на рис. 6.8.4). И наконец, дальнейшее возрастание интенсивности вдува приводит к тому, что струя увеличивается и начинает влиять на внешнее течение (рис. 6.8.3, *г*), уменьшая угол разворота потока за точкой *S*. При этом донное давление возрастает, и даже может превосходить p_∞ (участок *CD* на рис. 6.8.4). Рассмотренные структуры одинаковы для плоского и осесимметричного сверхзвуковых обтеканий тел с центральной спутной струей.

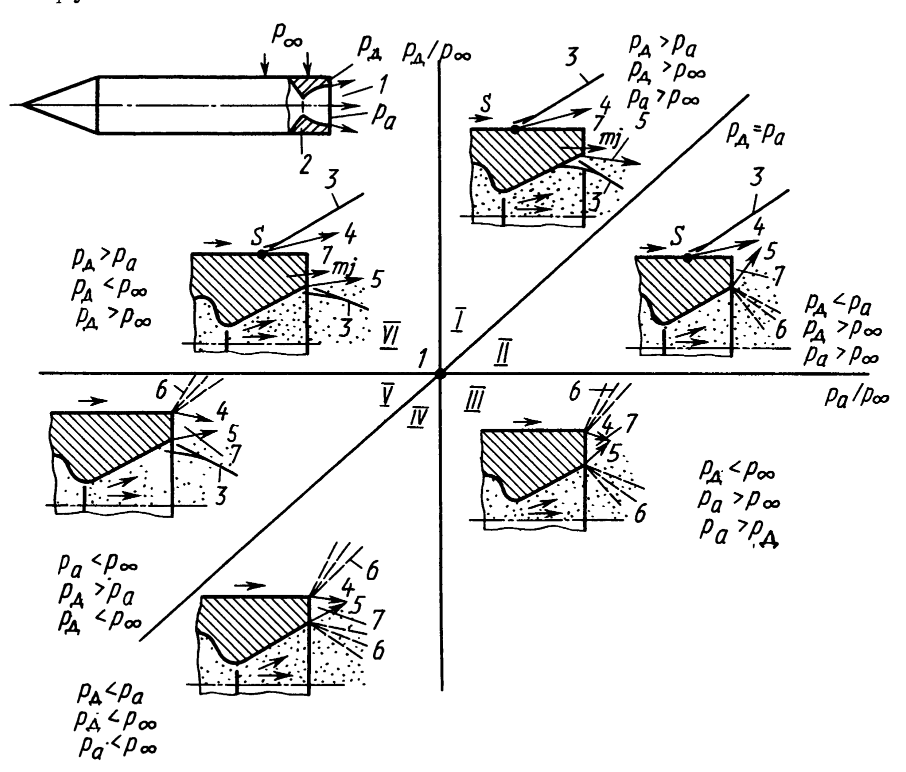


Рис. 6.8.5. Режимы течения в донном следе с центральной струей при сверхзвуковом обтекании тела вращения:

1 — центральная струя; *2* — тело вращения; *3* — скачки уплотнения; *4* — направление внешнего потока; *5* — направление потока в струе; *6* — волны разрежения; *7* — область отрыва за донным срезом тела

На рис. 6.8.5 в плоскости $p_д/p_\infty$; p_a/p_∞ показаны области существования различных структур течений у донного среза тела вращения, обусловленных различными соотношениями давлений $p_д$, p_a и p_∞. Границами этих областей являются прямые линии $p_д/p_\infty = 1$, $p_a/p_\infty = 1$ и $p_д = p_a$. Рисунок дает представление о характерных особенностях каждой структуры, например для области течения *III* характерно $p_д < p_a$, $p_д < p_\infty$, $p_a > p_\infty$, т. е. струя недорасширенная ($n = p_a/p_д > 1$) и после выхода из сопла расширяется в волне разрежения. Поток, омывающий поверхность тела у дна, пройдет через волну разрежения и развернется на некоторый угол, в донной области образуется застойная зона с двумя вихревыми течениями противоположного направления. При встрече двух сверхзвуковых потоков (атмосферного и струи) возникает система косых скачков уплотнения (см. § 5.9). Структуры для областей *I* и IV могут реализоваться лишь при условии достаточно интенсивного введения в донную область дополнительной массы газа через стенку.

§ 6.9. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СТРУЙНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В задачах моделирования струйного взаимодействия число определяющих параметров подобия оказывается довольно большим. Выполнить равенство всех критериев в условиях полета и эксперимента не удается. Поэтому важно выделить те параметры подобия, которые определяют основные эффекты струйного взаимодействия.

Рассмотрим динамические характеристики взаимодействия системы тело — поток — струя, ограничиваясь случаями установившихся движений и не учитывая теплообмена между потоком и поверхностью, а также влияния гравитационных сил. Обобщенная структура течений показана на рис. 6.9.1, *а*. Струя *1* инжектируется в поток с боковой поверхности тела *5* произвольной формы. При умеренных интенсивностях вдува поток, обтекающий лобовую поверхность, отрывается перед струей с образованием локальной зоны повышенного давления *4* и местных скачков уплотнения *3*. За струей возникает зона разрежения *2*. Инжектируемый поток воздействует на головной скачок уплотнения *6*, изменяя его форму, а струя разворачивается по направлению внешнего потока.

Если место вдува достаточно близко к донному срезу, то инжектируемая струя оказывает влияние на распределение давления в ближнем следе за телом. Изменение направления инжекции струи или ориентации боковой поверхности относительно невозмущенного потока приводит к трансформации структуры течения. С увеличением местного угла наклона образующей поверхности тела ϑ и уменьшением угла встречи струи с основным потоком ψ локальная зона отрыва перед струей постепенно исчезает и структура течения становится такой же, как при взаимодействии встречных струй (рис. 6.9.1, *б*). Если же угол ϑ уменьшается, а угол ψ увеличи-

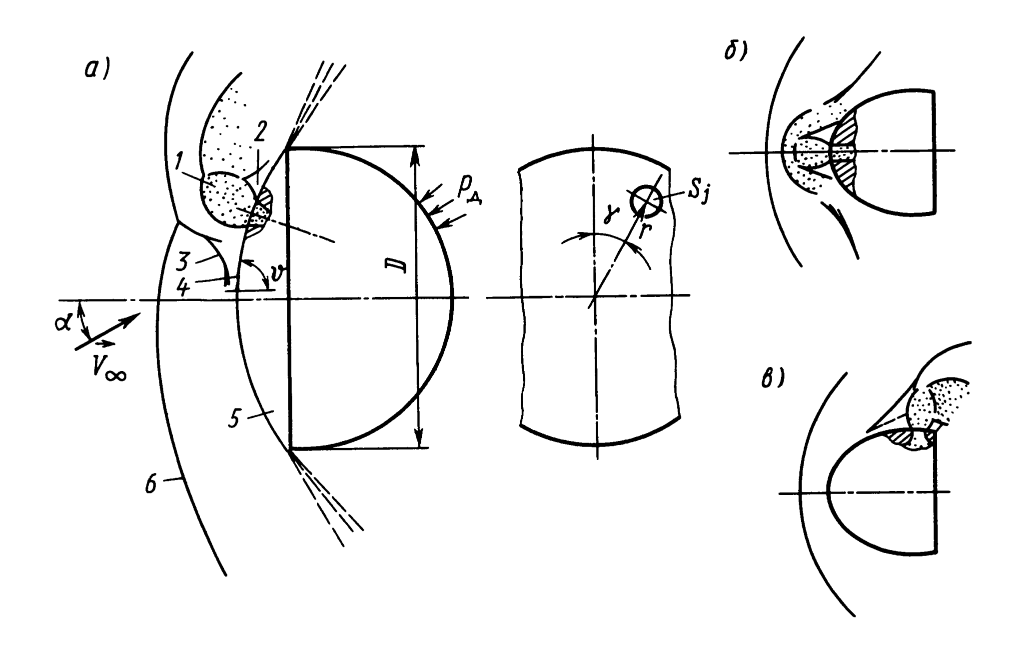


Рис. 6.9.1. Схемы взаимодействия струй и сверхзвуковых потоков

вается, то зона отрыва перед струей развивается, а ее элементы характерны для случая вдува поперечных струй (рис. 6.9.1, *в*).

Для моделирования процессов взаимодействия струй и набегающего потока, а также интерференционного воздействия их на обтекаемые поверхности геометрически подобных тел в качестве исходной системы размерных величин можно выбрать скорость V_∞; плотность ρ_∞; температуру T_∞; динамическую вязкость μ_∞; среднюю молекулярную массу $\mu_{\text{ср}\,\infty}$; удельную теплоемкость $c_{v\,\infty}$ (индекс ∞ соответствует параметрам невозмущенного потока); характерный размер тела D; соответствующие параметры газового потока для инжектируемой струи V_j, ρ_j, T_j, μ_j, $\mu_{\text{ср}\,j}$, c_{vj}; характерный размер сопла инжекции D_j.

Считается, что при моделировании углы атаки α, скольжения β, наклона ψ и раскрытия $\beta_{\text{сп}}$ сопла инжекции сохраняют свои значения, тогда из четырнадцати указанных параметров только четыре любых (например D, V, T, ρ) имеют независимые размерности. Следовательно, согласно π-теореме общей теории размерностей [13], рассматриваемое явление может быть описано с помощью десяти безразмерных комбинаций — *критериев подобия.*

Такая система характерных величин, определяющих эффекты и режимы процессов при взаимодействии струй с потоком, представляется следующей совокупностью безразмерных параметров:

$$\mathbf{Re}_D = \frac{V_\infty D}{\mu_\infty/\rho_\infty};\quad k_\infty = \frac{R_0/\mu_{\text{ср}\,\infty}}{c_{V\infty}} + 1,\quad \mathbf{M}_\infty = \frac{V_\infty}{\sqrt{k_\infty \frac{R_0}{\bar{\mu}_{\text{ср}\infty}} T_\infty}};$$

$$\mathbf{Re}_j=\frac{V_jD_j}{\mu_j/\rho_j};\ k_j=\frac{R_0/\mu_{cpj}}{c_{Vj}}+1;\ \mathbf{M}_j=\frac{V_j}{\sqrt{k_j\frac{R_0}{\mu_{cpj}}T_j}};$$

$$\bar{T}_0=\frac{T_j/\left(1+\frac{k_j-1}{2}\mathbf{M}_j^2\right)}{T_\infty/\left(1+\frac{k_\infty-1}{2}\mathbf{M}_\infty^2\right)};\ \bar{S}_j=\frac{D_j^2}{D^2};\ \bar{\mu}_{cp}=\frac{\mu_{cpj}}{\mu_{cp\infty}};\qquad(6.9.1)$$

$$J=\frac{p_{0j}}{p_\infty}=\frac{\rho_jT_j\mu_{cp\infty}\left(1+\frac{k_j-1}{2}\mathbf{M}_j^2\right)^{k_j/(k_j-1)}}{\rho_\infty T_\infty\mu_{cpj}}.$$

В соответствии с этим коэффициент аэродинамической силы представляется функциональной зависимостью

$$c_R=f(\alpha,\ \beta,\ \psi,\ \beta_{сп},\ \mathbf{Re}_D,\ \mathbf{M}_\infty,\ k_\infty,\ \mathbf{Re}_j,\ k_j,\ \mathbf{M}_j,\ \bar{T}_0,\ \bar{S}_j,\ J,\ \bar{\mu}_{cp}).\qquad(6.9.2)$$

Таким образом, условие подобия обтекания тел при наличии вдува струй газа в стационарных условиях без учета физико-химических превращений заключается в постоянстве перечисленных параметров. Моделирование по α, β, $\mathbf{Re}_D$, $\mathbf{M}_\infty$ и k_∞ характерно для любых аэродинамических испытаний.

Для выбранной конструкции аппарата заданной формы, геометрии расположения сопл и их профиля при проведении струйных испытаний необходимо выдерживать подобие по параметрам

$$\mathbf{Re}_j,\ k_j,\ \mathbf{M}_j,\ \bar{T}_0,\ \bar{S}_j,\ p_{0j}/p_\infty,\ \bar{\mu}_{cp}.\qquad(6.9.3)$$

Для модельных экспериментов, как правило, не удается выполнить условие подобия одновременно для параметров (6.9.3). Поэтому для каждого вида испытаний необходимо определять наиболее существенную, первостепенную зависимость аэродинамических коэффициентов от того или иного из выявленных критериев подобия.

В некоторых случаях исследования взаимодействия струй газа, истекающих в сверхзвуковой поток, прибегают к введению интегральных соотношений подобия. Например, в роли критерия подобия J могут выступать следующие безразмерные величины: $n=p_j/p_\infty$ (p_j — давление инжектируемой струи); $\overline{\rho V}=\rho_jV_j/\rho_\infty V_\infty$; $\overline{\rho V^2}=\rho_jV_j^2/\rho_\infty V_\infty^2$; $J_{p_0'}=p_{0j}/p_{0\infty}'$ ($p_{0\infty}'$ — давление торможения невозмущенного потока с учетом потерь в прямом скачке уплотнения) и т. д. Однако, используя то или иное интегральное соотношение, не следует делать вывод, что соблюдения его подобия достаточно для полного моделирования рассматриваемого явления.

Действительно, форма струи, ее размеры и деформация, а следовательно, и эффект силового воздействия системы тело — поток — струя зависят от совокупности условий (6.9.3).

ПРИЛОЖЕНИЯ

Решение характерных задач с помощью ЭВМ

В настоящем приложении сформулированы и решены характерные задачи по определению параметров газовых течений, особенностью которых является отрыв пограничного слоя. Решение задач осуществлялось на микроЭВМ «Искра-226». В качестве программного обеспечения использовался расширенный вариант алгоритмического языка БЭЙСИК.

В каждой задаче рассматриваются алгоритмическая схема и соответствующая вычислительная программа с результатами расчетов.

В квадратных скобках рядом с цифровой переменной указывается соответствующий идентификатор (обозначение).

В вычислительных программах принят ряд общих идентификаторов: $(k-1)/(k+1)$ [K1, L1, Q1]; $k/(k-1)$ [K2, L2, Q2]; $(k+1)/2$ [K3, L3, Q3]; $(k-1)/2$ [K4, L4, Q4]; $1(k-1)$ [K5, L5, Q5].

Параметры набегающего потока: скорость звука $a_1 = \sqrt{kRT_1}$ [A 8]; скорость потока $V_1 = \mathbf{M}_1 a_1$ [V8]; кинематическая вязкость $\nu_1 = \mu_1/\rho_1$ [N0]; скоростной напор $q_1 = kp_1\mathbf{M}_1^2/2$ [Q8]. В некоторых программах введен индекс ∞ (аналогичный индексу 1) для обозначения параметров невозмущенного (набегающего) потока.

Задача 1. При обтекании сверхзвуковым потоком уступа высотой $h = 0{,}05$ м (см. рис. 5.1.1) перед ним возникает зона отрыва. Определить давление в этой зоне, ее длину, а также осредненное давление на торцевой поверхности, если $\mathbf{M}_1 = 3{,}0$, $p_1 = 10^5$ Па (~ 1 кгс/см^2), $\rho_1 = 1{,}225$ кг/м^3 (0,125 кгс$\cdot$с^2/м^4), $T = 288$ К и расстояние от передней кромки поверхности до основания уступа $x_{уст} = 1$ м. Принять динамическую вязкость $\mu_1 = 1{,}78 \cdot 10^{-5}$ Н$\cdot$с/м^2 ($1{,}82 \cdot 10^{-6}$ кгс$\cdot$с/м^2), газовую постоянную $R = 287$ Дж/(кг$\cdot$град), отношение удельных теплоемкостей $k = c_p/c_v = 1{,}4$, а число $\mathbf{Re}_{кр} = 10^5$, соответствующее переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный.

Решение. Алгоритмическая схема решения задачи включает следующие операции.

1. Ввод данных ($\mathbf{M}_1 = 3$ [M8]; $p_1 = 1$ [P8]; $\rho_1 = 0{,}125$ [R8]; $T_1 = 288$ [T8]; $k = 1{,}4$ [K8]; $R = 287$ [R]; $h = 0{,}05$ [HO]; $x_{уст} = 1$ [XO]; $\mathbf{Re}_{кр} = 10^5$ [RO]).

2. Вычисление a_1 [A8], V_1 [V8], ν_1 [NO], q_1 [Q8] и ряда других величин, постоянных для данной задачи.

3. Начало вычислений координаты точки отрыва x_1.

4. Первое приближение: $x_1 = x_{уст}$.

5. Определение соответствующего числа $\mathbf{Re}_{x1} = V_1 x_1/\nu_1$ [R1].

6. Ввод оператора условного перехода. Если число $\mathbf{Re}_{x_1} > \mathbf{Re}_{кр}$, то благодаря оператору происходит переход к вычислению коэффициента давления $\bar{p}_p$ в зоне отрыва по формуле (4.2.20) для турбулентного течения. Если указанное соотношение не выполняется, то расчет ведется по следующему за оператором соотношению (4.2.19), относящемуся к ламинарному пограничному слою.

7. Вычисление давления в зоне отрыва $p_p = p_1(1 + \bar{p}_p q_1/p_1)$ [P3], угла скачка уплотнения θ_c [T1] (5.1.2), угла «жидкого клина» перед уступом

$$\beta=\operatorname{arctg}\left\{\frac{(\mathbf{M}_1^2\sin^2\theta_c-1)}{\operatorname{tg}\theta_c}\Big/\left[1+\left(\frac{k+1}{2}-\sin^2\theta_c\right)\mathbf{M}_1^2\right]\right\}[B], \qquad (\Pi.1)$$

а также

$$\mathbf{M}_p=\left[\frac{2+(k-1)\mathbf{M}_1^2}{2k\mathbf{M}_1^2\sin^2\theta_c-(k-1)}+\frac{2\mathbf{M}_1^2\cos^2\theta_c}{2+(k-1)\mathbf{M}_1^2\sin^2\theta_c}\right]^{0,5}[M1], \qquad (\Pi.2)$$

$$\mathbf{Cr}_p=V/V_{max}=\{1+2/[\mathbf{M}_p^2(k-1)]\}^{-0,5}[C1]. \qquad (\Pi.3)$$

8. Решение интегрального уравнения (4.3.39), в результате чего определяется координата разделяющей линии тока $\eta_{рлт}$ [E1]. Вначале обращением к соответствующей подпрограмме по оператору GOSUB вычисляется правая часть [I3] интегрального уравнения (4.3.39). Затем задаемся рядом значений $\eta_{рлт}$ (начиная с $\eta_{рлт}=0{,}5$) и, обращаясь к той же подпрограмме, вычисляем значения левого интеграла [I2] уравнения (4.3.39). По оператору IF ABS (I3—I2) <= 0,05 THEN 250 сравниваются полученные значения I3 и I2. Если это соотношение удовлетворяется, то вычисления $\eta_{рлт}$ заканчиваются. В противном случае расчеты должны быть продолжены по следующему за оператором IF — THEN оператору E = E + + 0.05 * SGN (I2 — I3) : GOTO 200, первый из которых изменяет предшествующее значение $\eta_{рлт}$ (здесь знак SGN определяет величину + 1 для I2 — I3 > 0 и — 1 для I2 — I3 < 0), а второй оператор GOTO возобновляет вычисления в очередном приближении).

9. Обращение к подпрограмме (по оператору GO SUB) для вычисления интеграла в (5.1.7) (верхний предел этого интеграла $\eta_{рлт}$ был найден). Определение отношения p_f/p_1 [P4] по формуле (5.1.7) (p_f — давление на торцевую поверхность уступа).

10. Вычисление длины зоны отрыва l_S [LO].

11. Определение в очередном приближении координаты точки отрыва x_1.

12. Сравнение двух последних приближений [X2 и X1] по оператору IF — THEN. Если разница между ними меньше или равна 0,06, то приближения заканчивают, если больше, то величине X1 присваивают новое значение по формуле X1 = XO — LO и по оператору GOTO продолжают вычисления.

13. Печать результатов расчетов (длина зоны отрыва [L]; начало отрыва [X4]; давление «плато» [P5]; давление на уступ [P6]; угол наклона линии отрыва [B2]; число **M** за скачком [M]; координата разделяющей линии тока [E1]).

14. Окончание вычислений.

Ниже приведены программа вычислений П.1 и результаты расчета.

Программа П.1 (см. с. 309, 310).

Найденное давление p_p больше, чем в невозмущенном потоке, в 2,3 раза, зона отрывного течения длиной 0,242 м занимает около трети свободного пространства перед уступом.

Для исследования влияния различных чисел **M** и **Re** на течение газа перед уступом следует предусмотреть в программе циклы вычислений по параметрам $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{Re}_x$ (оператор FOR — NEXT).

Задача 2. Определить давление за уступом (рис. 5.8.3) при обтекании его сверхзвуковым потоком воздуха [$\mathbf{M}_1$ = 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; k = 1,4; $p_1 = 10^5$ Па (1кгс/см^2)].

Решение. Рассмотрим алгоритм, соответствующий методу решения задачи, изложенному в § 5.8.

1. Ввод данных (p_1 = 1 [P8]; k = 1,4 [K8]).

2. Вычисление параметров [K1]; [K2]; [K3]; [K4]; [K5].

3. Начало вычислений в цикле FOR-NEXT по параметру $\mathbf{M}_1$ [FOR M8 = 1.5 TO 3.5 STEP 0.5].

4. Цикл расчетов по определению (путем последовательных приближений) донного давления с использованием оператора GO TO. Начальное значение донного давления принимается равным $0{,}56p_1$ (PO).

```
1Ø REM ТЕЧЕНИЕ ПЕРЕД УСТУПОМ
2Ø M8=3:P8=1:R8=Ø.125:T8=288:K8=1.4:R=287:MØ=1.82E-6:HØ=Ø.Ø5:XØ=1:RØ=1E5
3Ø A8=SQR(K8*R*T8):V8=M8*A8:NØ=MØ/R8
4Ø Q8=K8*P8*M8¬2/2
5Ø K1=(K8-1)/(K8+1):K2=K8/(K8-1):K3=(K8+1)/2:K4=(K8-1)/2:K5=1/(K8-1)
6Ø X1=XØ
7Ø R1=V8*X1/NØ
8Ø IF R1<RØ THEN 11Ø
9Ø P2=2.Ø4/R1¬Ø.1/(M8¬2-1)¬Ø.25
1ØØ GOTO 12Ø
11Ø P2=1.69/R1¬Ø.25/(M8¬2-1)¬Ø.25
12Ø P3=P8*(1+P2*Q8/P8)
13Ø SELECT D:T1=ARCSIN(SQR((P3/P8+K1)/(K8/K3*M8¬2)))
14Ø SELECT D:B=ARCTAN(1/TAN(T1)*(M8¬2*SIN(T1)¬2-1)/(1+(K3-SIN(T1)¬2)*M8¬2))
15Ø SELECT D:M1=SQR((1+K4*M8¬2)/(K8*M8¬2*SIN(T1)¬2-K4)+M8¬2*COS(T1)¬2/(1+K4*M8¬2
*SIN(T1)¬2))
16Ø C1=(1+1/K4/M1¬2)¬(-Ø.5)
17Ø H1=-3:B1=3:N=3Ø:D=(B1-H1)/N:K=2
18Ø C3=C1:GOSUB 43Ø:I3=C
19Ø E=Ø.5
2ØØ H1=E:B1=3:N=15:D=(B1-H1)/N:C3=C1:K=1
21Ø GOSUB 43Ø:I2=C
22Ø IF ABS(I3-I2)<=Ø.Ø5 THEN 25Ø
23Ø E=E+Ø.Ø5*SGN(I2-I3)
24Ø GOTO 2ØØ
25Ø E1=E
26Ø H1=-3:B1=E1:N=2Ø:D=(B1-H1)/N:C3=C1:K=2
27Ø GOSUB 43Ø:I4=C
28Ø SELECT D:P4=(P3/P8)*(1+(K8*M1¬2*(1-C1¬2))/(12+2.758*M1)/SIN(B)/COS(B)*I4)
29Ø SELECT D:LØ=HØ/TAN(B)
3ØØ X2=XØ-LØ
31Ø IF ABS(X2-X1)<=Ø.Ø6 THEN 34Ø
32Ø X1=X2
33Ø GOTO 7Ø
```

```
34Ø X4=X1:P6=P4*P8:L=LØ
35Ø PRINT TAB(25);"РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА"
36Ø PRINTUSING 37Ø,,,M8;M1
37Ø % ЧИСЛА МАХА-
      НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА -M8= #.###        ЗА СКАЧКОМ          -M1= #.###
38Ø PRINTUSING 39Ø,,L;X4;P3;P6
39Ø % ДЛИНА ЗОНЫ ОТРЫВА  -L = #.###        НАЧАЛО ОТРЫВА       -X4= #.###
      ДАВЛЕНИЕ ПЛАТО     -P3= #.###        ДАВЛЕНИЕ НА УСТУП   -P6= #.###
4ØØ PRINTUSING 41Ø,,B;E1
41Ø % УГОЛ НАКЛОНА
      ЛИНИИ ОТРЫВА       -B = ##.##        КООРДИНАТА РЛТ      -E1= #.###
42Ø END
43Ø REM ПОДПРОГР.
44Ø C=Ø: FOR I=H1 TO (B1-D/4) STEP D
45Ø H2=Ø:B2=(I+D/2):N1=2Ø:D1=(B2-H2)/N1
46Ø C2=Ø: FOR J=H2 TO (B2-D1/4) STEP D1
47Ø C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-((J+D1/2)¬2))*D1:NEXT J
48Ø F=Ø.5*(1+C2)
49Ø C=C+F¬K/(1-C3¬2*F¬2)*D:NEXT I
5ØØ RETURN
51Ø STOP
```

```
                         РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

ЧИСЛА МАХА-
НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА -M8= 3.ØØØ          ЗА СКАЧКОМ          -M1= 2.422

ДЛИНА ЗОНЫ ОТРЫВА  -L = Ø.242          НАЧАЛО ОТРЫВА       -X4= Ø.752
ДАВЛЕНИЕ ПЛАТО     -P3= 2.291          ДАВЛЕНИЕ НА УСТУП   -P6= 2.795

УГОЛ НАКЛОНА
ЛИНИИ ОТРЫВА       -B = 11.67          КООРДИНАТА РЛТ      -E1= Ø.3ØØ
```

5. Вычисление соответствующего давления торможения

$$p_{0д}=p_1[1+0{,}5(k-1)M_1^2]^{k/(k-1)}[P1], \quad (П.4)$$

числа

$$M_д=\sqrt{2/(k-1)[(p_{0д}/p_д)^{(k-1)/k}-1]}\,[MO], \quad (П.5)$$

углов отклонения $\omega(M_1)$ [W0] и $\omega(M_д)$ [W1] по (5.8.6), угла поворота потока $\beta_д=\omega(M_д)-\omega(M_1)$ [B0], числа $Cr_д$ [C0] по (П.3).

6. Расчет угла наклона скачка θ_c [T1] методом последовательных приближений с использованием формулы

$$\frac{\operatorname{tg}\theta_c}{\operatorname{tg}(\theta_c-\beta_д)}=\frac{(k+1)M_д^2\sin^2\theta_c}{2+(k-1)M_д^2\sin^2\theta_c}. \quad (П.6)$$

Начальное значение θ_c [T0] находим из условия, что «нормальная» составляющая числа M_1 к скачку больше 1 [принимаем T0=arcsin (SQR (1.1/M0 ∧ 2))]. Если удовлетворяется условие IF ABS (T0—T1)/T0<=0,005 THEN 210, то приближение заканчивают и значение T1 принимают равным отыскиваемому углу θ_c. Если это условие не выполняется, то вычисления продолжают по оператору GO TO, присваивая новое значение переменной.

7. Вычисление давления за скачком

$$p_{ск}=p_д[2k/(k+1)M_д^2\sin^2\theta_c-(k-1)/(k+1)][P4]. \quad (П.7)$$

8. Определение координаты разделяющей линии тока $\eta_{рлт}$ [E1] в результате решения интегрального уравнения (4.3.39) (см. программу П1).

9. Расчет функции

$$\varphi_{рлт}=0{,}5(1+\operatorname{erf}\eta_{рлт})[F3] \quad (П.8)$$

по найденному значению $\eta_{рлт}$ [E1], определяющему величину

$$\operatorname{erf}\eta_{рлт}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta_{рлт}}e^{-\eta^2}d\eta, \quad (П.9)$$

вычисление которой предусмотрено в программе по оператору цикла FOR — NEXT с параметром L (FOR L = 0 T0 E1 STEP D3, где D3 = E1/30).

10. Нахождение на разделяющей линии тока числа $Cr_{рлт}$ [C5] по (6.4.25), числа $M_{рлт}$ [M2] по (6.4.26), давления $p_R=p_д[1+0{,}5(k-1)M_{рлт}^2]^{k/(k-1)}$ [P6].

11. Сравнение $p_{ск}$ [P4] и p_R [P6] по оператору IF ABS (P4—P6)/P4<=<=0,04 THEN 430. Если это условие выполняется, то приближение заканчивают и принимают $p_д$ [P0] равным значению донного давления (за уступом). Если неравенство не удовлетворяется, вычисления возобновляются по оператору G0 T0 с присвоением нового значения переменной (P0 = P0 — 0.02 * P8).

12. Печать результатов вычислений в цикле по параметру M_1 [M8]; донное давление $p_д$ [P0]; угол скачка θ_c [T0]; координата разделяющей линии $\eta_{рлт}$]E1].

13. Окончание вычислений.

Соответствующая программа вычислений П.2 и результаты расчетов приведены ниже.

Программа П.2 (см. с. 312, 313).

Результаты показывают, что с увеличением числа M_1 давление за уступом уменьшается, а скорость возрастает. Это приводит к уменьшению угла наклона скачка уплотнения в области присоединения потока.

Для определения донного давления с учетом массообмена (отсоса или вдува газа в ближний след) можно использовать приведенный алгоритм и вычислительную программу при условии, что вместо интегрального уравнения (4.3.39) будет

```
1Ø REM ТЕЧЕНИЕ ЗА УСТУПОМ
2Ø P8=1:K8=1.4
3Ø K1=(K8-1)/(K8+1):K2=K8/(K8-1):K3=(K8+1)/2:K4=(K8-1)/2:K5=1/(K8-1)
4Ø PRINT TAB(25);"РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА":PRINT :PRINT
5Ø PRINT TAB(4);"ЧИСЛО МАХА";TAB(19);"ДОННОЕ ДАВЛЕНИЕ";TAB(39);"УГОЛ СКАЧКА";TAB
(55);"КООРД. РЛТ"
6Ø PRINT TAB(9);"M8";TAB(25);"PØ";TAB(43);"TØ";TAB(58);"E1":PRINT
7Ø PØ=.6*P8
8Ø FOR M8=1.5 TO 3.5 STEP Ø.5
9Ø M7=M8¬2:A1=SQR(M7-1)
1ØØ P1=P8*(1+K4*M8¬2)¬K2
11Ø MØ=SQR(1/K4*((P1/PØ)¬(1/K2)-1)):A2=SQR(MØ¬2-1)
12Ø SELECT D:WØ=SQR(1/K1)*ARCTAN(SQR(K1*A1¬2))-ARCTAN(A1)
13Ø SELECT D:W1=SQR(1/K1)*ARCTAN(SQR(K1*A2¬2))-ARCTAN(A2)
14Ø BØ=W1-WØ
15Ø CØ=(1+1/K4/MØ¬2)¬(-Ø.5)
16Ø SELECT D:TØ=ARCSIN(SQR(1.1/MØ¬2))
17Ø SELECT D:T1=ARCTAN(1/TAN(BØ)*(MØ¬2*SIN(TØ)¬2-1)/(1+(1/(1-K1)-SIN(TØ)¬2)*MØ¬2
))
18Ø IF ABS(TØ-T1)/TØ <=Ø.ØØ5 THEN 21Ø
19Ø TØ=TØ+(TØ-T1)/2/TØ
2ØØ GOTO 17Ø
21Ø T2=TØ
22Ø SELECT D:P3=(1+K1)*MØ¬2*SIN(T2)¬2-K1
23Ø P4=P3*PØ
24Ø H1=-3:B1=3:D1=Ø.2:C3=CØ:K=2:GOSUB 48Ø:FØ=C
25Ø E=Ø.Ø
26Ø H1=E:B1=3:N1=15:D1=(B1-H1)/N1:C3=CØ:K=1:GOSUB 48Ø:F=C
27Ø IF ABS((FØ-F)/FØ) <=Ø.ØØ5 THEN 3ØØ
28Ø E=E+Ø.ØØ5
29Ø GOTO 26Ø
3ØØ E1=E
31Ø H3=Ø:B3=E1:N1=3Ø:D3=(B3-H3)/N1
32Ø C4=Ø: FOR L=H3 TO (B3-D3/4) STEP D3
33Ø C4=C4+2/SQR(#PI)*EXP(-((L+D3/2)¬2))*D3
```

```
34Ø NEXT L:F2=C4
35Ø F3=Ø.5*(1+F2)
36Ø C5=F3*CØ
37Ø M2=(1/K4/(1-C5¬2)*C5¬2)¬Ø.5
38Ø P5=(1+K4*M2¬2)¬K2
39Ø P6=P5*PØ
4ØØ IF ABS((P4-P6)/P4) <=Ø.Ø4 THEN 43Ø
41Ø PØ=PØ-Ø.Ø2*P8
42Ø GOTO 1ØØ
43Ø P7=PØ
44Ø PRINTUSING 45Ø,M8;PØ;TØ;E1
45Ø %        #.###         #.###            ##.##          #.###
46Ø NEXT M8
47Ø END
48Ø REM ПОДПРОГРАММА
49Ø C=Ø: FOR I=H1 TO (B1-D1/4) STEP D1
5ØØ H2=Ø:B2=(I+D1/2):N2=3Ø:D2=(B2-H2)/N2
51Ø C2=Ø: FOR J=H2 TO (B2-D2/4) STEP D2
52Ø C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-((J+D2/2)¬2))*D2
53Ø NEXT J
54Ø F7=Ø.5*(1+C2)
55Ø C=C+F7¬K/(1-C3¬2*F7¬2)*D1
56Ø NEXT I
57Ø RETURN
58Ø STOP
```

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

ЧИСЛО МАХА M8	ДОННОЕ ДАВЛЕНИЕ PØ	УГОЛ СКАЧКА TØ	КООРД. РЛТ E1
1.5ØØ	Ø.54Ø	43.49	Ø.225
2.ØØØ	Ø.4ØØ	35.58	Ø.25Ø
2.5ØØ	Ø.3ØØ	31.28	Ø.275
3.ØØØ	Ø.22Ø	28.76	Ø.315
3.5ØØ	Ø.17Ø	26.7Ø	Ø.335

применено уравнение (5.8.3), в котором коэффициент K, определяющий приток или отсос газа из застойной зоны, связан с безразмерным расходом $\bar{\dot{m}}_j$ зависимостью (5.8.4).

Задача 3. Плоский интерцептор, высота которого $h = 0{,}05$ м, находится на расстоянии $x_и = 1$ м от передней кромки обтекаемой поверхности. Параметры газа в невозмущенном течении перед интерцептором: $\mathbf{M}_1 = 3$; $p_1 = 10^5$ Па (~ 1 кгс/см^2), $\rho_1 = 1{,}225$ кг/м^3 ($0{,}125$ кгс·с^2/м^4); $R = 287$ Дж/(кг·град); $T_1 = 288$ К; $k = c_p/c_v = 1{,}4$; $\mu_1 = 1{,}79 \cdot 10^{-5}$ Н·с/м^2 ($1{,}82 \cdot 10^{-6}$ кгс·с/м^2); критическое число $\mathbf{Re}_{кр} = 10^5$.

Определить параметры газа в застойных зонах и аэродинамические коэффициенты Δc_x, Δc_y.

Решение. В соответствии с методом расчета, изложенным в § 5.2, алгоритмическая схема решения задачи представляется в следующем виде.

1. Ввод исходных данных ($\mathbf{M}_1 = 3$ [M8]; $p_1 = 1$ [P8]; $\rho_1 = 0{,}125$ [R8]; $T_1 = 288$ [T8]; $k = 1{,}4$ [K8]; $R = 287$ [R]; $\mu_1 = 1{,}82 \cdot 10^{-6}$ [M0]; $\mathbf{Re}_{кр} = 10^5$ [R0]; $x_и = 1$ [X0]; $h = 0{,}05$ [H0]).

2. Вычисление a_1 [A8]; V_1 [V8]; ν_1 [N0]; q_1 [Q8]; параметров [K1]; [K2]; [K3]; [K4]; [K5]; [K6].

3. Начало вычислений координаты точки отрыва. Они ведутся методом последовательных приближений по оператору безусловного перехода GO TO. Начальное значение координаты принимается равным $x_1 = x_и$.

4. Нахождение числа $\mathbf{Re}_{x_1} = V_1 x_1/\nu_1$ [R7].

5. Сравнение $\mathbf{Re}_{x_1}$ с критическим числом $\mathbf{Re}_{кр}$ [R0] по оператору IF R7 < R0 THEN 90. Если это условие выполняется, то коэффициент давления $\bar{p}_p$ [P2] в зоне отрыва вычисляется по формуле (4.2.19) для ламинарного течения, если не выполняется, расчет ведется по формуле (4.2.20) для турбулентного пограничного слоя.

6. Вычисление соответствующего давления p_p [P3], угла наклона скачка θ_c [T1] по (5.1.2), угла поворота потока β_p [B9] по (5.2.1).

7. Расчет длины зоны отрыва $l_S = h/\operatorname{tg}\beta_p$ [L0].

8. Уточнение координаты точки отрыва $x_1 = x_и - l_S$ [X2].

9. Сравнение X1 и X2 по оператору IF ABS (X1—X2) <= 0,001 THEN 180. Если это неравенство удовлетворяется, то приближения заканчивают и принимают $x_1 = x_и - l_S$ [X2]. В противном случае вычисления возобновляются по оператору GO TO с присвоением x_1 нового значения X1 = X2.

10. Определение координаты разделяющей линии тока $\eta_{рлт}$ [E1] в результате решения интегрального уравнения (4.3.39) (см. соответствующие фрагменты программ П.1 и П.2 и подпрограммы в задачах 1 и 2).

11. Расчет значения интеграла в правой части уравнения (5.1.7) (см. программу П.1).

12. Вычисление давления на интерцептор p_f [P4].

13. Последовательные приближения при определении донного давления $p_д$ [P9] (за интерцептором) с использованием оператора GO TO. Начальное значение $p_д$ принимаем равным 0,05.

14. Вычисление соответствующего числа $\mathbf{M}_д$ [M7] по (П.5) и числа $\mathbf{Cr}_д$ [C9] по (П.3.).

15. В результате решения интегрального уравнения (4.3.39) определяется координата разделяющей линии тока за интерцептором $\eta_{рлт.д}$ [E2] (см. программы П.1 и П.2).

16. Нахождение соответствующих значений $\varphi_{рлт.д}$ [F1] по (П.8); $\mathbf{Cr}_{рлт.д} = \varphi_{рлт.д}\mathbf{Cr}_д$ [E3]; числа $\mathbf{M}_{рлт.д}$ [M2] по (5.2.6); отношения давлений $p_{0.рлт}/p_д$ [P1] по (5.2.7); давления торможения $p_{0,рлт} = p_д(p_{д,рлт}/p_д)$ [P0].

17. Расчет угла отклонения $\omega(\mathbf{M}_д)$ [W] по (5.2.8).

18. Вычисление угла наклона скачка в «звуковой» точке $\theta_{зв}$[T1]:

$$\theta_{зв} = \arccos\left\{\left[1 - \frac{2+(k-1)\mathbf{M}_p^2}{2k\mathbf{M}_p^2\sin^2\theta_{зв} - (k-1)}\right] \frac{2+(k-1)\mathbf{M}_p^2\sin^2\theta_{зв}}{2\mathbf{M}_p^2}\right\}^{0,5}. \quad (П.10)$$

Расчеты ведутся методом последовательных приближений по оператору GO TO. За начальное значение принимаем $\theta_{зв} = 70°$. После каждого вычисления $\theta_{зв}$[T1] производится сравнение результатов по оператору IF ABS (T1 < TO) <= 0,5 THEN 590. Если это неравенство удовлетворяется, то в качестве окончательного результата $\theta_{зв}$ принимается последнее значение T1. Если условие не выполняется, то вычисления возобновляются по оператору GO TO с присвоением нового значения $\theta_{зв}$- в соответствии с рекуррентной формулой TO = TO − 0,4.

19. Определение угла отклонения потока $\beta_{зв}$ [B3] за скачком в «звуковой» точке по (5.2.4).

20. Расчет угла поворота течения за интерцептором $\beta_д$ [B7]:

$$\beta_д = \omega(\mathbf{M}_д) - \beta_p - \beta_{зв}. \qquad (П\ 11)$$

21. Вычисление угла наклона скачка за интерцептором $\theta_{ск.R}$ [T3]. Расчеты ведутся методом последовательных приближений по оператору GO TO с использованием формулы

$$\beta_д = \operatorname{arctg} [(1/\operatorname{tg}\theta_{ск.R})(\mathbf{M}_д^2 \sin^2\theta_{ск.R} - 1)/\{1 + [(k+1)/2 - \sin^2\theta_{ск\ R}]\mathbf{M}_д^2\}]. \qquad (П.12)$$

В качестве первого приближения принимаем $\theta_{ск.R} = 30$ [TO]. После вычислений в следующем приближении заданное значение $\beta_д$ [B7] и полученное в расчете $\beta_д$[B] сравниваются по оператору IF ABS (B − B7) <= 0.5 THEN 670.

В случае выполнения этого условия полученное в очередном приближении значение $\theta_{ск,R}$ [TO] принимается равным вычисляемому углу скачка $\theta_{ск,R}$[T3]. Если неравенство не удовлетворяется, вычисления продолжаются с присвоением нового значения углу по оператору TO = TO + 0.5 * SGN (B7 − B).

22. Определение давления за скачком $p_{ск}$ [Q4] по (П.7).

23. Рáсчет давления в зоне присоединения $p_R = 0{,}65 p_д + 0{,}35 p_{ск}$ [P5].

24. Сравнение значений $p_{0\,рлт}$ и p_R по оператору IF ABS (PO − P5) <= <= 0,02 THEN 730. При удовлетворении этого условия расчеты заканчиваются и отыскиваемому давлению $p_д$ присваивается соответствующее значение в последнем приближении (R = P9). Если это неравенство не удовлетворяется, приближения продолжают с присвоением $p_д$ нового значения в соответствии с рекуррентной формулой P9 = P9 − 0.005 * SGN (PO − P5).

25. Вычисление длины зоны отрыва $l_д = h/\operatorname{tg}\beta_д$[L]; коэффициентов давления $\bar{p}_д = (p_д - p_1)/q_1$ [R1], $\bar{p}_f = (p_f - p_1)/q_1$ [R2]; нормальной силы $\Delta c_y = \bar{p}_p \operatorname{ctg}\beta_p - |\bar{p}_д \operatorname{ctg}\beta_д|$ и продольной силы $\Delta c_x = \bar{p}_f + |\bar{p}_д|$.

26. Печать результатов вычислений: числа $\mathbf{M}_2$ [M8]; $\mathbf{M}_{рлт}$ [M2]; $\mathbf{M}_д$ [M7]; углы «отрыва» β_p [B9]; $\beta_д$ [B7]; коэффициенты давления $\bar{p}_p$ [P2]; $\bar{p}_д$ [R1]; $\bar{p}_f$ [R2]; аэродинамические коэффициенты Δc_x[X]; Δc_y [Y].

27. Окончание вычислений.

Программа П.3 и результаты вычислений приведены ниже.

П р о г р а м м а П.3 (см. с. 316—318).

Полученные результаты подтверждают экспериментальные данные о существовании зоны пониженного давления за интерцептором, из-за чего снижается суммарное управляющее усилие. На давление за интерцептором оказывают влияние числа $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{Re}_x$, режим течения в пограничном слое перед точкой отрыва и за ней (ламинарный или турбулентный). Для оценки этого влияния в приведенном алгоритме и программе можно предусмотреть вычисления в циклах по параметрам $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{Re}_x$ (оператор FOR — NEXT).

Задача 4. Плоский щиток обтекается сверхзвуковым потоком воздуха со скоростью $V_1 = 508$ м/с ($\mathbf{M}_1 = 2{,}0$). Давление в потоке $p_1 = 2548$ Па (0,26 кгс/см^2), плотность $\rho_1 = 0{,}567$ кг/м^3 (0,0568 кгс·с^2/м^4), динамическая вязкость $\mu_1 = 1{,}09 \cdot 10^{-5}$ Н·с/м^2 ($1{,}11 \cdot 10^{-6}$ кгс·с/м^2), показатель адиабаты $k_1 = 1{,}4$. Угол наклона щитка $\beta_{пр} = 21{,}5°$, расстояние от него до передней кромки обтекаемой поверхности $x_{пр} = 0{,}852$ м.

Определить размеры области отрывного течения перед щитком для различных значений расхода газа из застойной зоны $\dot{m} = 0{,}01 n \rho_1 V_1$ (где n = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20).

Р е ш е н и е. Основные расчетные зависимости приведены в § 5.6. Соответствующая алгоритмическая схема представляется в следующем виде.

1. Ввод исходных данных $\mathbf{M}_1 = 2$[M8]; $p_1 = 0{,}26$[P8]; $\rho_1 = 0{,}0568$[R8]; $V_1 = 508$[V8]; $\mu_1 = 1{,}11 \cdot 10^{-6}$[M0]; $k_1 = 1{,}4$[K8]; $x_{пр} = 0{,}852$[X0]; $\beta_{пр} = 21{,}5$[B].

```
1Ø REM ТЕЧЕНИЕ ОКОЛО ИНТЕРЦЕПТОРА
2Ø M8=3:P8=1:R8=Ø.125:T8=288:K8=1.4:R9=287:MØ=1.82E-6:XØ=1:RØ=1E5:HØ=Ø.Ø5
3Ø A8=SQR(K8*R9*T8):V8=M8*A8:NØ=MØ/R8:Q8=K8*P8*M8¬2/2:K1=(K8-1)/(K8+1):K2=K8/(K8
-1):K3=(K8+1)/2:K4=(K8-1)/2:K5=1/(K8-1):K6=K8/(K8+1)
4Ø X1=XØ
5Ø R7=V8*X1/NØ
6Ø IF R7<RØ THEN 9Ø
7Ø P2=2.Ø4/R7¬Ø.1/(M8¬2-1)¬Ø.25
8Ø GOTO 1ØØ
9Ø P2=1.69/R7¬Ø.25/(M8¬2-1)¬Ø.25
1ØØ P3=(1+P2*Q8/P8)*P8
11Ø SELECT D:T1=ARCSIN(SQR((P3/P8+K1)/(2*K6*M8¬2)))
12Ø SELECT D:B9=ARCTAN(1/TAN(T1)*(M8¬2*SIN(T1)¬2-1)/(1+(K3-SIN(T1)¬2)*M8¬2))
13Ø SELECT D:LØ=HØ/TAN(B9)
14Ø X2=XØ-LØ
15Ø IF ABS(X1-X2) <=Ø.ØØ1 THEN 18Ø
16Ø X1=X2
17Ø GOTO 5Ø
18Ø X4=X2
19Ø SELECT D:M1=SQR((2+(K8-1)*M8¬2)/(2*K8*M8¬2*SIN(T1)¬2-(K8-1))+M8¬2*COS(T1)¬2/
(1+K4*M8¬2*SIN(T1)¬2))
2ØØ C1=(1+1/K4/M1¬2)¬(-Ø.5)
21Ø H1=-3:B1=3:N=3Ø:D=(B1-H1)/N:C3=C1:K=2:GOSUB 87Ø:I3=C
22Ø E=Ø.2
23Ø H1=E:B1=3:N=15:D=(B1-H1)/N:C3=C1:K=1
24Ø GOSUB 87Ø:I2=C
25Ø IF ABS(I3-I2) <=Ø.Ø1 THEN 28Ø
26Ø E=E-Ø.Ø2*SGN(I3-I2)
27Ø GOTO 23Ø
28Ø E1=E
29Ø H1=-3:B1=E1:N=2Ø:D=(B1-H1)/N:K=2
3ØØ C3=C1:GOSUB 87Ø:I1=C
31Ø SELECT D:P4=P3/P8*(1+(K8*M1¬2*(1-C1¬2))/(12+2.758*M1)/SIN(B9)/COS(B9)*I1)
32Ø P9=Ø.Ø5
33Ø P7=(1/K3*K8*M1¬2-K1)¬(-K5)*M1¬(2*K2)*(1/K3)¬(-K2)*P3
```

```
34ϕ M7=SQR(1/K4*((P9/P7)¬(-1/K2)-1))
35ϕ C9=(1+1/K4/M7¬2)¬(-ϕ.5)
36ϕ H1=-3:B1=3:N=3ϕ:D=(B1-H1)/N:K=2:C3=C9
37ϕ GOSUB 87ϕ:I5=C
38ϕ E=ϕ.3
39ϕ H1=E:B1=3:N=15:D=(B1-H1)/N:C3=C9:K=1
4ϕϕ GOSUB 87ϕ:I4=C
41ϕ IF ABS(I5-I4) <=ϕ.ϕ1 THEN 44ϕ
42ϕ E=E-ϕ.ϕ1*SGN(I5-I4)
43ϕ GOTO 39ϕ
44ϕ E2=E
45ϕ H3=ϕ:B3=E2:N=1ϕ:D3=(B3-H3)/N
46ϕ Cϕ=ϕ: FOR J3=H3 TO B3 STEP D3
47ϕ Cϕ=Cϕ+2/SQR(#PI)*EXP(-(J3¬2))*D3:NEXT J3
48ϕ F1=ϕ.5*(1+Cϕ)
49ϕ E3=F1*C9
5ϕϕ M2=SQR(1/K4*E3¬2/(1-E3¬2))
51ϕ P1=(1+K4*M2¬2)¬(-K2)
52ϕ Pϕ=P9/P1
53ϕ SELECT D:W=SQR(1/K1)*ARCTAN(SQR(K1*(M7¬2-1)))-ARCTAN(SQR(M7¬2-1))
54ϕ Tϕ=7ϕ
55ϕ SELECT D:T1=ARCCOS(SQR((-(1/K4+M1¬2)/(2*K2*M1¬2*SIN(Tϕ)¬2-1)+1)*(1+K4*M1¬2*S
IN(Tϕ)¬2)/M1¬2))
56ϕ IF ABS(T1-Tϕ) <=ϕ.5 THEN 59ϕ
57ϕ Tϕ=Tϕ-ϕ.4
58ϕ GOTO 55ϕ
59ϕ T1=Tϕ
6ϕϕ SELECT D:B3=T1-ARCTAN((1/K4+M1¬2*SIN(T1)¬2)*TAN(T1)/(1/K1*M1¬2*SIN(T1)¬2))
61ϕ B7=W-B9-B3
62ϕ Tϕ=3ϕ
63ϕ SELECT D:B=ARCTAN(1/TAN(Tϕ)*(M7¬2*SIN(Tϕ)¬2-1)/(1+(K3-SIN(Tϕ)¬2)*M7¬2))
64ϕ IF ABS(B-B7) <=ϕ.5 THEN 67ϕ
65ϕ Tϕ=Tϕ+ϕ.5*SGN(B7-B)
66ϕ GOTO 63ϕ
67ϕ T3=Tϕ
```

```
680 Q4=P9*(K8/K3*M7¬2*SIN(T3)¬2-K1)
690 P5=0.65*P9+0.35*Q4
700 IF ABS(P0-P5) <=0.02 THEN 730
710 P9=P9-0.005*SGN(P0-P5)
720 GOTO 331
730 R=P9
740 SELECT D:L=H0/TAN(B7)
750 R1=(R-P8)/Q8
760 R2=(P4*P8-P8)/Q8
770 X=R2+ABS(R1)
780 SELECT D:Y=P2/TAN(B9)-ABS(R1/TAN(B7))
790 PRINT TAB(21);"РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА"
800 PRINTUSING 810,,M8;M2;M7
810 %    ЧИСЛА МАХА-    M8= #.###     M2= #.###     M7= #.###
820 PRINTUSING 830,B9;B7;P2
830 %    УГЛЫ ОТРЫВА-   B9= ##.##     B7= ##.##
         ДАВЛЕНИЕ-      P2= #.###
840 PRINTUSING 850,R1;R2;X;Y
850 %    КОЭФФИЦИЕНТЫ-                R1=#.###      R2= #.###
       АЭРОД. КОЭФФИЦИЕНТЫ-           X= #.###      Y= #.###
860 END
870 REM ПОДПР.
880 C=0: FOR I=H1 TO (B1-D/4) STEP D
890 H2=0:B2=(I+D/2):N1=10:D1=(B2-H2)/N1
900 C2=0: FOR J=H2 TO (B2-D1/4) STEP D1
910 C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-((J+D1/2)¬2))*D1:NEXT J
920 F=0.5*(1+C2)
930 C=C+F¬K/(1-C3¬2*F¬2)*D:NEXT I
940 RETURN
950 STOP
                     РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

ЧИСЛА МАХА-    M8= 3.000     M2= 1.986     M7= 5.128
УГЛЫ ОТРЫВА-   B9= 11.66     B7= 37.59
ДАВЛЕНИЕ-      P2= 0.205
КОЭФФИЦИЕНТЫ-                R1=-0.154     R2= 0.280
АЭРОД. КОЭФФИЦИЕНТЫ-          X= 0.435      Y= 0.792
```

2. Вычисление параметров [K1]; [K2]; [K3]; [K4].

3. Вычисление расстояния x_1 методом последовательных приближений. В качестве начального значения принимаем $x_1 = x_{\text{пр}}$[XO].

4. Расчет числа $\mathrm{Re}_{x1} = V_1 x/(\mu_1/\rho_1)$ [RO], соответствующих значений толщины турбулентного пограничного слоя $\delta_1 = 0{,}37 x_1/\mathrm{Re}_{x_1}^{0,2}(1+0{,}12\mathbf{M}_1^2)^{0,35}$, коэффициента давления $\bar{p}_p$ [PO] по (4.2.20) в зоне отрыва, а также абсолютного значения этого давления p_p [P1].

5. Вычисление угла наклона скачка в зоне отрыва $\theta_{\text{ср}}$[TO] по (5.6.5), числа $\mathbf{M}_p$ [M3] за ним по (5.6.4), отношения ρ_p/ρ_1 [R1], величины $\rho_p = (\rho_p/\rho_1)\rho_1$ [R2], а также относительной скорости в отрывной зоне V_p/V_1 [VO] по (5.6.9) и значения $V_p = (V_p/V_1)V_1$[V1].

6. Определение угла «жидкого клина» β_p [BO] по (5.6.7).

7. Расчет по значению $\beta_{\text{пр}}$ соответствующего угла скачка θ_c [T1] (П.6) (см. фрагмент программы П.2).

8. Вычисление отношения давлений $p_{\text{ск}}/p_1$ [P2] по (5.6.17) и значения $p_{\text{ск}}$ [P3].

9. Нахождение длины зоны отрыва $l_{\text{воз}}$ [LO] по (5.6.18).

10. Сравнение двух последних значений $l_{\text{воз}}$ [L1 и LO], полученных в приближениях, по оператору IF ABS (L1—LO)<0.001 THEN 250. Если это условие выполняется, то приближения заканчивают и присваивают найденное значение [LO]

в последнем приближении отыскиваемой величине $l_{\text{воз}}$. Если неравенство не удовлетворяется, вычисления возобновляются по оператору GO TO с присвоением переменной x_1 нового значения [X1 = X0—L0].

11. Вычисление расстояния до начала отрывного течения x_1 [X3 = X0 — L0], соответствующего числа $\mathbf{Re}x_1 = V_1 x_1/(\mu_1/\rho_1)$ [R0] и отношения давлений p_s/p_1 [P4] по (5.6.1).

12. Подсчет угла наклона скачка θ_{cS} [T2] и числа $\mathbf{M}_S$ [M4] за ним.

13. Вычисление коэффициента давления $p_{S.\text{нсж}}$ [P5] по (5.6.2) (в предположении «несжимаемого» пограничного слоя); соответствующей толщины турбулентного пограничного слоя $\delta_{1.\text{нсж}} = 0{,}37/(\mathbf{Re}_{x_1}^{0,2})$ [D1] и условной толщины потери импульса $\delta_{\text{T.нсж}}^{**} = 0{,}0972\delta_{1.\text{нсж}}$ [D2].

14. Задание операторами DATA табличных значений $f(\bar{p}_{S.\text{нсж}})$ (как функции $\bar{p}_{S.\text{нсж}}$), используемых для нахождения условной толщины потери импульса $\delta_{S.\text{нсж}}^{**} = \delta_{\text{T.нсж}}^{**} f(\bar{p}_{S.\text{нсж}})$ [D4]. Первый оператор DATA 0.02, 0.05, ... представляет группу значений $p_{S.\text{нсж}}$, которые присваиваются переменным с помощью оператора READ U(1) U(2),... . Вторая пара операторов

DATA 1.03, 1.1, ...

READ D(1), D(2), ...

выполняет операцию присвоения переменным $f(\bar{p}_{S.\text{нсж}})$ [D(1), D(2), ...] соответствующих данных, указанных в операторе DATA

15. Определение путем интерполяции значения функции $f(\bar{p}_{S.\text{нсж}})$ по найденной выше величине $\bar{p}_{f.\text{нсж}}$ [P5]. Вначале принимаем номер элемента массива N = 1 и сравниваем переменные по операторам IF P5 = U(N) THEN 430: IF P5 < U(N + 1) THEN 430. Если первое равенство удовлетворяется, то интерполяция не производится и соответствующая величина (по оператору DATA) присваивается отыскиваемой функции $f(\bar{p}_{S.\text{нсж}})$ [D4].

В том случае, когда это условие не реализуется, выполняется следующий оператор. Если указанное в нем неравенство удовлетворяется, то выполняется следующий оператор, используемый для решения интерполяционного уравнения D3 = = (D(N + 1) — D(N)) / (U(N + 1) — U(N)) * (P5 — U(N)) + D(N).

По найденной интерполяционной переменной [D3] вычисляется $\delta_{S.\text{нсж}}^{**}$. При невыполнении условного оператора вычисления возобновляются по оператору GO TO с присвоением нового значения переменной (N = N + 1).

16. Присвоение найденного значения переменной $\delta_{S.\text{нсж}}^{**}$ соответствующей $\delta_{p.\text{нсж}}^{**}$ [D6] в зоне отрыва; нахождение числа $\mathbf{Cr}_p$ [C3] по (5.6.6); углов β_m [B1] по (5.6.10) и β_{l_3} [B2] по (5.6.11).

17. Обращение к подпрограмме решения интегрального уравнения (5.6.12) для определения координаты разделяющей линии тока $\eta_{\text{рлт}}$ [E1] (см. программы П.1, П.2, П.3).

18. Определение функции erf $\eta_{\text{рлт}}$[/] по (П.9) путем численного интегрирования вычисление $\varphi_{\text{рлт}} = 0{,}5(1 + \operatorname{erf}\eta_{\text{рлт}})$ [Z0], чисел $\mathbf{Cr}_{\text{рлт}} = \varphi_{\text{рлт}}\mathbf{Cr}_p$ [C5] и $\mathbf{M}_{\text{рлт}}$ [M9] по (5.6.22), а также давления

$$p_R = p_p[1 + 0{,}5(k-1)\mathbf{M}_{\text{рлт}}^2]^{k/(k-1)} \text{ [P7]}.$$

19. Вычисление угла $\beta_l = \eta_{\text{рлт}}/(12 + 2{,}758\mathbf{M}_p)$ [B3], геометрических параметров $h_j = 2{,}5\delta_{p.\text{нсж}}^{**}/(1 + 0{,}23\mathbf{M}_p)$ [M0], $\delta l_{2j} = h_j/\sin(\beta_p - \beta_m)$ [D7], $\delta l_{1j} = h_j\cos(\beta_p - \beta_m)/\sin(\beta_p - \beta_m)$ [D8], $a = [(\delta l_{2j} + l_{\text{воз}})\cos(\beta_p - \beta_m) - \delta l_{1j}]$ [A].

20. Расчет координаты η_c [E5] по (5.6.13), параметра $\sigma = 12 + 2{,}758\mathbf{M}_p$ [S], длины x_s [X9] по (5.6.14).

21. Обращение к подпрограмме вычисления интеграла [I3] в правой части (5.6.19); расчет предельного значения расхода $\bar{m}_{\text{пр}}$ [M5] по (5.6.19).

22. Обращение к подпрограммам вычисления интегралов [I4, I7] в (5.6.20); расчет по этим значениям величины [I5], определяемой правой частью уравнения.

23. Начало вычислений в цикле по параметру $\bar{m}$ [M2]: FOR K7 = 0.05 TO 0.20 STEP 0.05.

24. Определение соответствующего расхода: M2 = 0.01 * R8 * V8 * K7.

25. Обращение к подпрограмме решения интегрального уравнения (5.6.23), в результате которого находится верхний предел интеграла, равный координате линии тока η[E7].

26. Определение по величине η разности $\Delta\eta = \eta - \eta_c$ [E8]; расстояний:

$$\Delta y = \Delta\eta x/\sigma [Y];$$

$$\Delta l_S = \frac{\Delta\eta x_c}{\sigma \sin(\beta_p - \beta_m + \beta_{l3})} [S8];$$

$$l_{\text{воз}\,\dot m} = l_{\text{воз}} - \Delta l_S [S9];$$

$$\Delta h = \eta_{\text{рлт}} \frac{2{,}5\delta^{**}_{p,\,\text{ис ж}}}{1 + 0{,}23\mathbf{M}_p} [H8];$$

$$h_{\dot m} = h_j + \Delta h [H1]; \ \delta l_{2\dot m} = \frac{h_{\dot m} \cos\beta_l}{\sin(\beta_p - \beta_m + \beta_l)} [L8],$$

а также Δx_1[X8] по (5.6.23) и Δy_1[Y8] по (5.6.24).

27. Печать результатов: расход [M2]; длина [S9]; давления в точке отрыва [P9], в области «плато» [P1], в точке присоединения [P7], на преграде за точкой присоединения [P3]; предельный расход [M5]; координаты точки присоединения [X8, Y8].

28. Окончание вычислений.

Вычислительная программа П.4 с результатами расчетов для значений расхода $\dot m$ ($n = 0{,}05$ и $0{,}20$) приведена ниже.

Программа П.4 (см. с. 321—324)

Полученные результаты указывают на достаточную эффективность отсоса газа из застойной зоны как средства управления отрывным течением. Отрыв практически ликвидируется, если отсасываемая масса $\dot m$ составляет примерно 25% от расхода через пограничный слой.

Приведенный алгоритм и программа вычислений могут быть использованы для расчета управляющих усилий, создаваемых отклоняющейся поверхностью при наличии отсоса различной интенсивности в широком диапазоне сверхзвуковых скоростей ($\mathbf{M}_1 = 2...5$) и углов наклона преграды $\beta_{\text{пр}}$. Для этого следует ввести операторы цикла FOR—NEXT по параметрам $\mathbf{M}_1$ и $\beta_{\text{пр}}$.

Задача 5. На поверхности летательного аппарата находится воздухозаборное устройство, входная часть которого удалена от передней кромки на расстояние $x_{\text{диф}} = 1$ м (см. рис. 5.7.2).

Определить коэффициент восстановления полного давления ν диффузора при различных относительных расходах $\bar{\dot m}_i = 0...1$, следующих значений параметров потока: $\mathbf{M}_\infty = 3{,}0$; $\rho_\infty = 1{,}225$ кг/м^3 (0,125 кгс$\cdot$с^2/м^4); $T_\infty = 288$ K; $p_\infty = 10^5$ Па (1 кгс/см^2); $\mu_\infty = 1{,}79 \cdot 10^{-5}$ Н$\cdot$с/м^2 ($1{,}82 \cdot 10^{-6}$ кгс$\cdot$с/м^2); $R = 287$ Дж/(кг$\cdot$град); $k = 1{,}4$.

Принять критическое число $\mathbf{Re}_{\text{кр}} = 10^5$.

Решение. Порядок расчета параметров газа для такого воздухозаборного устройства и соответствующие соотношения рассмотрены в § 5.7. Приведем алгоритмическую схему решения этой задачи.

1. Ввод исходных данных ($\mathbf{M}_\infty = 3$ [M8]; $\rho_\infty = 1{,}225$ [R8]; $T_\infty = 288$ [T8]; $p_\infty = 10^5$ [P8]; $\mu_\infty = 1{,}79 \cdot 10^{-5}$ [MO]; $R = 287$ [R1]; $k = 1{,}4$ [K8]; $x_{\text{диф}} = 1$ [X0]).

2. Вычисление a_∞ [A8]; V_∞ [V8]; q_∞ [Q8]; ν_∞ [N8], а также параметров [K1]; [K2]; [K3]; [K4]; [K5]; [K6] и числа $\mathbf{Re}_{x_1} = V_\infty x_{\text{диф}}/\nu_\infty$ [R5].

3. Расчет коэффициента давления в зоне отрыва $\bar p_p$ [P2] [используем формулу (5.7.1) для турбулентного течения, так как найденное число $\mathbf{Re}_{x_1} > \mathbf{Re}_{\text{кр}}$]; вычисление соответствующего значения p_p [P3].

4. Вычисление угла наклона скачка уплотнения θ_c [T1] (5.7.2) и соответствующего угла поворота потока β_p [B5].

5. Определение в зоне отрыва относительных величин плотности ρ_p/ρ_∞ [R2], температуры T_p/T_∞ [T2], числа $\mathbf{M}_p/\mathbf{M}_\infty$ [M2] и скорости V_p/V_∞ [V2] по (5.7.4).

6. Расчет соответствующего числа $\mathbf{Cr}_p$ [C1] по (П.3).

7. Вычисление координаты разделяющей линии тока $\eta_{\text{рлт}}$ [E1] в зоне отрыва решением интегрального уравнения (5.7.5), в котором неизвестной величиной является нижний предел интеграла в правой части, равный отыскиваемому значению $\eta_{\text{рлт}}$ (см. соответствующие фрагменты программ П.1 и П.2).

```
1Ø REM ОТСОС ГАЗА ИЗ ЗОНЫ ОТРЫВА
2Ø M8=2:B=21.5:P8=.26:R8=.Ø568:V8=5Ø8:XØ=.852:K8=1.4:MØ=1.11E-6
3Ø K1=(K8-1)/(K8+1):K2=K8/(K8-1):K3=(K8+1)/2:K4=(K8-1)/2
4Ø X1=XØ:L1=Ø
5Ø RØ=V8*X1/(MØ/R8)
6Ø DØ=Ø.37*X1/RØ¬Ø.2*(1+Ø.12*M8¬2)¬Ø.35
7Ø PØ=2.Ø4/RØ¬.1/(M8¬2-1)¬.25
8Ø P1=(1+K8*PØ*M8¬2/2)*P8
9Ø SELECT D:TØ=ARCSIN(SQR((P1/P8+K1)/M8¬2/(1+K1)))
1ØØ SELECT D:M3=((1-K1+M8¬2*K1)/((1+K1)*M8¬2*SIN(TØ)¬2-K1)+(1-K1)*M8¬2*COS(TØ)¬2
/(1-K1+K1*M8¬2*SIN(TØ)¬2))¬.5
11Ø SELECT D:R1=M8¬2*SIN(TØ)¬2/(1-K1+K1*M8¬2*SIN(TØ)¬2)
12Ø R2=R1*R8
13Ø SELECT D:VØ=(COS(TØ)¬2+1/R1¬2*SIN(TØ)¬2)¬.5
14Ø V1=VØ*V8
15Ø SELECT D:BØ=ARCTAN(SQR(K8*M8¬2/(P1/P8*K3+K4)-1)*(P1/P8-1)/(1+K8*M8¬2-P1/P8))
16Ø SELECT D:T=ARCSIN(1.1/M8)
17Ø SELECT D:R=M8¬2*SIN(T)¬2/(1-K1+K1*M8¬2*SIN(T)¬2)
18Ø SELECT D:T1=B+ARCTAN(1/R*TAN(T))
19Ø IF ABS((T1-T)/T1)<=.ØØ1 THEN 21Ø
2ØØ T=T+.Ø1*T1:GOTO 17Ø
21Ø SELECT D:P2=(1+K1)*M8¬2*SIN(T1)¬2-K1:P3=P2*P8
22Ø LØ=DØ*(15Ø*((P3-P1)/P1/M3¬2/K8)¬2-25*(P3-P1)/P1/M3¬2/K8+3)
23Ø IF ABS(L1-LØ)<.ØØ1 THEN 25Ø
24Ø X1=XØ-LØ:L1=LØ:GOTO 5Ø
25Ø PRINT TAB(2Ø);"РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА"
26Ø PRINTUSING 27Ø,LØ
27Ø %            ДЛИНА ЗОНЫ ОТРЫВА БЕЗ ОТСОСА -LØ= #.###
28Ø X3=XØ-LØ
29Ø R3=V8*X3/(MØ/R8)
3ØØ P4=1+.745*K8*M8¬2/R3¬.1/(M8¬2-1)¬.25:P9=P4*P8
31Ø SELECT D:T2=ARCSIN(((P4+K1)/M8¬2/(1+K1))¬.5)
32Ø SELECT D:M4=((1-K1+M8¬2*K1)/((1+K1)*M8¬2*SIN(T2)¬2-K1)+(1-K1)*M8¬2*COS(T2)¬2
/(1-K1+K1*M8¬2*SIN(T2)¬2))¬.5
33Ø P5=1-M4¬2/M8¬2
```

```
340 D1=.37*X3/R3¬.2
350 D2=.0972*D1
360 DATA 0.02,0.05,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5
370 READ U(1),U(2),U(3),U(4),U(5),U(6),U(7)
380 DATA 1.03,1.1,1.2,1.45,1.85,2.6,3.5
390 READ D(1),D(2),D(3),D(4),D(5),D(6),D(7)
400 N=1
410 IF P5=U(N) THEN 430: IF P5<U(N+1) THEN 430
420 N=N+1:GOTO 410
430 D3=(D(N+1)-D(N))/(U(N+1)-U(N))*(P5-U(N))+D(N)
440 D4=D2*D3
450 D6=D4
460 C3=(1+1/K4/M3¬2)¬(-.5)
470 B1=(.033+.0069*C3¬2)*(1-C3¬2)*57.296
480 B2=-1/(12+2.758*M3)*57.296
490 H5=-3:B5=3:D=0.2:C4=C3:K=2:GOSUB 1060:I1=C
500 E=0.1
510 H5=E:B5=3:N1=20:D=(B5-H5)/N1:C4=C3:K=1:GOSUB 1060:I2=C
520 IF ABS(I2-I1) <=.05 THEN 550
530 E=E-.01*SGN(I1-I2)
540 GOTO 510
550 E1=E
560 H5=0:B5=E1:N1=15:D=(B5-H5)/N1
570 C2=0: FOR I=H5 TO (B5-D/4) STEP D
580 C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-((I+D/2)¬2))*D:NEXT I:J=C2
590 Z0=0.5*(1+J)
600 C5=Z0*C3
610 M9=(1/K4*C5¬2/(1-C5¬2))¬0.5
620 P7=P1*(1+K4*M9¬2)¬(K2)
630 B3=E1/12/(1+0.23*M3)*57.296
640 H0=2.5*D6/(1+0.23*M3)
650 SELECT D:D7=H0/SIN(B0-B1)
660 SELECT D:D8=H0*COS(B0-B1)/SIN(B0-B1)
670 SELECT D:A=(D7+L0)*COS(B0-B1)-D8
```

```
68Ø SELECT D:E5=-12*(1+.23*M3)*(D7+LØ)*SIN(BØ-B1)/(A+3Ø*D6)
69Ø SELECT D:X9=(D7+LØ)*COS(BØ-B1)-D8+3Ø*D6
7ØØ S=12*(1+.23*M3)
71Ø H5=-1.ØØ:B5=E1:N=2Ø:D=(B5-H5)/N:C4=C3:K=1:GOSUB 1Ø6Ø:I3=C
72Ø M5=R2*V1*(1-C3¬2)*X9/S*I3
73Ø H5=E5:B5=-1.ØØ:N=2Ø:D=(B5-H5)/N:GOSUB 1Ø1Ø:I4=C
74Ø H5=-1.ØØ:B5=E1:N=2Ø:D=(B5-H5)/N:K=1:GOSUB 1Ø6Ø:I7=C
75Ø FOR K7=Ø.Ø5 TO Ø.25 STEP Ø.Ø5
76Ø M2=.Ø1*R8*V8*K7
77Ø I5=M2*S/R2/V1/X9*I4/(1-C3¬2)/I7
78Ø E6=-1.2
79Ø H5=E5:B5=E6:N=15:D=(B5-H5)/N:GOSUB 1Ø1Ø:I6=C
8ØØ IF ABS((I5-I6)/I5) <=Ø.Ø5 THEN 82Ø
81Ø E6=E6+.ØØ2*SGN(I5-I6):GOTO 79Ø
82Ø E7=E6
83Ø E8=E7-E5
84Ø Y=E8*X9/S
85Ø SELECT D:S8=Y/SIN(BØ-B1+B2)
86Ø S9=LØ-S8
87Ø H8=E1*3Ø*D6/12/(1+.23*M3)
88Ø H1=HØ+H8
89Ø SELECT D:L8=H1*COS(B3)/SIN(B3-B1+BØ)
9ØØ SELECT D:X8=(S9+L8)*COS(B)*SIN(B3-B1+BØ)/SIN(B-(B3-B1+BØ))
91Ø SELECT D:Y8=X8*TAN(B)
92Ø PRINTUSING 93Ø,M2;K7;M5
93Ø %      РАСХОД          -M2= #.###          ПАРАМЕТР -K7= #.###
           РАСХОД ПРИВЕД.-M5= #.###
94Ø PRINTUSING 95Ø,P9;P1;P7;P3
95Ø %                                  ДАВЛЕНИЯ
                 PS -P9= #.###                          PP -P1= #.###
                 PR -P7= #.###                         PCK -P3= #.###
96Ø PRINTUSING 97Ø,S9;X8;Y8
97Ø %                          ДЛИНА ЗОНЫ ОТРЫВА ПРИ ОТСОСЕ-S9= #.###
                              КООРДИНАТЫ ТОЧКИ ПРИСОЕДИНЕНИЯ
                  X -X8= #.###                            Y -Y8= #.###
```

```
980 NEXT K7
990 END
1000 REM ПОДПРОГРАММА
1010 C=0: FOR E=H5 TO (B5-D/4) STEP D
1020 SELECT D:C=C+SIN(180/(1+E5)*(E+D/2+1))*D
1030 NEXT E
1040 RETURN
1050 END
1060 REM ПОДПРОГРАММА
1070 C=0: FOR I=H5 TO (B5-D/4) STEP D
1080 H6=0:B6=(I+D/2):N1=20:D1=(B6-H6)/N1
1090 C2=0: FOR J=H6 TO (B6-D1/4) STEP D1
1100 C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-((J+D1/2)¬2))*D1:NEXT J
1110 Z=.5*(1+C2)
1120 C=C+Z¬K/(1-C4¬2*Z¬2)*D:NEXT I
1130 RETURN
1140 STOP
```

```
                        РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА
              ДЛИНА ЗОНЫ ОТРЫВА БЕЗ ОТСОСА -L0= 0.047
   РАСХОД          -M2= 0.014           ПАРАМЕТР -K7= 0.050
   РАСХОД ПРИВЕД.-M5= 0.059
                                ДАВЛЕНИЯ
         PS -P9= 0.413                         PP -P1= 0.469
         PR -P7= 0.747                         PCK -P3= 0.809
                   ДЛИНА ЗОНЫ ОТРЫВА ПРИ ОТСОСЕ-S9= 0.031
                   КООРДИНАТЫ ТОЧКИ ПРИСОЕДИНЕНИЯ
          X -X8= 0.046                          Y -Y8= 0.018
   РАСХОД          -M2= 0.057           ПАРАМЕТР -K7= 0.200
   РАСХОД ПРИВЕД.-M5= 0.059
                                ДАВЛЕНИЯ
         PS -P9= 0.413                         PP -P1= 0.469
         PR -P7= 0.747                         PCK -P3= 0.809
                   ДЛИНА ЗОНЫ ОТРЫВА ПРИ ОТСОСЕ-S9= 0.008
                   КООРДИНАТЫ ТОЧКИ ПРИСОЕДИНЕНИЯ
          X -X8= 0.026                          Y -Y8= 0.010
```

8. Начало вычислений в цикле FOR $M =$ 0 TO 1 STEPO.2 по параметру M (относительный расход).

9. Проверка условия по оператору IF $M = 0$ THEN 370.

Если это условие реализуется, то выполняется оператор присвоения 370, в соответствии с которым принимается $\eta_A = \eta_{\text{рлт}}$ (слив отсутствует).

В случае невыполнения условия вычисления продолжаются по следующему оператору для $\bar{\dot{m}} > 0$ ($M = 0{,}2$ и т. д.).

10. Обращение к подпрограмме для вычисления координаты линии тока η_A[E3] путем решения интегрального уравнения (5.7.6) (см. программы П.1...П.4).

11. Нахождение температуры торможения T_0[T0], функции $\tau(M=1)$[T5] и критической скорости a^*[AO].

12. Вычисление координаты «звуковой» линии тока $\eta_{M=1}$[E5] по уравнению (5.7.8). Это уравнение решается путем последовательных приближений по оператору GO TO. В качестве начального принимается значение $\eta_{M=1} = 0$. После каждого вычисления исходная [A3] и полученная [A2] величины a^*/V_p сравниваются по оператору IF ABS((A2—A3)/A3) $<=$ 0.005 THEN 480. Если это условие выполняется, то вычисления заканчивают и найденное значение $\eta_{M=1}$ присваивают отыскиваемой координате [E5]. При невыполнении условия расчеты возобновляются по

оператору GO TO с присвоением переменной нового значения [E4 = E4 + + 0.01 * SGN (A3 — A2)].

13. Вычисление числа $\mathbf{M}_{ср}$ [M9] по (5.7.9) с использованием найденных величин η_A и $\eta_{\mathbf{M}=1}$. Расчеты ведутся при обращении к подпрограме вычисления функции в двойном цикле FOR T = H3 TO (B3 — D3/4) STEP D3; FOR J = 0 TO (B2 — D2/4) STEP D2. Для каждого значения параметра внешнего цикла T во вложенном цикле (подпрограммы) производится вычисление erf η [C3], затем осуществляется численное интегрирование с использованием рекуррентной формулы C5 = C5 + + (M2*M8)/(E3 — E5) * P5*D3. Найденная величина C5 присваивается отыскиваемому числу $\mathbf{M}_{ср}$.

14. Вычисление отношения $h_{пр}/h$ [H9].

15. Нахождение давления p_f [$P7$] по (5.1.7) при обращении к подпрограмме (см. соответствующий фрагмент вычислительной программы П.3).

16. Определение давления за скачком $p_{пр} = p_p[2k/(k+1)\mathbf{M}_{ср}^2 - (k-1)/(k+1)]$ [P6] и давления торможения $p_0 = p_\infty[1 + (0{,}5(k-1)\mathbf{M}_\infty^2]^{k/(k-1)}$ [QO].

17. Вычисление числа $\mathbf{M}_{пр}$ за скачком

$$\mathbf{M}_{пр} = \left[\frac{2 + (k-1)\mathbf{M}_{ср}^2}{2k\mathbf{M}_{ср}^2 - (k-1)}\right]^{0,5} [\mathrm{N5}]$$

и соответствующей газодинамической функции $\pi(\mathbf{M}_{пр}) = [1 + 0{,}5(k-1)\mathbf{M}_{пр}^2]^{-k/(k-1)}$ [R3].

18. Определение коэффициента восстановления ν [N6] по (5.7.10).

19. Печать результатов вычислений ν [N6] для заданных значений расхода $\dot{\bar{m}}$ [M].

20. Окончание вычислений.

Соответствующая вычислительная программа П.5 с результатами расчетов приведена ниже.

Программа П. 5 (см. с. 326—328).

В соответствии с этими результатами коэффициент восстановления возрастает с увеличением расхода $\dot{\bar{m}}_i$. При этом давление торможения в диффузоре воздухозаборника меньше соответствующей величины за прямым скачком и превышает давление в застойной зоне (перед воздухозаборным устройством) при частичном дросселировании. Согласно полученным данным, по мере увеличения $\dot{\bar{m}}_i$ протяженность зоны отрывного течения уменьшается.

Введением в вычислительную программу соответствующего оператора цикла (FOR — NEXT) можно рассчитать параметры воздухозаборных устройств для любых произвольных чисел $\mathbf{M}_\infty > 1$.

Задача 6. Цилиндрическое тело со сферическим затуплением (см. рис. 6.1.6) обтекается под нулевым углом атаки сверхзвуковым потоком с параметрами $\mathbf{M}_\infty = 3{,}0$; $p_\infty = 2400$ Па (0,0245 кгс/см^2); $T_\infty = 288$ К; $R = 287$ Дж/(кг·град); $k = 1{,}4$. Через центральное «звуковое» сопло в поток вдувается встречная струя газа, у которого $k_j = 1{,}4$; $R_j = 287$ Дж/(кг·град); $T_{0j} = 288$ К. Давление торможения в струе вдува $p_{0j} = 3{,}92 \cdot 10^5$ Па. Радиусы сферического носка тела ($r_т$) и сопла (r_j) связаны соотношением $r_т/r_j = 19$.

Определить давление на сферической поверхности и соответствующий аэродинамический коэффициент продольной силы.

Решение. Метод расчета и соответствующие зависимости рассмотрены в § 6.1. Приведем алгоритмическую схему решения задачи.

1. Ввод данных ($\mathbf{M}_\infty = 3$ [M8]; $p_\infty = 2400$ [P8]; $T_{0\infty} = 288$ [T8]; $R = 287$ [R8]; $k = 1{,}4$ [K8]; $\mathbf{M}_j = 1{,}0$ [M9]; $R_j = 287$ [R9]; $T_{0j} = 288$ [T9]; $k_j = 1{,}4$ [K9]; $r_т/r_j = 19$ [R]; $p_{0j} = 3{,}92 \cdot 10^5$ [PO]).

2. Вычисление [K1]; [K2]; [K3]; [K4]; [K5]; [Q1]; [Q2]; [Q3]; [Q4]; [Q5].

3. Определение давлений торможения для условий перед скачком и за ним:

$$p_{0\infty} = p_\infty[1 + 0{,}5(k-1)\mathbf{M}_\infty^2]^{k/(k-1)} \ [\mathrm{P7}];$$

$$p'_{0\infty} = p_{0\infty}\left(\frac{2k}{k+1}\mathbf{M}_\infty^2 - \frac{k-1}{k+1}\right)^{-\frac{1}{k-1}}\left[\frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{(k+1)\mathbf{M}_\infty^2}\right]^{-\frac{k}{k-1}}.$$

```
1Ø REM СЛИВ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ
2Ø M8=3:R8=1.225:T8=288:P8=1E5:MØ=1.79E-5:R1=287:K8=1.4:XØ=1
3Ø A8=SQR(K8*R1*T8):V8=M8*A8:Q8=R8*V8¬2/2:N8=MØ/R8
4Ø K1=(K8-1)/(K8+1):K2=K8/(K8-1):K3=(K8+1)/2:K4=(K8-1)/2:K5=1/(K8-1):K6=K8/(K8+1
)
5Ø R5=V8*XØ/N8
6Ø P2=2.Ø4/R5¬Ø.1/(M8¬2-1)¬Ø.25
7Ø P3=1+P2*Q8/P8
8Ø SELECT D:T1=ARCSIN(SQR((P3+K1)/(2*K6*M8¬2)))
9Ø SELECT D:B5=T1-ARCTAN(TAN(T1)*(K1*P3+1)/(K1+P3))
1ØØ R2=(M8¬2*SIN(T1)¬2)/(1/K3+K1*M8¬2*SIN(T1)¬2)
11Ø T2=1/R2*(1+P2*K8*M8¬2/2)
12Ø M2=(1/T2*(COS(T1)¬2+1/R2¬2*SIN(T1)¬2))¬Ø.5
13Ø V2=(COS(T1)¬2+1/R2¬2*SIN(T1)¬2)¬Ø.5
14Ø C1=(1+1/K4/(M2*M8)¬2)¬(-Ø.5)
15Ø H1=-3:B1=3:D=.2:C3=C1:K=2:GOSUB 67Ø:I1=C
16Ø E=Ø.2
17Ø H1=E:B1=3:N=15:D=(B1-H1)/N:C3=C1:K=1:GOSUB 67Ø:I2=C
18Ø IF ABS((I1-I2)/I1)<=Ø.ØØ5 THEN 21Ø
19Ø E=E+Ø.Ø2*SGN(I2-I1)
2ØØ GOTO 17Ø
21Ø E1=E
22Ø PRINT TAB(18);"РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА":PRINT
23Ø PRINT TAB(11);"ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ";TAB(32);"КОЭФФ.ВОССТАНОВЛЕНИЯ":PRINT TAB(14);"
РАСХОД";TAB(34);"ПОЛНОГО ДАВЛЕНИЯ"
24Ø PRINT TAB(16);"M";TAB(4Ø);"N6"
25Ø FOR M=Ø TO 1 STEP Ø.2
26Ø IF M=Ø THEN 37Ø
27Ø E2= Ø.5:O9=1:O8=Ø.2
28Ø H1=E1:B1=E2:N=2Ø:D=(B1-H1)/N:K=1:C3=C1: GOSUB 67Ø:I3=C
29Ø L=(12+2.758*M2*M8)/I3*M/R2/V2/(1-C3¬2)
3ØØ SELECT D:L1=((12+2.758*M2*M8)*COS(B5)-E2*SIN(B5))/(E2*COS(B5)¬2+Ø.5*(12+2.75
8*M2*M8)*SIN(2*B5))
31Ø IF ABS((L-L1)/L)<=0.0 05 THEN 380
```

```
320 IF (L-L1)*O9<0 THEN 350
330 E2=E2+O8*O9
340 GOTO 280
350 O9=-O9:O8=O8/2:E2=E2+O8*O9
360 GOTO 280
370 E2=E1:L2,L1=0.0
380 E3=E2:L2=L1
390 T0=T8*(1+K4*M8¬2)
400 T5=1/(1+K4*1)
410 A0=SQR(K8*R1*T0*T5)
420 E4=0.0
430 H2=0:B2=E4:N2=20:D2=(B2-H2)/N2: GOSUB 760:J1=C3
440 A2=0.5*(1+J1):A3=A0/(V2*V8)
450 IF ABS((A2-A3)/A3)<=0.005 THEN 480
460 E4=E4+0.01*SGN(A3-A2)
470 GOTO 430
480 E5=E4
490 H3=E5:B3=E3:N3=20:D3=(B3-H3)/N3
500 C5=0: FOR T=H3 TO (B3-D3/4) STEP D3
510 B2=(T+D3/2):N=20:D2=B2/N: GOSUB 760:J3=C3
520 P5=(0.5*(J3+1)/(1+(1-(0.5*(1+J3))¬2)*K4*(M2*M8)¬2
)¬0.5
530 C5=C5+(M2*M8)/(E3-E5)*P5*D3
540 NEXT T:M9=C5
550 SELECT D:H9=L2*(E3-E5)/(12+2.758*M2*M8)/COS(B5)
560 H1=-3:B1=E1:N=20:D=(B1-H1)/N:K=2: GOSUB 670:I4=C
570 P7=P3*P8*(1+K8*(M2*M8)¬2*(1-C1¬2)/(12+2.758*M2*M8)/SIN(B5)/COS(B5)*I4)
580 P6=P3*P8*(2*K6*M9¬2-K1)
590 Q0=P8*(1+K4*M8¬2)¬K2
600 N5=((1+K4*M9¬2)/(K8*M9¬2-K4))¬0.5
610 R3=(1+K4*N5¬2)¬(-K2)
620 N6=P6/Q0*H9/R3+P7/Q0*(1-H9)
630 PRINTUSING 640,M;N6
640 %              #.#                      #.###
```

```
65Ø NEXT M
66Ø END
67Ø REM ПОДПРОГР.
68Ø C=Ø: FOR I=H1 TO (B1-D/4) STEP D
69Ø H2=Ø:B2=(I+D/2):N1=2Ø:D1=(B2-H2)/N1
7ØØ C2=Ø: FOR J=H2 TO (B2-D1/4) STEP D1
71Ø C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-((J+D1/2)¬2))*D1:NEXT J
72Ø F=Ø.5*(1+C2)
73Ø C=C+F¬K/(1-C3¬2*F¬2)*D:NEXT I
74Ø RETURN
75Ø END
76Ø REM ПОДПРОГР.
77Ø C3=Ø: FOR J=Ø TO (B2-D2/4) STEP D2
78Ø C3=C3+2/SQR(#PI)*EXP(-((J+D2/2)¬2))*D2
79Ø NEXT J
8ØØ RETURN
81Ø STOP
```

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ РАСХОД M	КОЭФФ.ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОЛНОГО ДАВЛЕНИЯ N6
Ø.Ø	Ø.Ø72
Ø.2	Ø.116
Ø.4	Ø.168
Ø.6	Ø.223
Ø.8	Ø.278
1.Ø	Ø.336

4. Нахождение скорости звука в струе $a_j = \sqrt{k_j R_j T_j}$ [A], соответствующей температуры $T_j = T_{0j}[1 + (k_j - 1)/2\mathbf{M}_j^2]^{-1}$ [T 1], статического давления $p_j = p_{0j}\pi(\mathbf{M}_j)$ [P 3], плотности $\rho_j = p_j/(R_j T_j)$ [R 1], а также плотности набегающего потока $\rho_\infty = p_\infty/(RT_\infty)$ [R2] и температуры $T_\infty = T_{0\infty}\tau\ (\mathbf{M}_\infty)$ [T2].

5. Расчет плотности за прямым скачком уплотнения $\rho_{пр}$ [R 3], соответствующего отношения $\rho_\infty/\rho_{пр}$ [R 4], а также скорости в струе $\mathbf{M}_j a_j$ [V 1] и удельной массы вдува газа $\rho_j \mathbf{M}_j a_j$ [MO].

6. Вычисление относительного диаметра (см. рис. 6.1.7) $d_f/(2r_j)$ [D] по (6.1.9).

7. Начало вычислений путем последовательных приближений давления в застойной зоне $p_д$ [P]. В качестве начального принимаем отношение $p_д/p б_\infty = 0{,}3$ [P 2].

8. Вычисление угла наклона конической части поверхности раздела α [A 0] по (6.1.8).

9. Нахождение скорости в струйном слое V_e [V] по (6.1.7), соответствующих чисел $\mathbf{M}_e$ [M 1] по (6.1.10) и $\mathbf{Cr}_e$ [C 0] по (П.3).

10. Расчет координаты разделяющей линии тока $\eta_{рлт}$ [E] решением интегрального уравнения (4.3.39) (см. соответствующие фрагменты программ П.1...П.5).

11. Вычисление функций $\mathrm{erf}\,\eta_{рлт}$ [C 2] по (П.8); $\varphi_{рлт}$ [C 3] по (П.9) и числа $\mathbf{M}_{j\,рлт}$ [M 2] по (6.1.13) на разделяющей линии тока.

12. Расчет отношения давлений в точке присоединения $p_R/p б_\infty$ [P 4] по (6.1.12) с учетом найденного числа $\mathbf{M}_{j\,рлт}$.

13. Определение полярного угла для точки присоединения на сферическом носке:

$$\theta_R = \arcsin\sqrt{[1-(p_R/p'_{0\infty})]/[1-(p_\infty/p'_{0\infty})]}\,[T].$$

14. Нахождение этого угла в следующем приближении: вычисление отношений для расстояния до ударной волны $l_c/(2r_j)$ [L] по (6.1.19); для диаметра струи

$d_c/(2r_j)$ [D5] по (6.1.20); для ширины участка струи $\delta/(2r_j)$ [DO] по (6.1.18); определение угла между конической поверхностью раздела и касательной к сфере ε [EO] по (6.1.15), а также центрального угла для точки присоединения θ_R' [TO] по (6.1.14).

15. Сравнение значений углов θ_R [T] и θ_R' [TO]: IF ABS (T—TO)/T<= <= 0.05 THEN 480. При выполнении этого условия приближения заканчивают и принимают последнее значение переменной [P 2] равным относительному давлению $p_д/p_{б\infty}'$ в застойной зоне. Если неравенство не удовлетворяется, приближения возобновляются по оператору GO TO с присвоением переменной нового значения P2=P2+O,8. Знак и величина приращения переменной P 2 зависят от условия IF (T — TO) * O8<THEN 460.

Если это условие выполняется, то приращение O8 меняет знак на противоположный и уменьшается в два раза (по аналогии с методом половинного деления шага при поиске корня уравнения).

16. Вычисление давления в застойной зоне $p_д = (p_д/p_{б\infty}')p_{б\infty}'$ [P 9], а также соответствующих коэффициентов давления [P5] и сопротивления $\Delta c_{x_1} = \bar{p}_д(\sin^2\theta_R - r_j^2/r_т^2)$ [C 1].

17. Определение дополнительного значения коэффициента сопротивления от давления на периферийную часть сферического носка (за пределами застойной зоны):

$$\Delta c_{x2} = \int\limits_{\sin^2\theta_R - (r_j/r_т)^2}^{1} [(p_{0\infty}' - p_\infty)/q_\infty](1-y)dy [C4],$$

здесь $y = \sin^2\theta$

18. Вычисление полного коэффициента сопротивления

$$c_x = \Delta c_{x_1} + \Delta c_{x_2} \text{ [C5]}.$$

19. Печать результатов: коэффициента сопротивления c_x [C 5]; отношения давлений $p_д/p_{б\infty}'$ [P2]; скорости в струе V_e [V]; угла присоединения θ_R' [TO].

20. Окончание вычислений.

Вычислительная программа П.6 с результатами расчетов приведена ниже.

Программа П.6 (см. с. 330, 331).

Расчетное значение коэффициента c_x учитывает лишь составляющую аэродинамической силы, обусловленную перераспределением давления на лобовой поверхности тела. Вблизи сопла давление $p_д$ ниже, чем в других областях сферического носка. Поэтому за счет вдува встречной центральной струи снижается волновое сопротивление.

Представленный алгоритм расчета может быть использован введением операторов цикла FOR — NEXT для параметрических исследований влияния на аэродинамические характеристики тел таких величин, как $\mathbf{M}_\infty$, p_{0j}, $\mathbf{M}_j$, $r_т/r_j$.

Задача 7. Управление аэродинамическими характеристиками конического тела с половиной угла при вершине $\beta_к = 15°$ и диаметром основания $D_м = 7{,}8\cdot10^{-3}$ м осуществляется встречным вдувом газовой струи через «звуковое» сопло диаметром $d_j = 2\cdot10^{-3}$ м в кормовой части (см. рис. 6.2.16). Набегающий сверхзвуковой поток характеризуется следующими параметрами: $\mathbf{M}_\infty = 4{,}04$; $p_{0\infty} = 4\cdot10^5$ Па ($\sim$4 кгс/см^2); $T_{0\infty} = 288$ К; $R = 287$ Дж/(кг·град); $\mu_0 = 1{,}79\cdot10^{-5}$ Н·с/м^2(1,82·10^{-6} кгс·с/м^2); $k = 1{,}4$. В инжектируемой воздушной струе давление торможения $p_{0j} = 5{,}8\cdot10^5$ Па ($\sim$5,8 кгс/см^2), показатель адиабаты $k_j = 1{,}4$. Относительная скорость на конической поверхности $\bar{V}_к = V_к/V_{max} = 0{,}828$.

Принять $m = 0{,}8$ (здесь m — отношение полуширины к длине зоны отрыва); $k_l = 0{,}24$; $\psi = 1{,}0$ (коэффициенты, учитывающие соответственно уменьшение длины зоны отрыва и давления в ней за счет пространственного характера течения).

Определить изменение коэффициента продольной силы, а также коэффициент нормальной силы, обусловленные перераспределением давления на конусе при боковом вдуве газа, если углы атаки и наклона оси сопла вдува к оси конуса равны нулю.

Решение. В соответствии с методом расчета, изложенным в § 6.2, рассмотрим алгоритмическую схему решения задачи.

```
1Ø REM ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ВСТРЕЧНЫЙ ВДУВ
2Ø M8=3:P8=24ØØ:R8=287:T8=288:K8=1.4
3Ø M9=1:R=19:R9=287:T9=288:K9=1.4
4Ø K1=(K8-1)/(K8+1):K2=K8/(K8-1):K3=(K8+1)/2:K4=(K8-1)/2:K5=1/(K8-1)
5Ø Q1=(K9-1)/(K9+1):Q2=K9/(K9-1):Q3=(K9+1)/2:Q4=(K9-1)/2:Q5=1/(K9-1)
6Ø PØ=392ØØØ
7Ø P1=(K8/K3*M8¬2-K1)¬(-K5)*(K1+1/K3/M8¬2)¬(-K2)*P8*(1+K4*M8¬2)¬(K2)
8Ø P7=P8*(1+K4*M8¬2)¬K2
9Ø A=SQR(K9*R9*T9):T1=T9/(1+Q4*M9¬2)
1ØØ P3=PØ/(1+Q4*M9¬2)¬Q2:R1=P3/R9/T1
11Ø R2=P8/R8/T8
12Ø T2=T8/(1+K4*M8¬2)
13Ø R3=R2*M8¬2*K3/(1+K4*M8¬2)
14Ø R4=R2/R3
15Ø V1=M9*A
16Ø MØ=R1*V1
17Ø D=1/(1.Ø5+1.65*R4)*(Ø.72*(R4/(1-R4))¬Ø.86*R+2.52*(PØ/P1)¬Ø.5)
18Ø P2=Ø.32:D8=Ø.ØØ25
19Ø P=P2*P1
2ØØ SELECT D:AØ=ARCCOS(SQR((1-P2)/(1-P8/P1)))
21Ø SELECT D:V=D¬2/MØ/COS(AØ)*(P8*COS(AØ)¬4/2+P1*(1-SIN(AØ)¬4)/2-P*COS(AØ)¬2-(P3
-P)/D¬2-V1*MØ/D¬2)
22Ø M1=V/SQR(K9*R9*T9)/P2¬(Ø.5/Q2)
23Ø CØ=(1+1/Q4/M1¬2)¬(-Ø.5)
24Ø H1=-3:B1=3:D1=Ø.2:K=2:C3=CØ: GOSUB 63Ø:I1=C
25Ø E=Ø.2Ø
26Ø H1=E:B1=3:N=2Ø:D1=(B1-H1)/N:C3=CØ:K=1: GOSUB 63Ø:I2=C
27Ø IF ABS((I1-I2)/I1)<=Ø.Ø1 THEN 33Ø
28Ø E=E+Ø.Ø1*SGN(I2-I1)
29Ø GOTO 26Ø
3ØØ H=Ø:B=E:N=2Ø:D2=(B-H)/N:C2=Ø: FOR J=Ø TO (B-D2/4) STEP D2:C2=C2+2/SQR(#PI)*
EXP(-((J+D2/2)¬2))*D2
31Ø NEXT J
32Ø C3=Ø.5*(1+C2)
```

```
33ϕ M2=(C3*M1)¬2/(1+Q4*M1¬2*(1-C3¬2))
34ϕ P4=P2*(1+Q4*M2)¬Q2
35ϕ SELECT D:T=ARCSIN(SQR((1-P4)/(1-P8/P1)))
36ϕ L=ϕ.77*SQR(Pϕ/P1)
37ϕ D5=(ϕ.3+ϕ.325*(Pϕ/P1)/P2)¬ϕ.5
38ϕ Dϕ=1/4*Pϕ/P1/D5
39ϕ X=ϕ.5*SQR((D-2*Dϕ)¬2-D5¬2)
4ϕϕ SELECT D:Eϕ=ARCCOS(((L*2-X*2+R)*SIN(Aϕ)+D)/R)
41ϕ Tϕ=9ϕ-Aϕ-Eϕ
42ϕ IF ABS(T-Tϕ)/T<=ϕ.ϕ5 THEN 48ϕ
43ϕ IF (T-Tϕ)*O8<ϕ THEN 46ϕ
44ϕ P2=P2+O8
45ϕ GOTO 19ϕ
46ϕ O8=-O8/2:P2=P2+O8
47ϕ GOTO 19ϕ
48ϕ P9=P:T5=Tϕ
49ϕ P5=(P9-P8)/(K8*M8¬2*P8/2)
5ϕϕ SELECT D:C1=P5*(SIN(T5)¬2-1/R¬2)
51ϕ SELECT D:C4=ϕ:H4=SIN(T5)¬2-1/R¬2:N=2ϕ:B4=1:D4=(B4-H4)/N
52ϕ FOR K=H4 TO (B4-D4/4) STEP D4
53ϕ P6=P1*(1-K+D4/2+P8/P1*(K+D4/2))
54ϕ C4=C4+(P6-P8)/K8/2/M8¬2/P8*D4
55ϕ NEXT K
56ϕ C5=C1+C4
57ϕ PRINT TAB(18);"РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА"
58ϕ PRINTUSING 59ϕ,,C5;P2
59ϕ %     СУММАРНЫЙ КОЭФФ. СОПРОТИВЛЕНИЯ      C5= #.###
          ОТНОШЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ                  P2= #.###
6ϕϕ PRINTUSING 61ϕ,Tϕ;V

61ϕ %     УГОЛ ПРИСОЕДИНЕНИЯ                  Tϕ= ##.##
          СКОРОСТЬ ГАЗА В СТРУЙНОМ СЛОЕ       V= ###.#
62ϕ END
63ϕ REM ПОДПРОГР.
64ϕ C=ϕ: FOR I=H1 TO (B1-D1/4) STEP D1
65ϕ H2=ϕ:B2=(I+D1/2):N1=2ϕ:D2=(B2-H2)/N1
66ϕ C2=ϕ: FOR J=H2 TO (B2-D2/4) STEP D2
67ϕ C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-((J+D2/2)¬2))*D2
68ϕ NEXT J
69ϕ F=ϕ.5*(1+C2)
7ϕϕ C=C+F¬K/(1-C3¬2*F¬2)*D1
71ϕ NEXT I
72ϕ RETURN
73ϕ STOP
```

```
                 РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

     СУММАРНЫИ КОЭФФ.СОПРОТИВЛЕНИЯ      C5= ϕ.349
     ОТНОШЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ                 P2= ϕ.327
     УГОЛ ПРИСОЕДИНЕНИЯ                 Tϕ= 56.95
     СКОРОСТЬ ГАЗА В СТРУИНОМ СЛОЕ       V=196.7
```

1. Ввод данных ($\mathbf{M}_\infty = 4{,}04$ [M8]; $\bar{V}_к = 0{,}828$ [V0]; $p_{0\infty} = 4\cdot 10^5$ [Q8]; $T_{0\infty} = 288$ [T8]; $R = 287$ [R8]; $\mu_0 = 1{,}79\cdot 10^{-5}$ [M0]; $p_{0j} = 5{,}8\cdot 10^5$ [P1]; $k = 1{,}4$ [K8]; $k_j = 1{,}4$ [K9]; $\beta_к = 15$ [B0]; $D_м = 0{,}078$ [D0]; $m = 0{,}8$ [M9]; $\mathbf{M}_j = 1$ [M5]; $\psi = 1{,}00$ [X0]; $d = 0{,}002$ [D9]).

2. Вычисление ряда промежуточных параметров, соответствующих условиям задачи,

$$x_в = D_м\ /(2\sin\beta_к)\,[\text{X1}];$$

$$p_\infty = p_{0\infty}[1 + (k-1)/2\mathbf{M}_\infty^2]^{-k/(k-1)}\,[\text{P8}],$$

а также некоторых других величин.

3. Определение относительной температуры на конусе

$$T_к/T_\infty = (1 - \bar{V}_к^2)[1 + (k-1)/2\mathbf{M}_\infty^2]\,[\text{T0}]$$

и величины $T_к\,[T1]$; угла скачка перед конусом $\theta_c = \arcsin\sqrt{\mathbf{M}_\infty^{-2} + 1{,}2\sin^2\beta_к}$ [Q1]; отношения давлений торможения

$$\frac{p_0'}{p_0} = \left(\frac{2k}{k+1}\mathbf{M}_\infty^2\sin^2\theta_c - \frac{k-1}{k+1}\right)^{-2/(k-1)} \times$$

$$\times\left(\frac{\mathbf{M}_\infty^2\sin^2\theta_c}{\dfrac{2}{k+1} + \dfrac{k-1}{k+1}\mathbf{M}_\infty^2\sin^2\theta_c}\right)^{k/(k-1)}[\text{N0}],$$

относительного давления на конусе $p_к/p_\infty = p_0'/p_0[(1-\bar{V}_к^2)(1+[(k-1)/2]\mathbf{M}_\infty^2)]^{k/(k-1)}$ [P0]; величины $p_к$ [P2]; относительной плотности на конусе $\rho_к/\rho_\infty = (p_к/p_\infty)/(T_к/T_\infty)$ [R0]; ее значения $\rho_к$ [R1]; соответствующего числа $\mathbf{M}_к = \bar{V}_к\sqrt{\dfrac{2}{(k-1)(1-\bar{V}_к^2)}}$ [M1] на конусе; скорости $V_к = \mathbf{M}_к\sqrt{kRT_к}$ [V1] и динамической вязкости $\mu_к = \mu_0(T_к/T_{0\infty})^{0,75}$ [M2].

4. Начало расчетов в цикле последовательных приближений (по оператору GO TO) для определения положения точки отрыва x_1. В первом приближении принимаем $x_1 = 0{,}95x_в$.

После каждого вычисления в цикле значения длин зон отрыва l_S, полученные в двух последних приближениях, сравниваются между собой. Если они отличаются на 0,5%, то приближения заканчивают и вычисляют расстояние до точки отрыва x_1 [X2].

5. По найденному значению x_1 находится число $\mathbf{Re}_{x_1} = V_к x_1/(\mu_к/\rho_к)$ (R2].

6. Расчет коэффициента давления в зоне отрыва $\bar{p}_p$ [P3] по (4.2.19), отношения давлений в этой зоне и на конусе $\dfrac{p_p}{p_к} = \left(1 + \bar{p}_p\dfrac{k\mathbf{M}_к^2}{2}\right)\psi$, а также абсолютного давления $p_p = (p_p/p_к)p_к$ [P5].

7. Вычисление угла наклона образующей «жидкого» конуса

$$\beta_p = \left(\frac{\bar{p}_p}{0{,}0016 + 0{,}002\mathbf{M}_к^{-2}}\right)^{0,59},$$

соответствующего угла скачка θ_{cp} [Q2]; числа

$$\mathbf{M}_p = 0{,}98\left[\frac{2+(k-1)\mathbf{M}_к^2}{2k\mathbf{M}_к^2\sin^2\theta_{cp} - (k-1)} + \frac{2\mathbf{M}_к^2\cos^2\theta_{cp}}{2+(k-1)\mathbf{M}_к^2\sin^2\theta_{cp}}\right]^{0.5}[\text{M3}]$$

и числа $\mathbf{Cr}_p$ [C4] по (П.3).

8. Решение интегрального уравнения (4.3.39) для определения координаты разделяющей линии тока $\eta_{рлт}$ [E1] (см. вычислительные программы П.1...П.6).

9. Вычисление давления на конусе в зоне отрыва p_f [P6] по (5.1.7), соответст-

вующей величины $p_f/p_к$ [P7] и относительного давления за прямым скачком $p_{ск}/p_к = [2k/(k+1)]\mathbf{M}_к^2 - (k-1)/(k+1)$ [P9].

10. Нахождение функции $f(k_l)$ [F0], определяющей отношение $S_{отр}/S$.

11. Определение $J_к = p_{0j}/p_к$ [J0], отношений давлений торможения

$$\nu_{0\,пр} = \left(\frac{2k}{k+1}\mathbf{M}_\infty^2 - \frac{k-1}{k+1}\right)^{-1/(k-1)} \left(\frac{(k+1)\mathbf{M}_\infty^2}{2+(k-1)\mathbf{M}_\infty^2}\right)^{k/(k-1)} [N1]$$

и $J_{p_0'} = p_{0j}/(p_{0\infty}\nu_{0\,пр})$ [J1].

12. Расчет числа $\mathbf{M}_в$ [M4] в зоне вдува по (6.2.11).

13. Вычисление функции $\bar{d}_{max}$ [I3] (6.2.9), отношения $A = \bar{d}_{max} f(k_l)$ [A], параметров D [D] и C [C5] по (6.2.12).

14. Определение значений F_1 [F1] и K_1 [Q1] по (6.2.12).

15. Расчет относительного давления $\bar{p}_д = 1/\mathbf{M}_к - 0{,}1$, параметра $\bar{h}_{max}$ [H0] по (6.2.12), глубины проникновения струи $h_{max} = \bar{h}_{max} d_j$ [H5], длины зоны отрыва $l_S = k_l h_{max}/\mathrm{tg}\,\beta_p$ [L7] и расстояние до его начала $x_1 = x_в - l_S$ [X2].

16. Вычисление линейных размеров $l_S' = l_S \cos\beta_к$ [L9]; $L = D_м/(2\,\mathrm{tg}\,\beta_к)$ [X4]; $L_1 = L/\cos\beta_к$ [X5]; $l = L_1 - l_S$ [X6]; угла $\alpha = (D_м/L_1)\cdot 90$ [A0] и значения $a = l\,\mathrm{tg}\,\alpha$ [A1].

17. Расчет параметров $z_3 = \{m^2 l_S[(m^2 l_S l + 0{,}25 m^4 l_S^2 + L_1^2)^{0,5} - (l + 0{,}5 m^2 l_S)]\}^{0,5}$ [Z3]; $z_2 = L_1/\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}$ [Z2].

18. Сравнение значений z_3 и z_2 по оператору IF Z2 < Z3 THEN 650. Если это условие не удовлетворяется, то следует принять величину $l_{вз} = 0$. При выполнении неравенства проводятся вычисления этой величины.

19. Расчет длины $x_2 = \mathrm{ctg}\,\alpha(z_2 - a)$ [X8], параметра $z_1 = \dfrac{m^2 l_S \mathrm{ctg}\,\alpha}{2} - \left[\dfrac{m^4 l_S^2 \mathrm{ctg}^2\alpha}{4} - m^2 l_S(L_1 - l_S)\right]^{0,5}$ [Z1], значений $x_1 = \mathrm{ctg}\,\alpha(z_1 - a)$ [X9], $l_{вз} = \sqrt{(z_2 - z_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$ [S3] и $\bar{l}_{вз} = l_{вз}/l_S$ [S4].

20. Вычисление функции давления B [B3] по (6.2.5) и (6.2.6), площадей $S_j = \pi d_j^2/4$ [S6], $S_м = \pi D_м^2/4$ [S7] и относительной длины $\bar{L} = L/(l_S \cos\beta_к)$.

21. Нахождение аэродинамического коэффициента реактивной силы при вдуве R_1 [R4] по (6.2.5) и (6.2.6).

22. Численное интегрирование для определения коэффициента нормальной силы конуса, вызванной вдувом, Δc_y [Y1] по (6.2.5) и коэффициента продольной силы, возникшей за счет перераспределения давления при вдуве в зоне отрыва, Δc_x [T1] по (6.2.6).

23. Печать результатов вычислений коэффициентов Δc_y [Y1] и Δc_x [X1].

24. Окончание вычислений.

Соответствующая вычислительная программа П.7 с результатами расчетов приведена ниже.

Программа П.7 (см. с. 334—337).

Согласно этим результатам, в случае встречного вдува газа с боковой поверхности при нулевом («установочном») угле атаки конуса появляется боковое управляющее усилие, аэродинамический коэффициент которого $\Delta c_y = 0{,}003$. Изменение структуры потока и отрыв его с поверхности конуса оказывают влияние и на продольную силу. Дополнительное значение коэффициента этой силы составляет $\Delta c_x = 0{,}017$.

Для параметрического исследования взаимодействия потоков при боковом вдуве с поверхности конуса можно использовать предложенный алгоритм, введя в вычислительную программу, например, операторы цикла по параметрам $\mathbf{M}_\infty$ и p_{0j}. При этом следует иметь в виду, что должна оставаться неизменной структура локального отрыва, зона которого не достигает вершины конуса. С учетом этого необходимо выбирать и значения интенсивности вдува.

Задача 8. Рассчитать коэффициент усиления K_y и параметры течения в зоне отрыва при взаимодействии плоской струи со сверхзвуковым воздушным потоком

```
1Ø REM ВСТРЕЧНЫЙ ВДУВ С БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА
2Ø M8=4.Ø4:VØ=Ø.828:Q8=4E5:T8=288:R8=287:MØ=1.79E-5:P1=5.8E5:K8=1.4:K9=1.4:BØ=15
:DØ=78E-3:M9=Ø.8:K7=Ø.24:M5=1.Ø:GØ=1.Ø:XØ=1.Ø:D9=2E-3:E2=Ø
3Ø K1=(K8-1)/(K8+1):K2=K8/(K8-1):K3=(K8+1)/2:K4=(K8-1)/2:K5=1/(K8-1)
4Ø L1=(K9+1)/(K9-1):L2=K9/(K9-1):L3=(K9+1)/2:L4=(K9-1)/2:L5=1/(K9-1)
5Ø SELECT D:X1=DØ/2/SIN(BØ)
6Ø TØ=(1-VØ¬2)*(1+K4*M8¬2)
7Ø T1=TØ*T8/(1+K4*M8¬2)
8Ø SELECT D:Q1=ARCSIN(SQR(1/M8¬2+1.2*SIN(BØ)¬2))
9Ø NØ=((1+K1)*M8¬2*SIN(Q1)¬2-K1)¬((K1-1)/2/K1)*(M8¬2*SIN(Q1)¬2/(1-K1)/(1+K1/(1-K
1)*M8¬2*SIN(Q1)¬2))¬((1+K1)/2/K1)
1ØØ P8=Q8/(1+K4*M8¬2)¬K2
11Ø PØ=NØ*((1-VØ¬2)*(1+K4*M8¬2))¬K2
12Ø P2=PØ*P8
13Ø RØ=PØ/TØ
14Ø R1=RØ*P8/R8/T8*(1+K4*M8¬2)
15Ø M1=VØ*SQR(1/K4/(1-VØ¬2))
16Ø V1=M1*SQR(K8*R8*T1)
17Ø M2=MØ*(T1/T8)¬Ø.75
18Ø X2=X1:N8=Ø
19Ø R2=V1*X2/(M2/R1)
2ØØ P3=1.69/R2¬Ø.25/(M1¬2-1)¬Ø.25
21Ø P4=(1+P3*K8*M1¬2/2)*XØ
22Ø P5=P4*P2
23Ø SELECT D:B7=(P3/(Ø.ØØ16+Ø.ØØ2/M1¬2))¬(1/1.7)
24Ø SELECT D:Q2=ARCSIN((1-COS(B7)+(1+K3*M1¬2*SIN(B7)¬2)¬Ø.5)/M1)
25Ø SELECT D:M3=Ø.98*((1-K1+M1¬2*K1)/((1+K1)*M1¬2*SIN(Q2)¬2-K1)+(1-K1)*M1¬2*COS(
Q2)¬2/(1-K1+K1*M1¬2*SIN(Q2)¬2))¬Ø.5
26Ø C4=(1+1/K4/M3¬2)¬(-Ø.5)
27Ø H1=-3:B1=3:D1=Ø.2:K=2:C3=C4:GOSUB 1Ø1Ø:IØ=C
28Ø EØ=Ø.2
29Ø H1=EØ:B1=3:N=15:D1=(B1-H1)/N:K=1:C3=C4:GOSUB 1Ø1Ø:I1=C
3ØØ IF ABS((IØ-I1)/IØ)<=Ø.ØØ5 THEN 33Ø
31Ø EØ=EØ+Ø.Ø5*SGN(I1-IØ)
```

```
32φ GOTO 29φ
33φ E1=Eφ
34φ H1=-3:B1=E1:N=15:D1=(B1-H1)/N:K=2:C3=C4:GOSUB 1φ1φ:I2=C
35φ SELECT D:P6=P5*(1+K8*M3*(1-C4¬2)/(12+2.758*M3)/SIN(B7)/COS(B7)*I2*M3)
36φ P7=P6/P2
37φ P9=(1+K1)*M1¬2-K1
38φ SELECT R:Fφ=(φ.5-ARCSIN(1-2*K7)/#PI-φ.5*SIN(2*ARCSIN(1-2*K7))/#PI)
39φ N1=((1+K1)*M8¬2-K1)¬((K1-1)/2/K1)*(M8¬2/(1-K1+K1*M8¬2))¬((1+K1)/2/K1)
4φφ Jφ=P1/P2
41φ J1=P1/Q8/N1
42φ M4=(1/L4*(Jφ/J1)¬(1/L2)-1)¬φ.5
43φ I3=φ.4-φ.φφ65*J1¬2+φ.425*J1
44φ A=I3*Fφ
45φ D=2*L2*((Jφ/J1)¬(1/L2)-1)
46φ SELECT D:C5=K9*Jφ*M5¬2*(1+L4*M5¬2)¬(-K9/(K9-1))*COS(E2)
47φ F1=Jφ*(1+L4*M5¬2)¬(-L1/2)*M5/I3/(1/L4*((Jφ/J1)¬(1/L2)-1))¬φ.5/(Jφ/J1)¬(φ.5/L
2)
48φ O1=P7*(1+P9/P7*(1/Fφ-1))
49φ R3=1/M1-φ.1
5φφ Hφ=(C5/A+D*F1/Fφ+F1*(1-R3)/Fφ)/(O1-R3/Fφ)
51φ H5=Hφ*D9
52φ SELECT D:L7=K7*H5/TAN(B7):IF ABS((L7-N8)/L7)<=φ.φ1 THEN 56φ
53φ X2=X1-L7
54φ N8=L7
55φ GOTO 19φ
56φ SELECT D:L9=L7*COS(Bφ):X4=Dφ/2/TAN(Bφ):X5=X4/COS(Bφ)
57φ SELECT D:Aφ=Dφ/X5*9φ
58φ SELECT D:X6=X5-L7:A1=X6*TAN(Aφ)
59φ Z3=SQR(M9¬2*L7*(SQR(M9¬2*L7*X6+φ.25*M9¬4*L7¬2+X5¬2)-X6-φ.5*M9¬2*L7))
6φφ SELECT D:Z2=X5/SQR(1+1/TAN(Aφ)¬2)
61φ IF Z2<Z3 THEN 64φ
62φ S3=φ
63φ GOTO 68φ
64φ SELECT D:X8=1/TAN(Aφ)*(Z2-A1)
```

```
65Ø SELECT D:Z1=M9¬2*L7/2/TAN(AØ)-SQR(M9¬4*L7¬2/TAN(AØ)¬2/4-M9¬2*L7*(X5-L7))
66Ø SELECT D:X9=1/TAN(AØ)*(Z1-A1)
67Ø S3=SQR((Z2-Z1)¬2+(X8-X9)¬2)
68Ø S4=S3/L7
69Ø SELECT D:S5=L7*COS(BØ)
7ØØ B3=4*S5¬2/(#PI/4)/DØ¬2/K8/M8¬2*P2/P8*(P4-1)
71Ø S6=#PI/4*D9¬2
72Ø S7=#PI/4*DØ¬2
73Ø R4=2*P1/P8*S6/S7*(GØ+1/GØ)*(1/L3)¬L5/M8¬2/K8
74Ø SELECT D:S8=X4/L7/COS(BØ)
75Ø H1=S4:B1=1:N=15:D=(B1-H1)/N:E8=Ø:D8=Ø
76Ø FOR Z=H1 TO (B1-D/4) STEP D
77Ø SELECT D:G=(1-Z)¬Ø.5*M9/(S8-7)/SIN(BØ)
78Ø H2=Ø:B2=G:N1=15:D1=(B2-H2)/N1
79Ø FOR Y=H2 TO (B2-D1/4) STEP D1
8ØØ SELECT D:F9=1-Z¬2-(1+Z)*(S8-Z)¬2/M9*SIN(BØ)¬2*Y¬2
81Ø SELECT R:E8=E8+(S8-Z)*TAN(BØ/57.29)*F9*COS(Y)*D*D1
82Ø SELECT D:D8=D8+(S8-Z)*TAN(BØ)¬2*F9*D*D1
83Ø NEXT Y:NEXT Z
84Ø SELECT D:E6=E8*B3+R4*SIN(E2)
85Ø SELECT D:D6=D8*B3+R4*COS(E2)
86Ø H5=Ø:B5=S4:N=3Ø:D3=(B5-H5)/N:J8,I8=Ø
87Ø FOR Z=H3 TO (B3-D3/4) STEP D3
88Ø H4=Ø:B4=#PI:N1=3Ø:D2=(B4-H4)/N1
89Ø FOR Y=H4 TO (B4-D2/4) STEP D2
9ØØ SELECT D:F9=1-Z¬2-(1+Z)*(S8-Z)¬2/M9*SIN(BØ)¬2*Y¬2/M9
91Ø SELECT R:J8=J8+(S8-Z)*TAN(BØ/57.3)*F9*COS(Y)*D3*D2
92Ø SELECT R:I8=I8+(S8-Z)*TAN(BØ/57.3)¬2*F9*D3*D2
93Ø NEXT Y:NEXT Z
94Ø Y1=E6+J8*B3
95Ø X1=D6+I8*B3
96Ø PRINT TAB(27);"РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА":PRINT
97Ø PRINT TAB(8);"ПРИРАЩЕНИЕ КОЭФФ. СИЛЫ Y";TAB(4Ø);"ПРИРАЩЕНИЕ КОЭФФ. СИЛЫ X"
98Ø PRINTUSING 99Ø,,Y1;X1
```

```
990 %                           #.###                          #.###
1000 END
1010 REM ПОДПРОГРАММА
1020 C=0: FOR I=H1 TO (B1-D1/4) STEP D1
1030 H2=0:B2=(I+D1/2):N2=20:D2=(B2-H2)/N2
1040 C2=0: FOR J=H2 TO (B2-D2/4) STEP D2
1050 C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-((J+D2/2)¬2))*D2
1060 NEXT J
1070 F=0.5*(1+C2)
1080 C=C+F¬K/(1-C3¬2*F¬2)*D1
1090 NEXT I
1100 RETURN
1110 STOP
```

```
                      РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

ПРИРАЩЕНИЕ КОЭФФ. СИЛЫ Y          ПРИРАЩЕНИЕ КОЭФФ. СИЛЫ X

          0.003                             0.017
```

[$\mathbf{M}_1 = 3{,}6$; $a_1 = 340$ м/с; $p_1 = 10^5$ Па (~ 1 кгс/см^2); $\mu_1 = 1{,}79\cdot 10^{-5}$ Н$\cdot$с/м^2 ($1{,}82\cdot 10^{-6}$ кгс$\cdot$с/м^2); $\rho_1 = 1{,}225$ кг/м^3 ($0{,}125$ кгс$\cdot$с^2/м^4); $k = 1{,}4$]. Вдув газа ($k_j = 1{,}4$) осуществляется через кососрезанное сопло у задней кромки, в выходном сечении которого числа $\mathbf{M}_A = 1{,}3$ и $\mathbf{M}_E = 1{,}1$ (см. рис. 6.4.11). Полуугол раскрытия сопла $\beta_{сп} = 5°$, расстояние до него от передней кромки $x_1 = 0{,}5$ м. Критическое число $\mathbf{Re}_{кр} = 10^5$, а интенсивность вдува (p_{0j}/p_1) изменяется от 100 до 350.

Решение. В соответствии с порядком расчета, изложенным в § 6.4, алгоритмическая схема решения задачи представляется в следующем виде.

1. Ввод данных ($\mathbf{M}_1 = 3{,}6$ [M8]; $k = 1{,}4$ [K8]; $\mu_1 = 1{,}82\cdot 10^{-6}$ [M3]; $\rho_1 = 0{,}125$ [R8]; $p_1 = 1$ [P8]; $\mathbf{Re}_{кр} = 10^5$ [R4]; $x_1 = 0{,}5$ [X0]; $a_1 = 340$ [A8]; [$\mathbf{M}_A = 1{,}3$ [M7]; $\mathbf{M}_E = 1{,}1$ [M9]; $k_j = 1{,}4$ [K9]; $\beta_{сп} = 5{,}0$ [B]).

2. Вычисления ν_1 [N8], q_1 [Q] и ряда других величин, постоянных для данной задачи.

3. Определение числа $\mathbf{Re}_{x_1} = \mathbf{M}_1 a_1 x_1/\nu_1$ [R1].

4. Сравнение этого числа с критическим значением IF R1 < R0 THEN 100.

5. Если неравенство выполняется, то коэффициент давления в зоне отрыва $\bar{p}_p$ [P9] находится по (4.2.19) для ламинарного течения, если нет, то вычисления ведутся по (4.2.20) для турбулентного пограничного слоя.

6. Обращение к подпрограмме для вычисления давлений $p_p/p_1 = 1 + \bar{p}_p k_1 \mathbf{M}_1^2/2$ [P3] и соответствующего угла отклонения потока за скачком β_1 [B9].

7. Определение числа $\mathbf{M}_p$ [M1] за скачком (в зоне отрыва) по (6.4.21) и числа $\mathbf{Cr}_p$ [C1] по (6.4.22).

8. Расчет координаты разделяющей линии тока $\eta_{рлт}$ [E1] решением интегрального уравнения (6.4.23) (см. вычислительные программы П.1...П.7).

9. Определение численным интегрированием значения функции $\operatorname{erf}\eta_{рлт}$ [C2], вычисления параметра $\varphi_{рлт} = 0{,}5(1 + \operatorname{erf}\eta_{рлт})$ [F2], числа $\mathbf{Cr}_{рлт} = \varphi_{рлт}\mathbf{Cr}_p$ [C3] на разделяющей линии тока.

10. Нахождение числа $\mathbf{M}_{рлт}$ [M2] на этой линии тока по (6.4.26) и соответствующего отношения давлений $(p_0)_{рлт}/p_p$ [P2] по (6.4.27).

11. Обращение к подпрограмме для вычисления угла отклонения потока β_2 [B2] по (6.4.28).

12. Начало вычислений в цикле по параметру PO (это обозначение соответствует относительному давлению в струе p_{0j}/p_1) : FOR PO = 100 TO350 STEP 50.

13. Обращение к подпрограмме определения отношения давлений p_p/p_{0j} [P4], числа $\mathbf{M}_{стр}$ [M4] в струе по (6.4.30), угла отклонения $\beta_{стр}$ [B3] по (6.4.31).

14. По заданным значениям $\mathbf{M}_A = 1{,}3$ [M7]; $\mathbf{M}_E = 1{,}1$ [M9] находятся удельные расходы $q(\mathbf{M}_A)$ [Q2], $q(\mathbf{M}_E)$ [Q0], а также угол Маха $\mu_E = \arcsin(1/\mathbf{M}_E)$ [M0].

15. Вычисление углов наклона оси сопла:

$$\psi = \mathrm{arctg}\left[\frac{q(\mathbf{M}_E)/q(\mathbf{M}_A)+1}{q(\mathbf{M}_E)/q(\mathbf{M}_A)-1}\,\mathrm{tg}\,\beta_{сп}\right][X]$$

и $\psi_0 = \psi - \mu_E + \beta_{сп}$ [F3].

16. По значениям $\mathbf{M}_A$ и $\mathbf{M}_{стр}$ вычисляются соответствующие углы $\omega\ (\mathbf{M}_A)$ [W0], $\omega\ (\mathbf{M}_{стр})$ [W1] по (6.4.37), разность их $\beta_a = \omega\ (\mathbf{M}_{стр}) - \omega\ (\mathbf{M}_A)$ [B4], а также углы Маха $\mu_A = \arcsin\ (1/\mathbf{M}_A)$ [N0], $\mu_{стр} = \arcsin\ (1/\mathbf{M}_{стр})$ [N1] и углы $\varphi_{A0} = \pi - (\psi - \beta_{сп} + \mu_A)$ [F5], $\varphi_{AK} = \mu_A + \beta_a - \mu_{стр} + \varphi_{A0}$ [F6].

17. Вычисление относительных линейных размеров r_{AO}/Δ [R0] по (6.4.40); r_{AK}/r_{AO} [R] по (6.4.42); $r_{AK}/\Delta = (r_{AO}/\Delta)\ (r_{AK}/r_{AO})$ [R1].

18. Определение отношений $x_в/\Delta$ [X1] и $y_в/\Delta$ [Y1] по (6.4.43).

19. Расчет относительной величины для давления $\bar{p}$ [P6] по (6.4.44) и соответствующего параметра $\bar{R} = R/\Delta$ [R2] по (6.4.45).

20. Вычисление безразмерных координат $x_ц/\Delta$ [X2], $y_ц/\Delta$ [Y2] по (6.4.46) и относительных размеров h/Δ [H], CD/Δ [H1] по (6.4.47).

21. По значениям $\mathbf{M}_E$ [M9] и $\mathbf{M}_A$ [M7] находим соответствующие функции $f\ (\mathbf{M}_E)$ [H2], $f\ (\mathbf{M}_A)$ [H3] по (6.4.48).

22. Определение коэффициента усиления $K_у$ [Q9] по (6.4.49).

23. Печать результатов: коэффициент усиления $K_у$ [Q9] в функции относительного давления p_{0j}/p_1 [P0].

24. Окончание вычислений.

Соответствующая вычислительная программа П.8 и результаты расчета показаны ниже.

Программа П.8 (см. с. 339—341).

Полученные значения коэффициентов усиления показывают, что суммарное управляющее усилие от вдува превосходит тягу, создаваемую инжекцией струи. С увеличением интенсивности вдува (p_{0j}/p_1) значение $K_у$ уменьшается.

Приведенный алгоритм решения задачи может быть использован при параметрическом исследовании влияния на $K_у$ таких величин, как k_j, T_{0j}, $\mathbf{M}_1$, ψ и др. С этой целью в программе необходимо предусмотреть дополнительные операторы циклов по соответствующим параметрам.

```
1Ø REM ВДУВ СТРУИ В СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОТОК
2Ø M8=3.6:K8=1.4:M3=1.82E-6:R8=.125:A8=34Ø:R4=1E5:XØ=Ø.5:P8=1
3Ø M7=1.3:M9=1.1:K9=1.4:B=5
4Ø N8=M3/R8:Q=K8*P8*M8¬2/2
5Ø K1=(K8-1)/(K8+1):K2=K8/(K8-1):K3=(K8+1)/2:K4=(K8-1)/2:K5=1/(K8-1):L1=(K9-1)/(
K9+1):L2=K9/(K9-1):L3=(K9+1)/2:L4=(K9-1)/2:L5=1/(K9-1)
6Ø R1=M8*A8*XØ/N8
7Ø IF R1<R4 THEN 1ØØ
8Ø P9=2.Ø4/R1¬.1/(M8¬2-1)¬Ø.25
9Ø GOTO 11Ø
1ØØ P9=1.69/R1¬Ø.25/(M8¬2-1)¬Ø.25
11Ø P3=(1+P9*Q/P8)
12Ø Q8=K8:M=M8:P=P3:Q3=K3:Q4=K4:GOSUB 72Ø:B9=BØ
13Ø M1=SQR((K1*M8¬2+1/K3)/P3+2*(2*K2*M8¬2-1-P3/K1)/(2*K3*P3+1/K1*2*K3))
14Ø C1=(1+1/K4/M1¬2)¬(-Ø.5)
15Ø H1=-3:B1=3:N=3Ø:D=(B1-H1)/N:C3=C1:K=2:GOSUB 63Ø:I1=C
16Ø E=Ø.1
17Ø H1=E:B1=3:N=15:D=(B1-H1)/N:C3=C1:K=1:GOSUB 63Ø:I2=C
18Ø IF ABS((I1-I2)/I1)<=Ø.Ø1 THEN 21Ø
19Ø E=E-Ø.Ø2*SGN(I1-I2)
2ØØ GOTO 17Ø
21Ø E1=E
22Ø H2=Ø:B2=E1:N2=1Ø:D2=(B2-H2)/N2:C2=Ø: FOR J2=H2 TO B2 STEP D2
23Ø C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-(J2¬2))*D2:NEXT J2:E2=C2
24Ø F2=Ø.5*(1+E2)
25Ø C3=F2*C1
26Ø M2=(1/K4*C3¬2/(1-C3¬2))¬.5
27Ø P2=(1+K4*M2¬2)¬K2
28Ø PRINT TAB(29);"РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА":PRINT
29Ø PRINT TAB(22);"ОТНОШЕНИЕ";TAB(45);"КОЭФФИЦИЕНТ"
3ØØ PRINT TAB(22);"ДАВЛЕНИЙ";TAB(46);"УСИЛЕНИЯ"
31Ø PRINT TAB(25);"PØ";TAB(49);"Q9"
32Ø Q8=K8:M=M1:P=P2:Q3=K3:Q4=K4:GOSUB 72Ø:B2=BØ
33Ø FOR PØ=1ØØ TO 35Ø STEP 5Ø
```

```
34φ P4=P3/Pφ
35φ M4=SQR(1/L4*(P4¬(-1/L2)-1))
36φ Q8=K9:M=M4:P=P2:Q3=K3:Q4=K4:GOSUB 72φ:B3=Bφ
37φ SELECT D:Mφ=ARCSIN(1/M9)
38φ Qφ=M9*(1/L3*(1+L4*M9¬2))¬(-1/L1/2)
39φ Q2=M7*(1/L3*(1+L4*M7¬2))¬(-1/L1/2)
4φφ SELECT D:X=ARCTAN((Qφ/Q2+1)/(Qφ/Q2-1)*TAN(B))
41φ F3=X-Mφ+B
42φ Q1=1/L1:M=M7:GOSUB 76φ:Wφ=W
43φ Q1=1/L1:M=M4:GOSUB 76φ:W1=W
44φ B4=W1-Wφ
45φ SELECT D:Nφ=ARCSIN(1/M7):N1=ARCSIN(1/M4)
46φ F5=18φ-(X-B+Nφ)
47φ SELECT D:Rφ=SIN(F3)/SIN(F5+F3)
48φ F6=Nφ+B4-N1+F5
49φ SELECT D:R=SQR(SIN(SQR(L1)*F5)/SIN(SQR(L1)*F6)*(COS(SQR(L1)*F5)/COS(SQR(L1)*
F6))¬(1/L1))
5φφ R1=Rφ*P
51φ SELECT D:X1=2*R1*SQR(1-1/M4¬2)*COS(X-B-B4)
52φ SELECT D:Y1=2*R1*SQR(1-1/M4¬2)*SIN(X-B-B4)
53φ P6=L3¬L2*P3/K9/Pφ
54φ R2=371*P6¬4-58φ*P6¬3+326*P6¬2-1φφ*P6+16.9
55φ SELECT D:X2=X1-R2*SIN(X-B-B4):Y2=Y1+R2*COS(X-B-B4)
56φ SELECT D:H=Y2+R2*COS(B3+B9+B2):H1=X2+SQR(R2¬2-(H-Y2)¬2)
57φ H2=(1+K9*M9¬2)*(1+L4*M9¬2)¬(-L2):H3=(1+K9*M7¬2)*(1+L4*M7¬2)¬(-L2)
58φ SELECT D:Q9=(P3-1)*(H/TAN(B9)+H1)/H3/(SIN(X)+COS(X)*TAN(B))/Pφ+φ.5*SIN(X)*(1
+H2/H3/(Qφ/Q2))
59φ PRINTUSING 6φφ,Pφ;Q9
6φφ %                    ###                    #.###
61φ NEXT Pφ
62φ END
63φ REM ПОДПРОГР.
64φ C=φ: FOR I=H1 TO (B1-D/4) STEP D
65φ H2=φ:B2=(I+D/2):N1=15:D1=(B2-H2)/N1
```

```
66ϕ C2=ϕ: FOR J=H2 TO (B2-D1/4) STEP D1
67ϕ C2=C2+2/SQR(#PI)*EXP(-((J+D1/2)¬2))*D1:NEXT J
68ϕ F=ϕ.5*(1+C2)
69ϕ C=C+F¬K/(1-C3¬2*F¬2)*D:NEXT I
7ϕϕ RETURN
71ϕ END
72ϕ REM подпрогр.
73ϕ SELECT D:Bϕ=ARCTAN(SQR(Q8*M¬2/(P*Q3+Q4)-1)*(P-1)/(1+Q8*M¬2-P))
74ϕ RETURN
75ϕ END
76ϕ REM подпрогр.
77ϕ SELECT D:W=SQR(Q1)*ARCTAN(SQR(1/Q1*(M¬2-1)))-ARCTAN(SQR(M¬2-1))
78ϕ RETURN :STOP
```

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

ОТНОШЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ Pϕ	КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ Q9
1ϕϕ	2.553
15ϕ	2.135
2ϕϕ	1.888
25ϕ	1.725
3ϕϕ	1.611
35ϕ	1.526

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обширные исследования отрывных течений, возникающих при обтекании тел различных конфигураций потоками газа, физических закономерностей, свойственных отрыву пограничного слоя, влияния различных факторов (форм и размеров преград, теплопередачи, нестационарности), а также струйных взаимодействий направлены на более эффективное управление обтеканием летательных аппаратов и их аэродинамическими характеристиками.

Экспериментальное изучение отрыва с одновременной углубленной разработкой теоретических методов расчета отрывных течений, базирующееся на основных уравнениях аэрогазодинамики, отражает современную тенденцию развития аэродинамики, заключающуюся в соединении физического и математического (численного) эксперимента. Дальнейшее развитие в аэродинамике получат численные методы решений уравнений Навье — Стокса и Рейнольдса, составляющие основу математического эксперимента (с учетом трехмерных эффектов, уточненных представлений о турбулентности и пр.).

Развитие физического эксперимента будет связано с коренным совершенствованием методов и особенно технических средств измерения (лазерные анемометры, интерферометры с большой разрешающей способностью, голография и др.). Это, в свою очередь, позволит увеличить точность эмпирических (аппроксимационных) зависимостей, приведет к появлению новых гипотез и более точных теорий. В результате можно ожидать как значительного повышения научного уровня исследований отрывных течений, так и более широкого использования их результатов на практике.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

L, l — длина
H, h — высота
D, d — диаметр
δ — толщина пограничного слоя
δ^* — толщина вытеснения
δ^{**} — толщина потери импульса
b — ширина
$R_з$ — радиус затупления
r_j — радиус сопла инжекции
Δ — ширина щели вдува
H_M, $H_д$ — глубина проникновения струи в поток
S — площадь
W — объем
β — угол
α — угол атаки, коэффициент теплоотдачи
γ — угол раскрытия отверстия вдува в сопло
θ_c — угол наклона скачка уплотнения
ψ — угол
V — скорость
a — скорость звука
$\mathbf{M} = V/a$ — число Маха
$\varphi = V_x/V$ — безразмерная скорость, угол
V_{max} — максимальная скорость
$\mathbf{Cr} = V/V_{max}$ — число Крокко
a^*, V^* — критические скорости
$\lambda = V/V^*$ — приведенная скорость
f — частота колебаний
$\mathbf{Sh} = fd/V$ — число Струхаля
ν — кинематическая вязкость; коэффициент восстановления полного давления
$\mathbf{Re}_x = Vx/\nu$ — число Рейнольдса
σ — коэффициент смешения
$\eta = \sigma y/x$ — безразмерная координата
p — давление
ρ — плотность
q — скоростной напор, тепловой поток
$\bar{p} = (p-p_1)/(\rho_1 V_1^2/2)$ — коэффициент давления

p' — пульсационное давление
$J_{p0\infty} = p_{0j}/p'_{0\infty}$; $J = p_{0j}/p$ — интенсивность вдува
$n = p_a/p_H$; $n = p_j/p_\infty$ — коэффициент нерасчетности
μ — динамическая вязкость
$\mu_{\text{ср}}$ — средняя молярная масса
m — массовый расход
V, P_{y} — управляющее усилие
P_b, $P_{\max}$ — тяга
c_{fx} — местный коэффициент трения
c_x, c_y, m_z — аэродинамические коэффициенты продольной, нормальной сил, момента тангажа
$c_P = P_b/(qS)$ — коэффициент тяги
$K_{\text{y}} = Y/P_b$ — коэффициент усиления органа управления
$J'_1 = Y/(qm_j)$; J_1 — единичный импульс двигательной установки
$\Phi = J'_1/J_1$ — приведенный единичный импульс
$\pi(\mathbf{M}) = p/p_0$; $\varepsilon(\mathbf{M}) = \rho/\rho_0$; $\tau(\mathbf{M}) = T/T_0$; $q(\mathbf{M})$ — газодинамические функции
T — температура
Pr — число Прандтля
$k = c_p/c_v$ — отношение удельных теплоемкостей
R — газовая постоянная
R_0 — универсальная газовая постоянная

Индексы

x, y, z — проекции на соответствующие оси координат
∞ — невозмущенный поток
1 — набегающий поток перед областью взаимодействия
S — отрыв
p — смешение, «плато» постоянного давления
R — присоединение
рлт — разделяющая линия тока
H — атмосферная среда
j — инжектируемое вещество
ск — скачок уплотнения
0 — параметры торможения
д — донная область
a — выходное сечение сопла
к — конус
ст — стенка
л — ламинарный поток
т — турбулентный поток
воз — область возмущенного течения
нсж — несжимаемая жидкость

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. М., 1969.
2. *Абрамович Г. Н.* Теория турбулентных струй. М., 1960.
3. *Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М.* Метод крупных частиц в газовой динамике. М., 1982.
4. *Борисенко А. И.* Газовая динамика двигателей. М., 1962.
5. *Гогиш Л. В., Степанов Г. Ю.* Турбулентные отрывные течения. М., 1979.
6. *Гиневский А. С.* Теория турбулентных струй и следов. М., 1969.
7. *Идеи Ф. А.* Цандера и развитие ракетно-космической науки и техники. М., 1983.
8. *Краснов Н. Ф.* Аэродинамика. Ч. I, II. М. 1980.
9. *Краснов Н. Ф.* Аэродинамика тел вращения. М., 1964.
10. *Аэродинамика* ракет/Н. Ф. Краснов, В. Н. Кошевой, А. Н. Данилов, В. Ф. Захарченко; Под ред. Н. Ф. Краснова. М., 1968.
11. *Краснов Н. Ф., Кошевой В. Н.* Управление и стабилизация в аэродинамике. М., 1978.
12. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М., 1970.
13. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М., 1965.
14. *Федяевский К. К., Блюмина Л. Х.* Гидродинамика отрывного обтекания тел. М., 1977.
15. *Швец А. И., Швец И. Т.* Газодинамика ближнего следа. Киев, 1976.
16. *Известия* АН СССР. Механика жидкости и газа.
17. *Известия* АН СССР. Механика и машиностроение.
18. *Известия* вузов. Авиационная техника.
19. *Известия* вузов. Машиностроение.
20. *Космические* исследования.
21. *Труды* ЦАГИ.
22. *Ученые* записки ЦАГИ.
23. *Экспресс*-информация. ВИНИТИ АН СССР. Авиастроение.
24. *Брэдшоу П.* Введение в турбулентность и ее измерение. М., 1974.
25. *Турбулентное* течение и теплопередача/Под ред. Ц. Ц. Лигя. М., 1963.
26. *Хинце И. О.* Турбулентность. М., 1963.
27. *Чжен П.* Управление отрывом потока. М., 1979.
28. *Чжен П.* Отрывные течения. М., 1972, т. 1; 1973, т. 2, 3.
29. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. — М., 1969.
30. *Аэрокосмическая* техника.
31. *Вопросы* ракетной техники. — М.,
32. *Механика.* Сб. сокращенных переводов и рефератов иностранной периодической литературы.
33. *Ракетная* техника и космонавтика.
34. AIAA Journal
35. AIAA Paper

36. Advance in Heat Transfer
37. Aeraunautical Qaurterly, London.
38. Astronautical Asta.
39. ARC RM
40. J. Acoust. Sos. Amer.
41. J. Aeronaut. Sci.
42. J. Aerospace Sci.
43. J. Fluid. Mech.
44. Journal of Fluids Engineering.
45. Journal of Heat Transfer.
46. Journal of Spacecraft and Rockets.
47. Phys. Fluids.
48. Prog. Aerospace Sci.
49. NACA.
50. Zeitschrift für Hugwissenschaften.
51. Aeronaut. Res. Council. Rep. and Mem.
52. Aeronautics Research Onst.,
53. Flygtekniska Försökanstalten, Stockholm, Rept Se, 75 : 3, 1960.
54. Proceeding of the Simposium on Aerodynamic Drog Mechanisms of Bluff Bodies and Road vehides, New-Jork, 1978.
55. Jhe college of aeronauticls. — Cranfield, Rept. № 129, 1960.
56. 6-th Cougress of Aeronautical Sciences.
57. Heat Trans and Fluid Mech. Onst., Stanford, Univ. press. 1962.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Учебное издание

Николай Федорович Краснов, Всеволод Николаевич Кошевой,
Владимир Тимофеевич Калугин

Аэродинамика отрывных течений

Зав. редакцией Н. И. Хрусталева
Редактор И. А. Кузьмина
Мл. редактор Т. Иванова
Художник А. А. Акимов
Художественный редактор В. И. Мешалкин
Технический редактор А. К. Нестерова
Корректор Г. И. Кострикова

ИБ № 6595

Изд. № СТД—539. Сдано в набор. 23.07.87. Подп. в печать 10.05.88. Т—08732. Формат $60\times88^{1}/_{16}$. Бум. офсетная № 1. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Объем 21,56 усл. печ. л. 21,56 усл. кр.-отт. 22,26 уч.-изд. л. Тираж 2660 экз. Зак. № 793. Цена 1 р. 20 к.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Отпечатано с диапозитивов Ярославского полиграфкомбината Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 150014, Ярославль, ул. Свободы, 97 в Московской типографии № 8 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7. **Зак. 430**